

2017年普通高等学校招生全国统一考试（山东卷）

文科数学

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 设集合 $M = \{x \mid |x-1| < 1\}$, $N = \{x \mid x < 2\}$ 则 $M \cap N =$

A. $(-1, 1)$ B. $(-1, 2)$

C. $(0, 2)$ D. $(1, 2)$

(2) 已知 i 是虚数单位，若复数 z 满足 $zi = 1+i$ ，则 $z^2 =$

A. $-2i$ B. $2i$

C. -2 D. 2

(3) 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2y+5 \leq 0, \\ x+3 \geq 0, \\ y \leq 2, \end{cases}$ 则 $z = x+2y$ 的最大值是

A. -3 B. -1

C. 1 D. 3

(4) 已知 $\cos x = \frac{3}{4}$ ，则 $\cos 2x =$

A. $-\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{4}$

C. $-\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{8}$

(5) 已知命题 $p: \exists x \in R$ ，

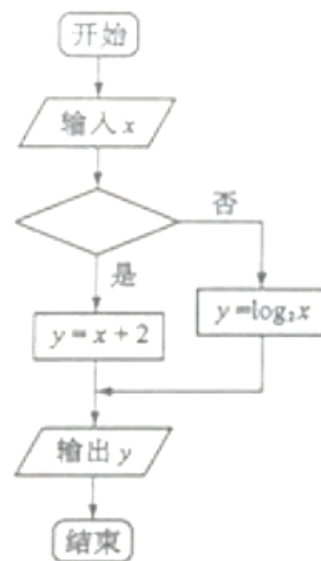
$x^2 - x + 1 \geq 0$ ；命题 q : 若 $a^2 < b^2$ ，则 $a < b$ 。下列命题为真命题的是

A. $p \wedge q$ B. $p \wedge \neg q$

C. $\neg p \wedge q$ D. $\neg p \wedge \neg q$

(6) 执行右侧的程序框图，当输入的 x 的值为4时，输出的 y 的值为2，则空白判断框中的条件可能

A. $x > 3$ B. $x > 4$



C. $x \leq 4$

D. $x \leq 5$

(7) 函数 $y = \sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x$ 最小正周期为

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{2\pi}{3}$

C. π

D. 2π

(8) 如图所示的茎叶图记录了甲、乙两组各5名工人某日的产量数据（单位：件）。若这两组数据的中位数相等，且平均值也相等，则x和y的值分别为

甲组		乙组	
6	5	9	
2 5	6	1 7	y
x 4	7	8	

A. 3, 5

B. 5, 5

C. 3, 7

D. 5, 7

(9) 设 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & 0 < x < 1 \\ 2(x-1), & x \geq 1 \end{cases}$ ，若 $f(a) = f(a+1)$ ，则 $f(\frac{1}{a}) =$

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

(10) 若函数 $e^x f(x)$ ($e = 2.71828\dots$ 是自然对数的底数) 在 $f(x)$ 的定义域上单调递增，则称函数 $f(x)$ 具有M性质，下列函数中具有M性质的是

A. $f(x) = 2^{-x}$

B. $f(x) = x^2$

C. $f(x) = 3^{-x}$

D. $f(x) = \cos x$

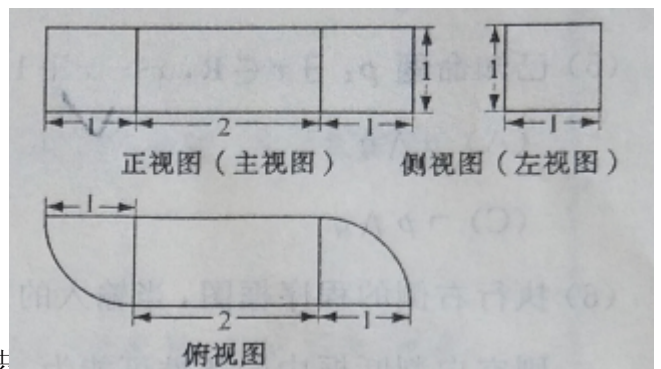
二、填空题：本大题共5小题，每小题5分，共25分

(11) 已知向量 $\mathbf{a} = (2, 6)$ ， $\mathbf{b} = (-1, \lambda)$ ，若 $\mathbf{a} // \mathbf{b}$ ，则 $\lambda =$ _____。

