2015年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅰ）

参考答案与试题解析

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1．（5分）设复数z满足$\frac{1+z}{1-z}$=i，则|z|=（　　）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

【考点】A8：复数的模．

【专题】11：计算题；5N：数系的扩充和复数．

【分析】先化简复数，再求模即可．

【解答】解：∵复数z满足$\frac{1+z}{1-z}$=i，

∴1+z=i﹣zi，

∴z（1+i）=i﹣1，

∴z=$\frac{i-1}{i+1}$=i，

∴|z|=1，

故选：A．

【点评】本题考查复数的运算，考查学生的计算能力，比较基础．

2．（5分）sin20°cos10°﹣cos160°sin10°=（　　）

A．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

【考点】GP：两角和与差的三角函数．

【专题】56：三角函数的求值．

【分析】直接利用诱导公式以及两角和的正弦函数，化简求解即可．

【解答】解：sin20°cos10°﹣cos160°sin10°

=sin20°cos10°+cos20°sin10°

=sin30°

$=\frac{1}{2}$.

故选：D.

【点评】本题考查诱导公式以及两角和的正弦函数的应用，基本知识的考查.

3．（5分）设命题p：$\exists n\in N$，$n^2>2^n$，则¬p为（　　）

A．$\forall n\in N$，$n^2>2^n$　B．$\exists n\in N$，$n^2\leq 2^n$　C．$\forall n\in N$，$n^2\leq 2^n$　D．$\exists n\in N$，$n^2=2^n$

【考点】2J：命题的否定.

【专题】5L：简易逻辑.

【分析】根据特称命题的否定是全称命题即可得到结论.

【解答】解：命题的否定是：$\forall n\in N$，$n^2\leq 2^n$，

故选：C.

【点评】本题主要考查含有量词的命题的否定，比较基础.

4．（5分）投篮测试中，每人投3次，至少投中2次才能通过测试．已知某同学每次投篮投中的概率为0.6，且各次投篮是否投中相互独立，则该同学通过测试的概率为（　　）

A．0.648　　B．0.432　　C．0.36　　D．0.312

【考点】C8：相互独立事件和相互独立事件的概率乘法公式.

【专题】5I：概率与统计.

【分析】判断该同学投篮投中是独立重复试验，然后求解概率即可.

【解答】解：由题意可知：同学3次测试满足X∽B（3，0.6），

该同学通过测试的概率为$C_3^2(0.6)^2\times(1-0.6)+C_3^3(0.6)^3=0.648$.

故选：A.

【点评】本题考查独立重复试验概率的求法，基本知识的考查.

5．（5分）已知M（x_0，y_0）是双曲线C：$\frac{x^2}{2}-y^2=1$上的一点，F_1，F_2是C的左、右两个焦点，若$\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}<0$，则$y_0$的取值范围是（　　）

A．$(-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3})$　B．$(-\frac{\sqrt{3}}{6},\frac{\sqrt{3}}{6})$　C．$(-\frac{2\sqrt{2}}{3},\frac{2\sqrt{2}}{3})$　D．$(-\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{2\sqrt{3}}{3})$

【考点】KC：双曲线的性质．

【专题】11：计算题；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】利用向量的数量积公式，结合双曲线方程，即可确定y_0的取值范围．

【解答】解：由题意，$\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=(-\sqrt{3}-x_0,\ -y_0)\bullet(\sqrt{3}-x_0,\ -y_0)=x_0^2-3+y_0^2=3y_0^2-1<0$，

所以$-\frac{\sqrt{3}}{3}<y_0<\frac{\sqrt{3}}{3}$．

故选：A．

【点评】本题考查向量的数量积公式，考查双曲线方程，考查学生的计算能力，比较基础．

6．（5分）《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问题："今有委米依垣内角，下周八尺，高五尺．问：积及为米几何？"其意思为："在屋内墙角处堆放米（如图，米堆为一个圆锥的四分之一），米堆底部的弧长为8尺，米堆的高为5尺，问米堆的体积和堆放的米各为多少？"已知1斛米的体积约为1.62立方尺，圆周率约为3，估算出堆放的米约有（　　）

A．14斛　　B．22斛　　C．36斛　　D．66斛

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积．

【专题】5F：空间位置关系与距离．

【分析】根据圆锥的体积公式计算出对应的体积即可．

【解答】解：设圆锥的底面半径为r，则$\frac{\pi}{2}$r=8，

解得r=$\frac{16}{\pi}$，

故米堆的体积为$\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times\pi\times（\frac{16}{\pi}）^2\times5\approx\frac{320}{9}$，

∵1斛米的体积约为1.62立方，

∴$\frac{320}{9}\div1.62\approx22$，

故选：B．

【点评】本题主要考查椎体的体积的计算，比较基础．

7．（5分）设D为△ABC所在平面内一点，$\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{CD}$，则（　　）

A．$\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$　　B．$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

C．$\overrightarrow{AD}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$　　D．$\overrightarrow{AD}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

【考点】96：平行向量（共线）．

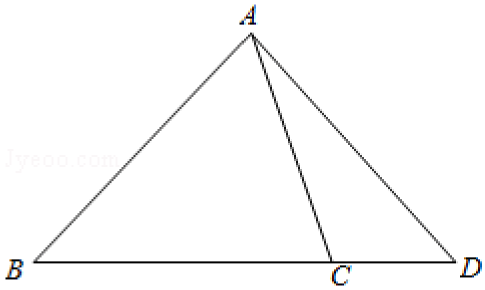
【专题】5A：平面向量及应用．

【分析】将向量$\overrightarrow{AD}$利用向量的三角形法则首先表示为$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$，然后结合已知表示为$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$的形式．

【解答】解：由已知得到如图

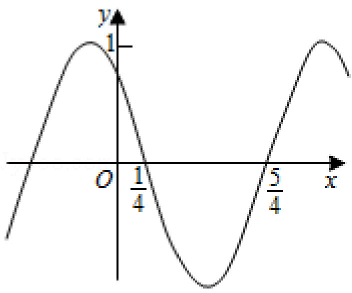
由$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$；

故选：A．



【点评】本题考查了向量的三角形法则的运用；关键是想法将向量$\overrightarrow{AD}$表示为$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$.

