

2014 年普通高等学校招生全国统一考试（四川卷理科）

一. 选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0\}$ ，集合 B 为整数集，则 $A \cap B = (\quad)$

A. $\{-1, 0, 1, 2\}$ B. $\{-2, -1, 0, 1\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 0\}$

2. 在 $x(1+x)^6$ 的展开式中，含 x^3 项的系数为 (\quad)

A. 30 B. 20 C. 15 D. 10

3. 为了得到函数 $y = \sin(2x+1)$ 的图象，只需把函数 $y = \sin 2x$ 的图象上所有的点 (\quad)

A. 向左平行移动 $\frac{1}{2}$ 个单位长度 B. 向右平行移动 $\frac{1}{2}$ 个单位长度

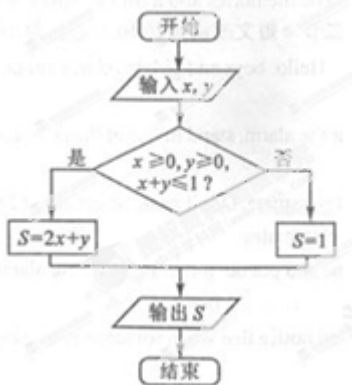
C. 向左平行移动 1 个单位长度 D. 向右平行移动 1 个单位长度

4. 若 $a > b > 0$ ， $c < d < 0$ ，则一定有 (\quad)

A. $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ B. $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$ C. $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$ D. $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$

5. 执行如图 1 所示的程序框图，如果输入的 $x, y \in R$ ，则输出的 S 的最大值为 (\quad)

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3



6. 六个人从左至右排成一行，最左端只能排甲或乙，学科网最右端不能排甲，则不同的排法共有 (\quad)

A. 192 种 B. 216 种 C. 240 种 D. 288 种

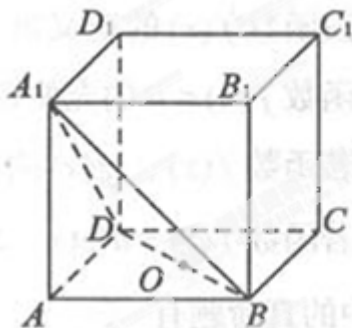
7. 平面向量 $\vec{a} = (1, 2)$ ， $\vec{b} = (4, 2)$ ， $\vec{c} = m\vec{a} + \vec{b}$ ($m \in R$)，且 \vec{c} 与 \vec{a} 的夹角等于 \vec{c} 与 \vec{b} 的夹角，则 $m = (\quad)$

A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

8. 如图，在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，点 O 为线段 BD 的中点。设点 P 在线段 CC_1 上，直线 OP 与平

面 A_1BD 所成的角为 α ，则 $\sin \alpha$ 的取值范围是 ()

- A. $[\frac{\sqrt{3}}{3}, 1]$ B. $[\frac{\sqrt{6}}{3}, 1]$ C. $[\frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3}]$ D. $[\frac{2\sqrt{2}}{3}, 1]$



9. 已知 $f(x) = \ln(1+x) - \ln(1-x)$, $x \in (-1, 1)$. 现有下列命题:

① $f(-x) = -f(x)$; ② $f(\frac{2x}{x^2+1}) = 2f(x)$; ③ $|f(x)| \geq 2|x|$. 其中的所有正确命题的序号是 ()

- A. ①②③ B. ②③ C. ①③ D. ①②

10. 已知 F 是抛物线 $y^2 = x$ 的焦点, 点 A, B 在该抛物线上且位于 x 轴的两侧, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 2$ (其中 O 为坐标原点), 则 $\triangle ABO$ 与 $\triangle AFO$ 面积之和的最小值是 ()

- A. 2 B. 3 C. $\frac{17\sqrt{2}}{8}$ D. $\sqrt{10}$

二. 填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

11. 复数 $\frac{2-2i}{1+i} =$ _____。

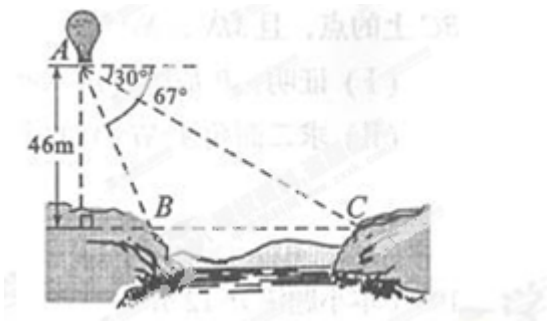
12. 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的周期为 2 的函数, 当 $x \in [-1, 1)$ 时, $f(x) = \begin{cases} -4x^2 + 2, & -1 \leq x < 0, \\ x, & 0 \leq x < 1, \end{cases}$ 则

$f(\frac{3}{2}) =$ _____。

13. 如图, 从气球 A 上测得正前方的河流的两岸 B, C 的俯角分别为 $67^\circ, 30^\circ$, 此时气球的高是 $46m$,

则河流的宽度 BC 约等于 _____ m 。(用四舍五入法将结果精确到个位。参考数据: $\sin 67^\circ \approx 0.92$,

$\cos 67^\circ \approx 0.39, \sin 37^\circ \approx 0.60, \cos 37^\circ \approx 0.80, \sqrt{3} \approx 1.73$)