(12) 若直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ($a > 0, b > 0$)

过点 $(1, 2)$ ，则 $2a + b$ 的最小值为_____。

(13) 由一个长方体和两个 $\frac{1}{4}$



圆柱构成的几何体的三视图如右图，则该几何体的体积为_____。

(14) 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数，且 $f(x+4) = f(x-2)$ 。若当 $x \in [-3, 0]$ 时，

$$f(x) = 6^{-x}, \text{ 则 } f(919) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(15) 在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$

的右支与焦点为 F 的抛物线 $x^2 = 2py(p > 0)$ 交于 A, B 两点，若

$$|AF| + |BF| = 4|OF|, \text{ 则该双曲线的渐近线方程为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

三、解答题：本大题共6小题，共75分。

(16) (本小题满分12分)

某旅游爱好者计划从3个亚洲国家 A_1, A_2, A_3 和3个欧洲国家 B_1, B_2, B_3 中选择2个国家去旅游。

(I) 若从这6个国家中任选2个，求这2个国家都是亚洲国家的概率；

(II) 若从亚洲国家和欧洲国家中个任选1个，求这2个国家包括 A_1 但不包括 B 的概率。

(17) (本小题满分12分)

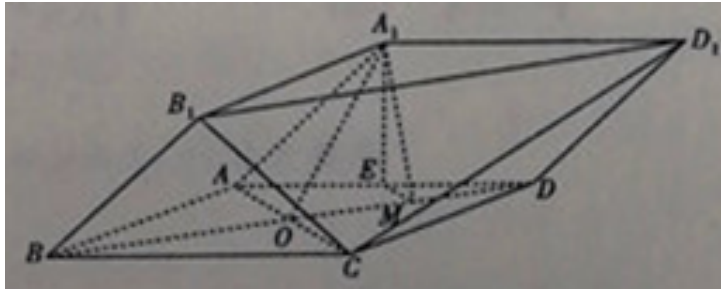
在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $b=3$ ， $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -6$ ， $S_{\triangle ABC} = 3$ ，求 A 和 a 。

(18) (本小题满分12分)

由四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 截去三棱锥 $C_1 - B_1CD_1$ 后得到的几何体如图所示，四边形 $ABCD$ 为正方形， O 为 AC 与 BD 的交点， E 为 AD 的中点， $A_1E \perp$ 平面 $ABCD$ ，

(I) 证明： $A_1O \parallel$ 平面 B_1CD_1 ；

(II) 设 M 是 OD 的中点，证明：平面 $A_1EM \perp$ 平面 B_1CD_1 。



(19) (本小题满分12分)

已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, 且 $a_1 + a_2 = 6, a_1 a_2 = a_3$

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 通项公式;

(II) $\{b_n\}$ 为各项非零的等差数列, 其前 n 项和为 S_n 知 $S_{2n+1} = b_n b_{n+1}$, 求数列

$\{\frac{b_n}{a_n}\}$ 的前 n 项和 T_n .

(20) (本小题满分13分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2, a \in R$,

(1) 当 $a = 2$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(3, f(3))$ 处的切线方程;

(2) 设函数 $g(x) = f(x) + (x - a)\cos x - \sin x$, 讨论 $g(x)$ 的单调性并判断有无极值, 有极值时求出极值.

(21) (本小题满分14分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 椭圆 C

截直线 $y=1$ 所得线段的长度为 $2\sqrt{2}$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 动直线 $l: y = kx + m (m \neq 0)$ 交椭圆 C 于 A, B 两点, 交 y 轴于点 M . 点 N 是 M 关于 O 的对称点, 圆 N 的半径为 $|NO|$.

设 D 为 AB 的中点, DE, DF 与圆 N 分别相切于点 E, F , 求 $\angle EDF$ 的最小值.