8．（5分）函数f（x）=cos（ωx+ϕ）的部分图象如图所示，则f（x）的单调递减区间为（　　）



A．$(k\pi-\frac{1}{4},\ k\pi+\frac{3}{4})$，k∈z　　B．$(2k\pi-\frac{1}{4},\ 2k\pi+\frac{3}{4})$，k∈z

C．$(k-\frac{1}{4},\ k+\frac{3}{4})$，k∈z　　D．$(2k-\frac{1}{4},\ 2k+\frac{3}{4})$，k∈z

【考点】HA：余弦函数的单调性．

【专题】57：三角函数的图像与性质．

【分析】由周期求出ω，由五点法作图求出ϕ，可得f（x）的解析式，再根据余弦函数的单调性，求得f（x）的减区间．

【解答】解：由函数f（x）=cos（ωx+φ）的部分图象，可得函数的周期为$\frac{2\pi}{\omega}=2(\frac{5}{4}-\frac{1}{4})=2$，∴ω=π，f（x）=cos（πx+φ）．

再根据函数的图象以及五点法作图，可得$\frac{\pi}{4}+\varphi=\frac{\pi}{2}$，k∈z，即$\varphi=\frac{\pi}{4}$，f（x）=cos（$\pi x+\frac{\pi}{4}$）．

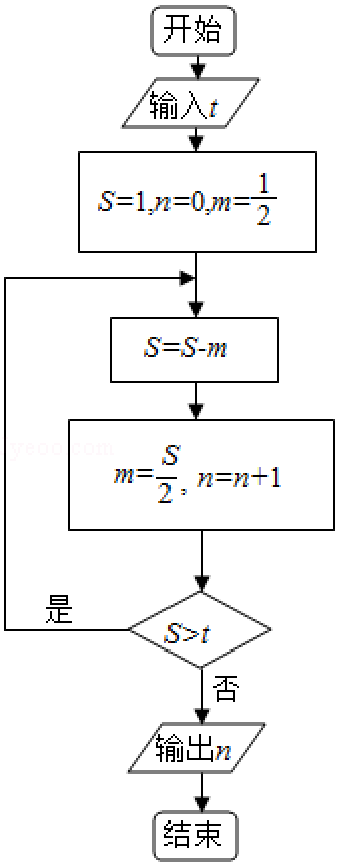
由$2k\pi\le\pi x+\frac{\pi}{4}\le2k\pi+\pi$，求得　$2k-\frac{1}{4}\le x\le2k+\frac{3}{4}$，故f（x）的单调递减区间为（

$2k-\frac{1}{4}$，$2k+\frac{3}{4}$），k∈z，

故选：D．

【点评】本题主要考查由函数y=Asin（ωx+φ）的部分图象求解析式，由周期求出ω，由五点法作图求出φ的值；还考查了余弦函数的单调性，属于基础题．

9．（5分）执行如图所示的程序框图，如果输入的t=0.01，则输出的n=（　　）



A．5　　B．6　　C．7　　D．8

【考点】EF：程序框图．

【专题】5K：算法和程序框图．

【分析】由已知中的程序框图可知：该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量n的值，模拟程序的运行过程，分析循环中各变量值的变化情况，可得答案．

【解答】解：第一次执行循环体后，$S=\frac{1}{2}$，$m=\frac{1}{4}$，n=1，不满足退出循环的条件

；

再次执行循环体后，$S=\frac{1}{4}$，$m=\frac{1}{8}$，n=2，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，$S=\frac{1}{8}$，$m=\frac{1}{16}$，n=3，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，$S=\frac{1}{16}$，$m=\frac{1}{32}$，n=4，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，$S=\frac{1}{32}$，$m=\frac{1}{64}$，n=5，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，$S=\frac{1}{64}$，$m=\frac{1}{128}$，n=6，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，$S=\frac{1}{128}$，$m=\frac{1}{256}$，n=7，满足退出循环的条件；

故输出的n值为7，

故选：C．

【点评】本题考查的知识点是程序框图，当循环的次数不多，或有规律时，常采用模拟循环的方法解答．

10．（5分）$(x^2+x+y)^5$的展开式中，x^5y^2的系数为（　　）

A．10　　B．20　　C．30　　D．60

【考点】DA：二项式定理．

【专题】11：计算题；5P：二项式定理．

【分析】利用展开式的通项，即可得出结论．

【解答】解：$(x^2+x+y)^5$的展开式的通项为$T_{r+1}=C_5^r(x^2+x)^{5-r}y^r$，

令r=2，则$(x^2+x)^3$的通项为$C_3^k(x^2)^{3-k}x^k=C_3^kx^{6-k}$，

令6－k=5，则k=1，

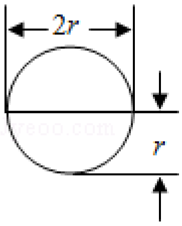
∴$(x^2+x+y)^5$的展开式中，x^5y^2的系数为$C_5^2C_3^1=30$．

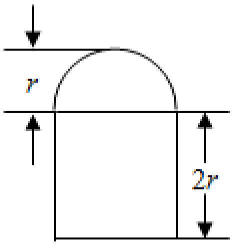
故选：C．

【点评】本题考查二项式定理的运用，考查学生的计算能力，确定通项是关键

．

11．（5分）圆柱被一个平面截去一部分后与半球（半径为r）组成一个几何体，该几何体三视图中的正视图和俯视图如图所示．若该几何体的表面积为16+20π，则r=（　　）





A．1　　B．2　　C．4　　D．8

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】5Q：立体几何．

【分析】通过三视图可知该几何体是一个半球拼接半个圆柱，计算即可．

【解答】解：由几何体三视图中的正视图和俯视图可知，

截圆柱的平面过圆柱的轴线，

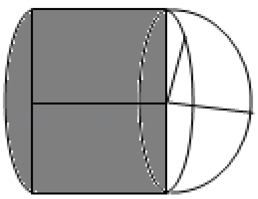
该几何体是一个半球拼接半个圆柱，

∴其表面积为：$\frac{1}{2}\times4\pi r^2+\frac{1}{2}\times\pi r^2+\frac{1}{2}\times2r\times2\pi r+2r\times2r+\frac{1}{2}\times\pi r^2=5\pi r^2+4r^2$，