14. 设 $m \in R$ ，过定点 A 的动直线 $x + my = 0$ 和过定点 B 的动直线 $mx - y - m + 3 = 0$ 交于点 $P(x, y)$ ，则 $|PA| \cdot |PB|$ 的最大值是_____。

15. 以 A 表示值域为 R 的函数组成的集合， B 表示具有如下性质的函数 $\varphi(x)$ 组成的集合：对于函数 $\varphi(x)$ ，存在一个正数 M ，使得函数 $\varphi(x)$ 的值域包含于区间 $[-M, M]$ 。例如，当 $\varphi_1(x) = x^3$ ， $\varphi_2(x) = \sin x$ 时， $\varphi_1(x) \in A$ ， $\varphi_2(x) \in B$ 。现有如下命题：

① 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D ，则“ $f(x) \in A$ ”的充要条件是“ $\forall b \in R, \exists a \in D, f(a) = b$ ”；

② 学科网函数 $f(x) \in B$ 的充要条件是 $f(x)$ 有最大值和最小值；

③ 若函数 $f(x)$ ， $g(x)$ 的定义域相同，且 $f(x) \in A$ ， $g(x) \in B$ ，则 $f(x) + g(x) \notin B$ ；

④ 若函数 $f(x) = a \ln(x+2) + \frac{x}{x^2+1}$ ($x > -2, a \in R$) 有最大值，则 $f(x) \in B$ 。

其中的真命题有_____。(写出所有真命题的序号)

三. 解答题：本大题共 6 小题，共 75 分。解答须写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16. 已知函数 $f(x) = \sin(3x + \frac{\pi}{4})$ 。

(1) 求 $f(x)$ 的单调递增区间；

(2) 若 α 是第二象限角， $f(\frac{\alpha}{3}) = \frac{4}{5} \cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) \cos 2\alpha$ ，求 $\cos \alpha - \sin \alpha$ 的值。

17. 一款击鼓小游戏的规则如下：每盘游戏都需要击鼓三次，每次击鼓要么出现一次音乐，要么不出现音乐；每盘游戏击鼓三次后，出现一次音乐获得 10 分，出现两次音乐获得 20 分，出现三次音乐获得 100 分，没有出现音乐则扣除 200 分（即获得 -200 分）。学科网设每次击鼓出现音乐的概率为 $\frac{1}{2}$ ，且各次击鼓出现音乐相互独立。

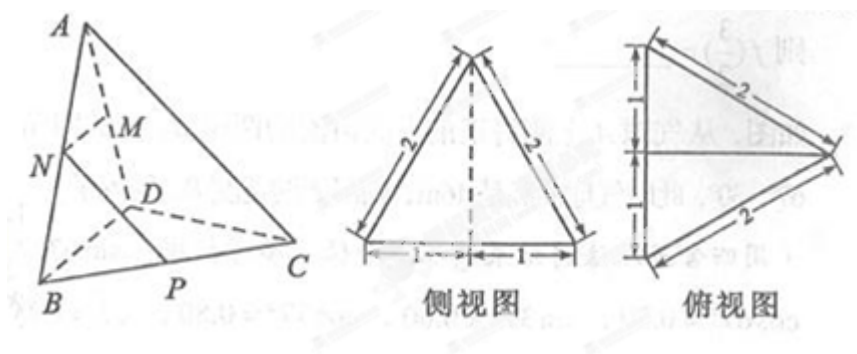
(1) 设每盘游戏获得的分数为 X ，求 X 的分布列；

(2) 玩三盘游戏，至少有一盘出现音乐的概率是多少？

(3) 玩过这款游戏的许多人都发现，若干盘游戏后，与最初的分数相比，分数没有增加反而减少了。请运用概率统计的相关知识分析分数减少的原因。

18. 三棱锥 $A-BCD$ 及其侧视图、俯视图如图所示。设 M ， N 分别为线段 AD ， AB 的中点， P 为线段 BC 上的点，且 $MN \perp NP$ 。

- (1) 证明： P 为线段 BC 的中点；
- (2) 求二面角 $A-NP-M$ 的余弦值。



19. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ，点 (a_n, b_n) 在函数 $f(x) = 2^x$ 的图象上 ($n \in \mathbb{N}^*$)。

- (1) 若 $a_1 = -2$ ，点 $(a_8, 4b_7)$ 在函数 $f(x)$ 的图象上，求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ；
- (2) 若 $a_1 = 1$ ，函数 $f(x)$ 的图象在点 (a_2, b_2) 处的切线在 x 轴上的截距为 $2 - \frac{1}{\ln 2}$ ，求数列 $\{\frac{a_n}{b_n}\}$ 的前 n 项和 T_n 。

20. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的焦距为 4，其短轴的两个端点与长轴的一个端点构成正三角形。

- (1) 求椭圆 C 的标准方程；
- (2) 设 F 为椭圆 C 的左焦点， T 为直线 $x = -3$ 上任意一点，过 F 作 TF 的垂线交椭圆 C 于点 P, Q 。
 - (i) 证明： OT 平分线段 PQ (其中 O 为坐标原点)；
 - (ii) 当 $\frac{|TF|}{|PQ|}$ 最小时，求点 T 的坐标。

21. 已知函数 $f(x) = e^x - ax^2 - bx - 1$ ，其中 $a, b \in \mathbb{R}$ ， $e = 2.71828 \dots$ 为自然对数的底数。

- (I) 设 $g(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数，求函数 $g(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最小值；

(II) 若 $f(1) = 0$ ，函数 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 内有零点，求 a 的取值范围