

绝密★启用前

2019年全国统一高考数学试卷（文科）（全国新课标 I）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设  $z = \frac{3-i}{1+2i}$ ，则  $|z| =$

- A. 2                      B.  $\sqrt{3}$                       C.  $\sqrt{2}$                       D. 1

2. 已知集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ， $A = \{2, 3, 4, 5\}$ ， $B = \{2, 3, 6, 7\}$ ，则  $B \cap \complement_U A =$

- A.  $\{1, 6\}$                       B.  $\{1, 7\}$                       C.  $\{6, 7\}$                       D.  $\{1, 6, 7\}$

3. 已知  $a = \log_2 0.2$ ， $b = 2^{0.2}$ ， $c = 0.2^{0.3}$ ，则

- A.  $a < b < c$                       B.  $a < c < b$                       C.  $c < a < b$                       D.  $b < c < a$

4. 古希腊时期，人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是

$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  ( $\frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$ ，称为黄金分割比例)，著名的“断臂维纳斯”便是如此。此外，

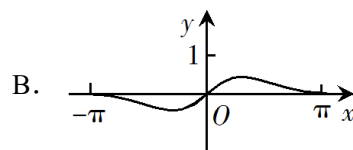
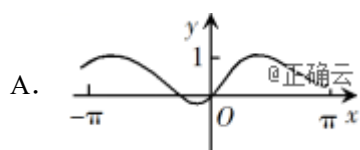
最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 。若某人满足上述

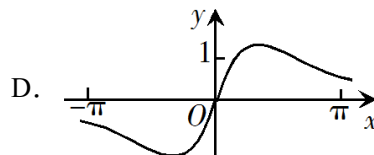
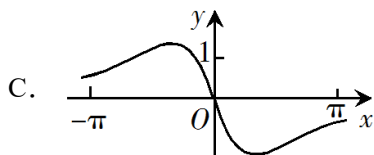
两个黄金分割比例，且腿长为105cm，头顶至脖子下端的长度为26 cm，则其身高可能是



- A. 165 cm                      B. 175 cm                      C. 185 cm                      D. 190 cm

5. 函数  $f(x) = \frac{\sin x + x}{\cos x + x^2}$  在  $[-\pi, \pi]$  的图像大致为





6. 某学校为了解1000名新生的身体素质，将这些学生编号为1, 2, ..., 1000，从这些新生中用系统抽样方法等距抽取100名学生进行体质测验.若46号学生被抽到，则下面4名学生中被抽到的是

- A. 8号学生                      B. 200号学生                      C. 616号学生                      D. 815号学生

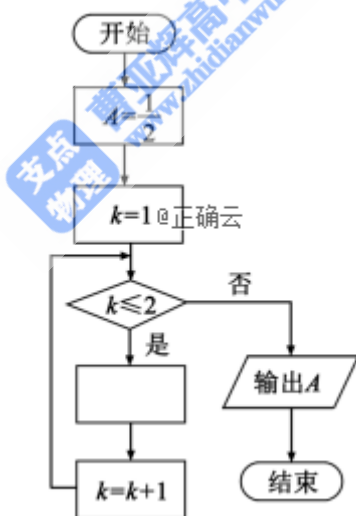
7.  $\tan 255^\circ =$

- A.  $-2 - \sqrt{3}$                       B.  $-2 + \sqrt{3}$                       C.  $2 - \sqrt{3}$                       D.  $2 + \sqrt{3}$

8. 已知非零向量  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  满足  $|\mathbf{a}| = 2|\mathbf{b}|$ , 且  $(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \perp \mathbf{b}$ , 则  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  的夹角为

- A.  $\frac{\pi}{6}$                                   B.  $\frac{\pi}{3}$                                   C.  $\frac{2\pi}{3}$                                   D.  $\frac{5\pi}{6}$

9. 如图是求  $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}$  的程序框图，图中空白框中应填入



- A.  $A = \frac{1}{2 + A}$                       B.  $A = 2 + \frac{1}{A}$                       C.  $A = \frac{1}{1 + 2A}$                       D.  $A = 1 + \frac{1}{2A}$

10. 双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的一条渐近线的倾斜角为  $130^\circ$ , 则  $C$  的离心率为

- A.  $2\sin 40^\circ$                       B.  $2\cos 40^\circ$                       C.  $\frac{1}{\sin 50^\circ}$                       D.  $\frac{1}{\cos 50^\circ}$

11.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $a\sin A - b\sin B = 4c\sin C$ ,  $\cos A = -\frac{1}{4}$ ,

则  $\frac{b}{c} =$

- A. 6                                      B. 5                                      C. 4                                      D. 3

12. 已知椭圆  $C$  的焦点为  $F_1(-1,0), F_2(1,0)$ , 过  $F_2$  的直线与  $C$  交于  $A, B$  两点. 若

$|AF_2| = 2|F_2B|$ ,  $|AB| = |BF_1|$ , 则  $C$  的方程为

- A.  $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$                       B.  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$                       C.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$                       D.  $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 曲线  $y = 3(x^2 + x)e^x$  在点  $(0,0)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_.