又∵该几何体的表面积为16+20π，

∴$5\pi r^2+4r^2=16+20\pi$，解得r=2，

故选：B．



【点评】本题考查由三视图求表面积问题，考查空间想象能力，注意解题方法的积累，属于中档题．

12．（5分）设函数f（x）=e^x（2x﹣1）﹣ax+a，其中a＜1，若存在唯一的整数x

$_0$使得f（x_0）＜0，则a的取值范围是（　　）

A．$[-\frac{3}{2e}, 1)$　　B．$[-\frac{3}{2e}, \frac{3}{4})$　　C．$[\frac{3}{2e}, \frac{3}{4})$　　D．$[\frac{3}{2e}, 1)$

【考点】51：函数的零点；6D：利用导数研究函数的极值．

【专题】2：创新题型；53：导数的综合应用．

【分析】设$g(x)=e^x(2x-1)$，$y=ax-a$，问题转化为存在唯一的整数x_0使得$g(x_0)$在直线$y=ax-a$的下方，求导数可得函数的极值，数形结合可得$-a>g(0)=-1$且$g(-1)=-3e^{-1}\geq -a-a$，解关于a的不等式组可得．

【解答】解：设$g(x)=e^x(2x-1)$，$y=ax-a$，

由题意知存在唯一的整数x_0使得$g(x_0)$在直线$y=ax-a$的下方，

∵$g'(x)=e^x(2x-1)+2e^x=e^x(2x+1)$，

∴当$x<-\frac{1}{2}$时，$g'(x)<0$，当$x>-\frac{1}{2}$时，$g'(x)>0$，

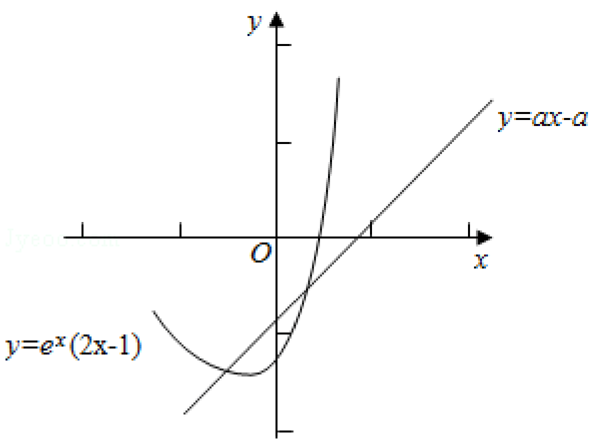
∴当$x=-\frac{1}{2}$时，g（x）取最小值$-2e^{-\frac{1}{2}}$，

当x=0时，$g(0)=-1$，当x=1时，$g(1)=e>0$，

直线$y=ax-a$恒过定点（1，0）且斜率为a，

故$-a>g(0)=-1$且$g(-1)=-3e^{-1}\geq -a-a$，解得$\frac{3}{2e}\leq a<1$

故选：D．



【点评】本题考查导数和极值，涉及数形结合和转化的思想，属中档题．

二、填空题（本大题共有4小题，每小题5分）

13．（5分）若函数f（x）=xln（x+$\sqrt{a+x^2}$）为偶函数，则a=__1__．

【考点】3K：函数奇偶性的性质与判断．

【专题】51：函数的性质及应用．

【分析】由题意可得，f（﹣x）=f（x），代入根据对数的运算性质即可求解．

【解答】解：∵f（x）=xln（x+$\sqrt{a+x^2}$）为偶函数，

∴f（﹣x）=f（x），

∴（﹣x）ln（﹣x+$\sqrt{a+x^2}$）=xln（x+$\sqrt{a+x^2}$），

∴﹣ln（﹣x+$\sqrt{a+x^2}$）=ln（x+$\sqrt{a+x^2}$），

∴ln（﹣x+$\sqrt{a+x^2}$）+ln（x+$\sqrt{a+x^2}$）=0，

∴ln（$\sqrt{a+x^2}$+x）（$\sqrt{a+x^2}$﹣x）=0，

∴lna=0，

∴a=1．

故答案为：1．

【点评】本题主要考查了偶函数的定义及对数的运算性质的简单应用，属于基础试题．

14．（5分）一个圆经过椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$的三个顶点．且圆心在x轴的正半轴上．则该圆标准方程为__$(x-\frac{3}{2})^2+y^2=\frac{25}{4}$__．

【考点】K3：椭圆的标准方程．

【专题】5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】利用椭圆的方程求出顶点坐标，然后求出圆心坐标，求出半径即可得到圆的方程．

【解答】解：一个圆经过椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$的三个顶点．且圆心在x轴的正半轴上

.

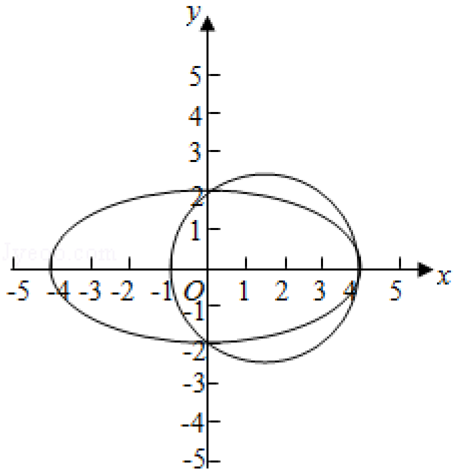
可知椭圆的右顶点坐标（4，0），上下顶点坐标（0，±2），

设圆的圆心（a，0），则$\sqrt{(a-0)^2+(0-2)^2}=4-a$，解得$a=\frac{3}{2}$，

圆的半径为：$\frac{5}{2}$，

所求圆的方程为：$(x-\frac{3}{2})^2+y^2=\frac{25}{4}$.

故答案为：$(x-\frac{3}{2})^2+y^2=\frac{25}{4}$.



【点评】本题考查椭圆的简单性质的应用，圆的方程的求法，考查计算能力.

15．（5分）若x，y满足约束条件$\begin{cases}x-1\geqslant 0\\x-y\leqslant 0\\x+y-4\leqslant 0\end{cases}$．则$\frac{y}{x}$的最大值为__3__.

【考点】7C：简单线性规划.

【专题】59：不等式的解法及应用.

【分析】作出不等式组对应的平面区域，利用目标函数的几何意义，利用数形结合确定$\frac{y}{x}$的最大值.

【解答】解：作出不等式组对应的平面区域如图：（阴影部分ABC）.

设$k=\frac{y}{x}$，则k的几何意义为区域内的点到原点的斜率，

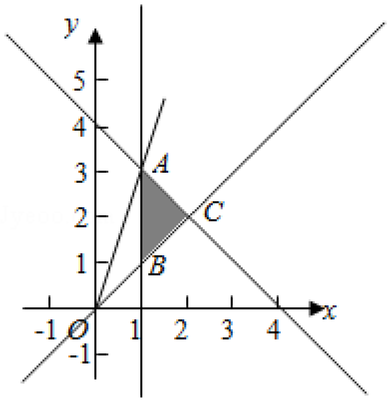
由图象知OA的斜率最大，

由$\begin{cases}x=1\\x+y-4=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$，即A（1，3），

$k_{OA}=\frac{3}{1}=3$，

即$\frac{y}{x}$的最大值为3．

故答案为：3．



【点评】本题主要考查线性规划的应用，结合目标函数的几何意义以及直线的斜率，利用数形结合的数学思想是解决此类问题的基本方法．

16．（5分）在平面四边形ABCD中，∠A=∠B=∠C=75°．BC=2，则AB的取值范围是 <u>（$\sqrt{6}-\sqrt{2}$，$\sqrt{6}+\sqrt{2}$）</u>．

【考点】HT：三角形中的几何计算．

【专题】15：综合题；2：创新题型；58：解三角形．

【分析】如图所示，延长BA，CD交于点E，设AD=$\frac{1}{2}$x，AE=$\frac{\sqrt{2}}{2}$x，DE=$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$x，CD=m，求出$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$x+m=$\sqrt{6}+\sqrt{2}$，即可求出AB的取值范围．

【解答】解：方法一：

如图所示，延长BA，CD交于点E，则

在△ADE中，∠DAE=105°，∠ADE=45°，∠E=30°，

∴设AD=$\frac{1}{2}$x，AE=$\frac{\sqrt{2}}{2}$x，DE=$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$x，CD=m，

∵BC=2，

∴（$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$x+m）sin15°=1，

∴$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$x+m=$\sqrt{6}+\sqrt{2}$，

$\therefore 0<x<4$，

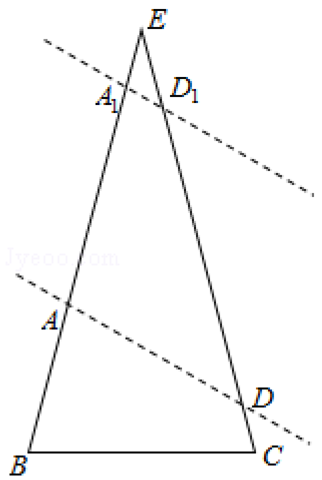
而$AB=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}x+m-\frac{\sqrt{2}}{2}x=\sqrt{6}+\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}x$，

$\therefore$AB的取值范围是（$\sqrt{6}-\sqrt{2}$，$\sqrt{6}+\sqrt{2}$）．

故答案为：（$\sqrt{6}-\sqrt{2}$，$\sqrt{6}+\sqrt{2}$）．

方法二：

如下图，作出底边BC=2的等腰三角形EBC，B=C=75°，



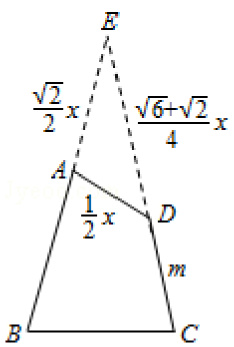
倾斜角为150°的直线在平面内移动，分别交EB、EC于A、D，则四边形ABCD即为满足题意的四边形；

当直线移动时，运用极限思想，

①直线接近点C时，AB趋近最小，为$\sqrt{6}-\sqrt{2}$；

②直线接近点E时，AB趋近最大值，为$\sqrt{6}+\sqrt{2}$；

故答案为：（$\sqrt{6}-\sqrt{2}$，$\sqrt{6}+\sqrt{2}$）．



【点评】本题考查求AB的取值范围，考查三角形中的几何计算，考查学生的计算能力，属于中档题．

三、解答题：

17．（12分）S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，已知$a_n>0$，$a_n^2+2a_n=4S_n+3$

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式：

（Ⅱ）设$b_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}$，求数列$\{b_n\}$的前n项和．

【考点】8E：数列的求和；8H：数列递推式．

【专题】54：等差数列与等比数列．

【分析】（Ⅰ）根据数列的递推关系，利用作差法即可求$\{a_n\}$的通项公式：

（Ⅱ）求出$b_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}$，利用裂项法即可求数列$\{b_n\}$的前n项和．

【解答】解：（Ⅰ）由$a_n^2+2a_n=4S_n+3$，可知$a_{n+1}^2+2a_{n+1}=4S_{n+1}+3$

两式相减得$a_{n+1}^2-a_n^2+2(a_{n+1}-a_n)=4a_{n+1}$，

即$2(a_{n+1}+a_n)=a_{n+1}^2-a_n^2=(a_{n+1}+a_n)(a_{n+1}-a_n)$，

$\because a_n>0$，$\therefore a_{n+1}-a_n=2$，

$\because a_1^2+2a_1=4a_1+3$，

$\therefore a_1=-1$（舍）或$a_1=3$，

则$\{a_n\}$是首项为3，公差d=2的等差数列，

$\therefore\{a_n\}$的通项公式$a_n=3+2(n-1)=2n+1$：

（Ⅱ）$\because a_n=2n+1$，

$\therefore b_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{(2n+1)(2n+3)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3}\right)$，

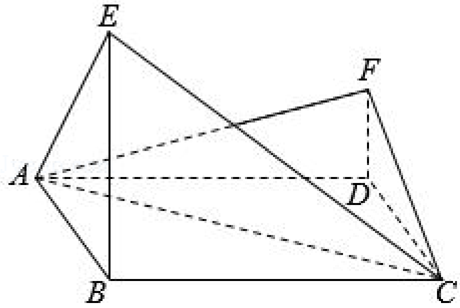
$\therefore$数列$\{b_n\}$的前n项和$T_n=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots+\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2n+3}\right)=\frac{n}{3(2n+3)}$．

【点评】本题主要考查数列的通项公式以及数列求和的计算，利用裂项法是解决本题的关键．

18．（12分）如图，四边形ABCD为菱形，∠ABC=120°，E，F是平面ABCD同一侧的两点，BE⊥平面ABCD，DF⊥平面 ABCD，BE=2DF，AE⊥EC．

（Ⅰ）证明：平面AEC⊥平面AFC

（Ⅱ）求直线AE与直线CF所成角的余弦值.