14. 记  $S_n$  为等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和. 若  $a_1 = 1, S_3 = \frac{3}{4}$ , 则  $S_4 =$ \_\_\_\_\_.

15. 函数  $f(x) = \sin(2x + \frac{3\pi}{2}) - 3\cos x$  的最小值为\_\_\_\_\_.

16. 已知  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $P$  为平面  $ABC$  外一点,  $PC = 2$ , 点  $P$  到  $\angle ACB$  两边  $AC, BC$  的距离均为  $\sqrt{3}$ , 那么  $P$  到平面  $ABC$  的距离为\_\_\_\_\_.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：60分。

17. (12分)

某商场为提高服务质量，随机调查了50名男顾客和50名女顾客，每位顾客对该商场的服务给出满意或不满意的评价，得到下面列联表：

	满意	不满意
男顾客	40	10
女顾客	30	20

- (1) 分别估计男、女顾客对该商场服务满意的概率；  
 (2) 能否有95%的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异？

附：  $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ .

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
)			

$k$	3.841	6.635	10.828
-----	-------	-------	--------

18. (12分)

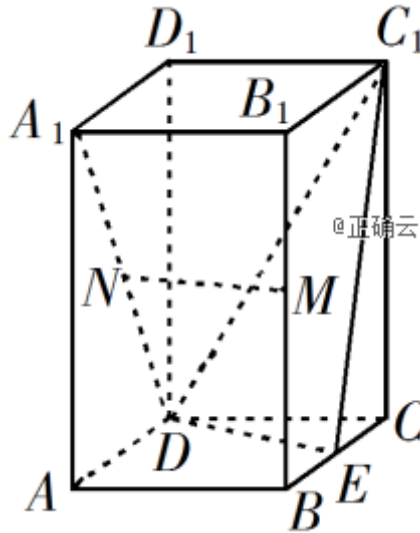
记 $S_n$ 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和, 已知 $S_9 = -a_5$ .

- (1) 若 $a_3 = 4$ , 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 若 $a_1 > 0$ , 求使得 $S_n \geq a_n$ 的 $n$ 的取值范围.

19. (12分)

如图, 直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$

的底面是菱形,  $AA_1 = 4$ ,  $AB = 2$ ,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $E, M, N$ 分别是 $BC, BB_1, A_1D$ 的中点.



- (1) 证明:  $MN \parallel$  平面  $C_1DE$ ;
- (2) 求点  $C$  到平面  $C_1DE$  的距离.

20. (12分)

已知函数  $f(x) = 2\sin x - x\cos x - x$ ,  $f'(x)$  为  $f(x)$  的导数.

- (1) 证明:  $f'(x)$  在区间  $(0, \pi)$  存在唯一零点;
- (2) 若  $x \in [0, \pi]$  时,  $f(x) \geq ax$ , 求  $a$  的取值范围.

21. (12分)

已知点  $A, B$  关于坐标原点  $O$  对称,  $|AB| = 4$ ,  $\odot M$  过点  $A, B$  且与直线  $x+2=0$  相切.

- (1) 若  $A$  在直线  $x+y=0$  上, 求  $\odot M$  的半径;
- (2) 是否存在定点  $P$ , 使得当  $A$  运动时,  $|MA| - |MP|$  为定值? 并说明理由.

(二) 选考题: 共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第

一题计分。

22. [选修4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 $xOy$ 中, 曲线 $C$ 的参数方程为 
$$\begin{cases} x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \\ y = \frac{4t}{1+t^2} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
 以坐标原点 $O$ 为

极点,  $x$ 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 $l$ 的极坐标方程为

$$2\rho \cos \theta + \sqrt{3}\rho \sin \theta + 11 = 0.$$

(1) 求 $C$ 和 $l$ 的直角坐标方程;

(2) 求 $C$ 上的点到 $l$ 距离的最小值.

23. [选修4-5: 不等式选讲] (10分)

已知 $a, b, c$ 为正数, 且满足 $abc=1$ . 证明:

(1) 
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq a^2 + b^2 + c^2;$$

(2) 
$$(a+b)^3 + (b+c)^3 + (c+a)^3 \geq 24.$$