【考点】LM：异面直线及其所成的角；LY：平面与平面垂直.

【专题】5F：空间位置关系与距离；5G：空间角；5H：空间向量及应用.

【分析】（Ⅰ）连接BD，设BD∩AC=G，连接EG、EF、FG，运用线面垂直的判定定理得到EG⊥平面AFC，再由面面垂直的判定定理，即可得到；

（Ⅱ）以G为坐标原点，分别以GB，GC为x轴，y轴，|GB|为单位长度，建立空间直角坐标系G﹣xyz，求得A，E，F，C的坐标，运用向量的数量积的定义，计算即可得到所求角的余弦值.

【解答】解：（Ⅰ）连接BD，

设BD∩AC=G，

连接EG、EF、FG，

在菱形ABCD中，

不妨设BG=1，

由∠ABC=120°，

可得AG=GC=$\sqrt{3}$，

BE⊥平面ABCD，AB=BC=2，

可知AE=EC，又AE⊥EC，

所以EG=$\sqrt{3}$，且EG⊥AC，

在直角△EBG中，可得BE=$\sqrt{2}$，故DF=$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

在直角三角形FDG中，可得FG=$\frac{\sqrt{6}}{2}$，

在直角梯形BDFE中，由BD=2，BE=$\sqrt{2}$，FD=$\frac{\sqrt{2}}{2}$，可得EF=$\sqrt{2^2+(\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2})^2}$=$\frac{3\sqrt{2}}{2}$

，

从而$EG^2+FG^2=EF^2$，则$EG\perp FG$，

（或由$\tan\angle EGB\cdot\tan\angle FGD=\frac{EB}{BG}\cdot\frac{FD}{DG}=\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=1$，

可得$\angle EGB+\angle FGD=90°$，则$EG\perp FG$）

$AC\cap FG=G$，可得$EG\perp$平面AFC，

由$EG\subset$平面AEC，所以平面AEC⊥平面AFC；

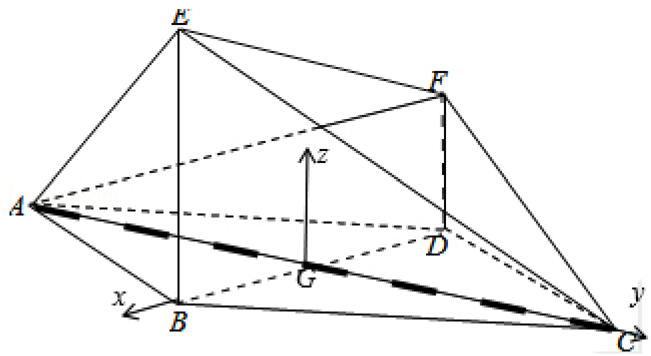
（Ⅱ）如图，以G为坐标原点，分别以GB，GC为x轴，y轴，$|GB|$为单位长度，建立空间直角坐标系G﹣xyz，由（Ⅰ）可得A（0，$-\sqrt{3}$，0），E（1，0，$\sqrt{2}$），

F（﹣1，0，$\frac{\sqrt{2}}{2}$），C（0，$\sqrt{3}$，0），

即有$\overrightarrow{AE}=(1,\sqrt{3},\sqrt{2})$，$\overrightarrow{CF}=(-1,-\sqrt{3},\frac{\sqrt{2}}{2})$，

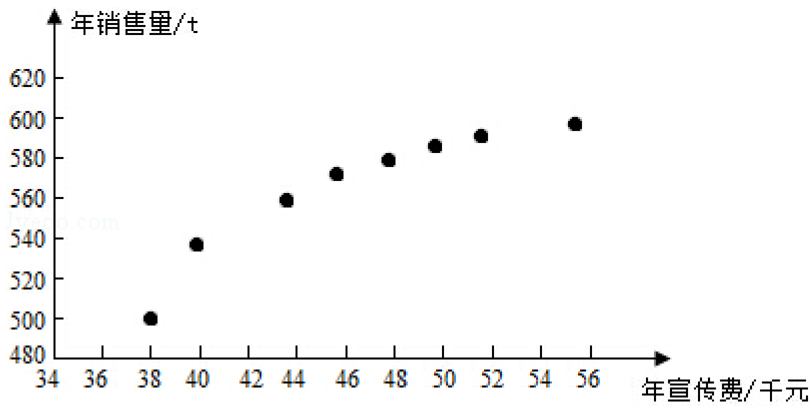
故$\cos<\overrightarrow{AE},\overrightarrow{CF}>=\frac{\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{CF}}{|\overrightarrow{AE}|\cdot|\overrightarrow{CF}|}=\frac{-1-3+1}{\sqrt{6}\times\sqrt{\frac{9}{2}}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

则有直线AE与直线CF所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$.



【点评】本题考查空间直线和平面的位置关系和空间角的求法，主要考查面面垂直的判定定理和异面直线所成的角的求法：向量法，考查运算能力，属于中档题.

19．（12分）某公司为确定下一年度投入某种产品的宣传费，需了解年宣传费x（单位：千元）对年销售量y（单位：t）和年利润z（单位：千元）的影响，对近8年的年宣传费x_i和年销售量y_i（i=1，2，…，8）数据作了初步处理，得到下面的散点图及一些统计量的值.



$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\overline{w}$	$\sum\limits_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})^2$	$\sum\limits_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})^2$	$\sum\limits_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$	$\sum\limits_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})(y_i-\overline{y})$
46.6	563	6.8	289.8	1.6	1469	108.8

表中$w_i=\sqrt{x_i}$，$\overline{w}=\frac{1}{8}\sum\limits_{i=1}^{8}w_i$

（Ⅰ）根据散点图判断，$y=a+bx$与$y=c+d\sqrt{x}$哪一个适宜作为年销售量y关于年宣传费x的回归方程类型？（给出判断即可，不必说明理由）

（Ⅱ）根据（Ⅰ）的判断结果及表中数据，建立y关于x的回归方程；

（Ⅲ）已知这种产品的年利润z与x、y的关系为$z=0.2y-x$．根据（Ⅱ）的结果回答下列问题：

（i）年宣传费x=49时，年销售量及年利润的预报值是多少？

（ii）年宣传费x为何值时，年利润的预报值最大？

附：对于一组数据(u_1, v_1)，(u_2, v_2)……(u_n, v_n)，其回归线$v=\alpha+\beta u$的斜率和截距的最小二乘估计分别为：$\hat{\beta}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})(v_i-\overline{v})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})^2}$，$\hat{\alpha}=\overline{v}-\hat{\beta}\overline{u}$.

【考点】BK：线性回归方程．

【专题】5I：概率与统计．

【分析】（Ⅰ）根据散点图，即可判断出，

（Ⅱ）先建立中间量$w=\sqrt{x}$，建立y关于w的线性回归方程，根据公式求出w，问题得以解决；

（Ⅲ）（i）年宣传费x=49时，代入到回归方程，计算即可，

（ii）求出预报值得方程，根据函数的性质，即可求出．

【解答】解：（Ⅰ）由散点图可以判断，$y=c+d\sqrt{x}$适宜作为年销售量y关于年宣传费x的回归方程类型；

（Ⅱ）令$w=\sqrt{x}$，先建立y关于w的线性回归方程，由于$\widehat{d}=\frac{108.8}{1.6}=68$，

$\widehat{c}=\overline{y}-\widehat{d}\overline{w}=563-68\times6.8=100.6$，

所以y关于w的线性回归方程为$\widehat{y}=100.6+68w$，

因此y关于x的回归方程为$\widehat{y}=100.6+68\sqrt{x}$，

（Ⅲ）（i）由（Ⅱ）知，当x=49时，年销售量y的预报值$\widehat{y}=100.6+68\sqrt{49}=576.6$，

年利润z的预报值$\widehat{z}=576.6\times0.2-49=66.32$，

（ii）根据（Ⅱ）的结果可知，年利润z的预报值$\widehat{z}=0.2(100.6+68\sqrt{x})-x=-x+13.6\sqrt{x}+20.12$，

当$\sqrt{x}=\frac{13.6}{2}=6.8$时，即当x=46.24时，年利润的预报值最大．

【点评】本题主要考查了线性回归方程和散点图的问题，准确的计算是本题的关键，属于中档题．

20．（12分）在直角坐标系xOy中，曲线C：$y=\frac{x^2}{4}$与直线l：y=kx+a（a＞0）交于M，N两点．

（Ⅰ）当k=0时，分别求C在点M和N处的切线方程．

（Ⅱ）y轴上是否存在点P，使得当k变动时，总有∠OPM=∠OPN？（说明理由）

【考点】KH：直线与圆锥曲线的综合．

【分析】（I）联立$\begin{cases}y=a\\y=\frac{x^2}{4}\end{cases}$，可得交点M，N的坐标，由曲线C：$y=\frac{x^2}{4}$，利用导数的运算法则可得：$y'=\frac{x}{2}$，利用导数的几何意义、点斜式即可得出切线方程.

（II）存在符合条件的点（0，﹣a），设P（0，b）满足∠OPM=∠OPN．M（x_1，y_1），N（x_2，y_2），直线PM，PN的斜率分别为：k_1，k_2．直线方程与抛物线方程联立化为$x^2-4kx-4a=0$，利用根与系数的关系、斜率计算公式可得$k_1+k_2=\frac{k(a+b)}{a}$．$k_1+k_2=0$⇔直线PM，PN的倾斜角互补⇔∠OPM=∠OPN．即可证明.

【解答】解：（I）联立$\begin{cases}y=a\\y=\frac{x^2}{4}\end{cases}$，不妨取M$(2\sqrt{a},a)$，N$(-2\sqrt{a},a)$，

由曲线C：$y=\frac{x^2}{4}$可得：$y'=\frac{x}{2}$，

∴曲线C在M点处的切线斜率为$\frac{2\sqrt{a}}{2}=\sqrt{a}$，其切线方程为：$y-a=\sqrt{a}(x-2\sqrt{a})$，化为$\sqrt{a}x-y-a=0$.

同理可得曲线C在点N处的切线方程为：$\sqrt{a}x+y+a=0$.

（II）存在符合条件的点（0，﹣a），下面给出证明：

设P（0，b）满足∠OPM=∠OPN．M（x_1，y_1），N（x_2，y_2），直线PM，PN的斜率分别为：k_1，k_2.

联立$\begin{cases}y=kx+a\\y=\frac{x^2}{4}\end{cases}$，化为$x^2-4kx-4a=0$，

∴$x_1+x_2=4k$，$x_1x_2=-4a$.

∴$k_1+k_2=\frac{y_1-b}{x_1}+\frac{y_2-b}{x_2}=\frac{2kx_1x_2+(a-b)(x_1+x_2)}{x_1x_2}=\frac{k(a+b)}{a}$.

当$b=-a$时，$k_1+k_2=0$，直线PM，PN的倾斜角互补，

∴∠OPM=∠OPN.

∴点P（0，﹣a）符合条件.

【点评】本题考查了导数的运算法则、利用导数的几何意义研究切线方程、直

线与抛物线相交问题转化为方程联立可得根与系数的关系、斜率计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

21．（12分）已知函数f（x）$=x^3+ax+\frac{1}{4}$，g（x）=﹣lnx

（i）当a为何值时，x轴为曲线y=f（x）的切线；

（ii）用min{m，n}表示m，n中的最小值，设函数h（x）=min{f（x），g（x）}（x＞0），讨论h（x）零点的个数．

【考点】6E：利用导数研究函数的最值；6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】2：创新题型；53：导数的综合应用．

【分析】（i）f′（x）$=3x^2+a$．设曲线y=f（x）与x轴相切于点P（x_0，0），则f（x_0）=0，f′（x_0）=0解出即可．

（ii）对x分类讨论：当x∈（1，+∞）时，g（x）=﹣lnx＜0，可得函数h（x）=min{f（x），g（x）}≤g（x）＜0，即可得出零点的个数．

当x=1时，对a分类讨论：a≥$-\frac{5}{4}$，a＜$-\frac{5}{4}$，即可得出零点的个数；

当x∈（0，1）时，g（x）=﹣lnx＞0，因此只考虑f（x）在（0，1）内的零点个数即可．对a分类讨论：①当a≤﹣3或a≥0时，②当﹣3＜a＜0时，利用导数研究其单调性极值即可得出．

【解答】解：（i）f′（x）$=3x^2+a$．

设曲线y=f（x）与x轴相切于点P（x_0，0），则f（x_0）=0，f′（x_0）=0，

$$\therefore\begin{cases}x_0^3+ax_0+\frac{1}{4}=0\\3x_0^2+a=0\end{cases}，解得\ x_0=\frac{1}{2}，a=-\frac{3}{4}.$$

因此当a=$-\frac{3}{4}$时，x轴为曲线y=f（x）的切线；

（ii）当x∈（1，+∞）时，g（x）=﹣lnx＜0，

∴函数h（x）=min{f（x），g（x）}＜0，

故h（x）在x∈（1，+∞）时无零点．

当x=1时，若$a\geq -\frac{5}{4}$，则f（1）=$a+\frac{5}{4}\geq 0$，

∴h（x）=min｛f（1），g（1）｝=g（1）=0，故x=1是函数h（x）的一个零点；

若$a< -\frac{5}{4}$，则f（1）=$a+\frac{5}{4}<0$，∴h（x）=min｛f（1），g（1）｝=f（1）＜0，故x=1不是函数h（x）的零点；

当x∈（0，1）时，g（x）=﹣lnx＞0，因此只考虑f（x）在（0，1）内的零点个数即可．

①当a≤﹣3或a≥0时，f′（x）=$3x^2+a$在（0，1）内无零点，因此f（x）在区间（0，1）内单调，

而f（0）=$\frac{1}{4}$，f（1）=$a+\frac{5}{4}$，∴当a≤﹣3时，函数f（x）在区间（0，1）内有一个零点，

当a≥0时，函数f（x）在区间（0，1）内没有零点．

②当﹣3＜a＜0时，函数f（x）在$(0,\sqrt{\frac{-a}{3}})$内单调递减，在$(\sqrt{\frac{-a}{3}},1)$内单调递增，故当x=$\sqrt{\frac{-a}{3}}$时，f（x）取得最小值$f(\sqrt{\frac{-a}{3}})=\frac{2a}{3}\sqrt{\frac{-a}{3}}+\frac{1}{4}$.

若$f(\sqrt{\frac{-a}{3}})>0$，即$-\frac{3}{4}<a<0$，则f（x）在（0，1）内无零点．

若$f(\sqrt{\frac{-a}{3}})=0$，即$a=-\frac{3}{4}$，则f（x）在（0，1）内有唯一零点．

若$f(\sqrt{\frac{-a}{3}})<0$，即$-3<a<-\frac{3}{4}$，由f（0）=$\frac{1}{4}$，f（1）=$a+\frac{5}{4}$，

∴当$-\frac{5}{4}<a<-\frac{3}{4}$时，f（x）在（0，1）内有两个零点．当$-3<a\leqslant -\frac{5}{4}$时，f（x）在（0，1）内有一个零点．

综上可得：$a<-\frac{5}{4}$时，函数h（x）有一个零点．

当$a>-\frac{3}{4}$时，h（x）有一个零点；

当$a=-\frac{3}{4}$或$-\frac{5}{4}$时，h（x）有两个零点；

当$-\frac{5}{4}<a<-\frac{3}{4}$时，函数h（x）有三个零点．

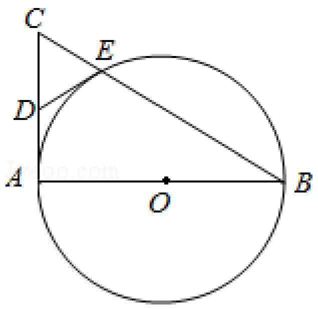
【点评】本题考查了导数的运算法则、利用导数的几何意义研究切线方程、利用导数研究函数的单调性极值，考查了分类讨论思想方法、推理能力与计算能力，属于难题．

选修4—1:几何证明选讲

22．（10分）如图，AB是⊙O的直径，AC是⊙O的切线，BC交⊙O于点E．

（Ⅰ）若D为AC的中点，证明：DE是⊙O的切线；

（Ⅱ）若OA=$\sqrt{3}$CE，求∠ACB的大小．



【考点】N9：圆的切线的判定定理的证明．

【专题】5B：直线与圆．

【分析】（Ⅰ）连接AE和OE，由三角形和圆的知识易得∠OED=90°，可得DE是⊙O的切线；

（Ⅱ）设CE=1，AE=x，由射影定理可得关于x的方程$x^2=\sqrt{12-x^2}$，解方程可得x值，可得所求角度．

【解答】解：（Ⅰ）连接AE，由已知得AE⊥BC，AC⊥AB，

在RT△ABC中，由已知可得DE=DC，∴∠DEC=∠DCE，

连接OE，则∠OBE=∠OEB，

又∠ACB+∠ABC=90°，∴∠DEC+∠OEB=90°，

∴∠OED=90°，∴DE是⊙O的切线；

（Ⅱ）设CE=1，AE=x，

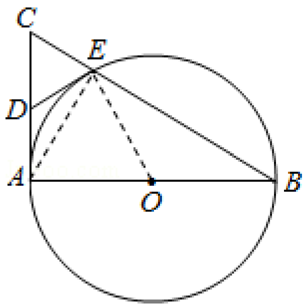
由已知得AB=$2\sqrt{3}$，BE=$\sqrt{12-x^2}$，

由射影定理可得AE^2=CE•BE，

∴$x^2=\sqrt{12-x^2}$，即$x^4+x^2-12=0$，

解方程可得x=$\sqrt{3}$

∴∠ACB=60°



【点评】本题考查圆的切线的判定，涉及射影定理和三角形的知识，属基础题．

选修4—4：坐标系与参数方程

23．（10分）在直角坐标系xOy中，直线C_1：x=﹣2，圆C_2：（x﹣1）^{2}+（y﹣2）^{2}=1，以坐标原点为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系．

（Ⅰ）求C_1，C_2的极坐标方程；

（Ⅱ）若直线C_3的极坐标方程为$\theta=\frac{\pi}{4}$（ρ∈R），设C_2与C_3的交点为M，N，求△C_2MN的面积．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程．

【专题】5S：坐标系和参数方程．

【分析】（Ⅰ）由条件根据x=ρcosθ，y=ρsinθ求得C_1，C_2的极坐标方程．

（Ⅱ）把直线C_3的极坐标方程代入$\rho^2-3\sqrt{2}\rho+4=0$，求得ρ_1和ρ_2的值，结合圆的半径可得$C_2M\perp C_2N$，从而求得△C_2MN的面积$\frac{1}{2}$•C_2M•C_2N的值．

【解答】解：（Ⅰ）由于x=ρcosθ，y=ρsinθ，∴C_1：x=﹣2 的

极坐标方程为 ρcosθ=﹣2，

故C_2：（x﹣1）^{2}+（y﹣2）^{2}=1的极坐标方程为：

（ρcosθ﹣1）^{2}+（ρsinθ﹣2）^{2}=1，

化简可得ρ^2﹣（2ρcosθ+4ρsinθ）+4=0．

（Ⅱ）把直线C_3的极坐标方程$\theta=\frac{\pi}{4}$（ρ∈R）代入

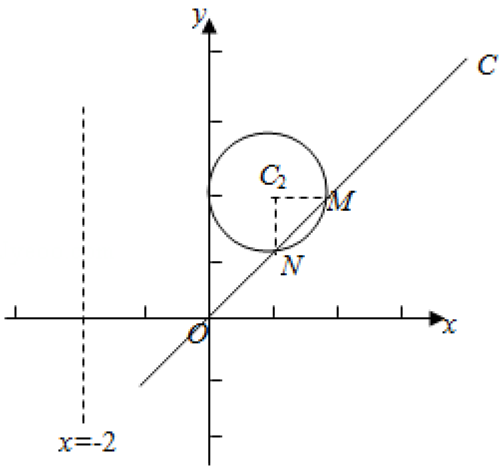
圆C_2：（x﹣1）^{2}+（y﹣2）^{2}=1，

可得ρ^2﹣（2ρcosθ+4ρsinθ）+4=0，

求得$\rho_1=2\sqrt{2}$，$\rho_2=\sqrt{2}$，

∴$|MN|=|\rho_1-\rho_2|=\sqrt{2}$，由于圆$C_2$的半径为1，∴$C_2M\perp C_2N$，

$\triangle C_2MN$的面积为$\frac{1}{2}\bullet C_2M\bullet C_2N=\frac{1}{2}\bullet 1\bullet 1=\frac{1}{2}$.



【点评】本题主要考查简单曲线的极坐标方程，点的极坐标的定义，属于基础题.

选修4—5：不等式选讲

24．（10分）已知函数f（x）=$|x+1|-2|x-a|$，a＞0.

（Ⅰ）当a=1时，求不等式f（x）＞1的解集；

（Ⅱ）若f（x）的图象与x轴围成的三角形面积大于6，求a的取值范围.

【考点】R5：绝对值不等式的解法.

【专题】59：不等式的解法及应用.

【分析】（Ⅰ）当a=1时，把原不等式去掉绝对值，转化为与之等价的三个不等式组，分别求得每个不等式组的解集，再取并集，即得所求．（Ⅱ）化简函数f（x）的解析式，求得它的图象与x轴围成的三角形的三个顶点的坐标，从而求得f（x）的图象与x轴围成的三角形面积；再根据f（x）的图象与x轴围成的三角形面积大于6，从而求得a的取值范围.

【解答】解：（Ⅰ）当a=1时，不等式f（x）＞1，即$|x+1|-2|x-1|>1$，

即$\begin{cases}x<-1\\-x-1-2(1-x)>1\end{cases}$①，或$\begin{cases}-1\leqslant x<1\\x+1-2(1-x)>1\end{cases}$②，

或$\begin{cases} x\geqslant 1 \\ x+1-2(x-1)>1 \end{cases}$③.

解①求得x∈∅，解②求得$\frac{2}{3}<x<1$，解③求得$1\le x<2$.

综上可得，原不等式的解集为（$\frac{2}{3}$，2）.

（Ⅱ）函数f（x）=|x+1|－2|x－a|=$\begin{cases} x-1-2a, & x<-1 \\ 3x+1-2a, & -1\leqslant x\leqslant a, \\ -x+1+2a, & x>a \end{cases}$

由此求得f（x）的图象与x轴的交点A（$\frac{2a-1}{3}$，0），

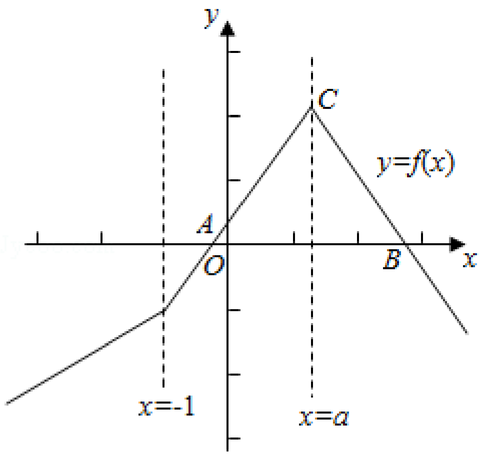
B（2a+1，0），

故f（x）的图象与x轴围成的三角形的第三个顶点C（a，a+1），

由△ABC的面积大于6，

可得$\frac{1}{2}[2a+1-\frac{2a-1}{3}]\bullet(a+1)>6$，求得a>2.

故要求的a的范围为（2，+∞）.



【点评】本题主要考查绝对值不等式的解法，体现了转化、分类讨论的数学思想，属于中档题.