

2016年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅲ）

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. (5分) 设集合 $S = \{x \mid (x - 2)(x - 3) \geq 0\}$, $T = \{x \mid x > 0\}$, 则 $S \cap T =$ ()

- A. $[2, 3]$ B. $(-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$
 C. $[3, +\infty)$ D. $(0, 2] \cup [3, +\infty)$

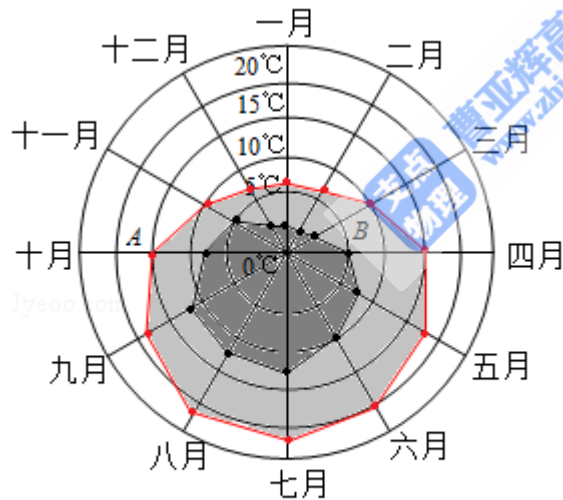
2. (5分) 若 $z = 1 + 2i$, 则 $\frac{4i}{z \cdot \bar{z} - 1} =$ ()

- A. 1 B. -1 C. i D. -i

3. (5分) 已知向量 $\vec{BA} = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, $\vec{BC} = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$, 则 $\angle ABC =$ ()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 120°

4. (5分) 某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况, 绘制了一年中各月平均最高气温和平均最低气温的雷达图, 图中A点表示十月的平均最高气温约为 15°C , B点表示四月的平均最低气温约为 5°C , 下面叙述不正确的是 ()



——平均最低气温 ——平均最高气温

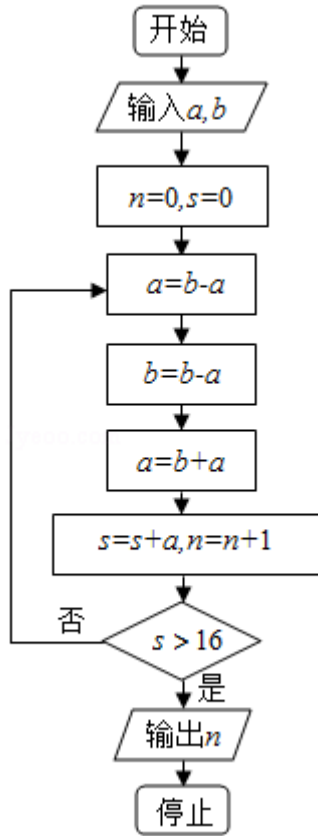
- A. 各月的平均最低气温都在 0°C 以上
 B. 七月的平均温差比一月的平均温差大
 C. 三月和十一月的平均最高气温基本相同
 D. 平均最高气温高于 20°C 的月份有5个
5. (5分) 若 $\tan\alpha = \frac{3}{4}$, 则 $\cos^2\alpha + 2\sin 2\alpha =$ ()

- A. $\frac{64}{25}$ B. $\frac{48}{25}$ C. 1 D. $\frac{16}{25}$

6. (5分) 已知 $a=2^{\frac{4}{3}}$, $b=3^{\frac{2}{3}}$, $c=25^{\frac{1}{3}}$, 则 ()

- A. $b < a < c$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

7. (5分) 执行如图程序框图, 如果输入的 $a=4$, $b=6$, 那么输出的 $n=$ ()

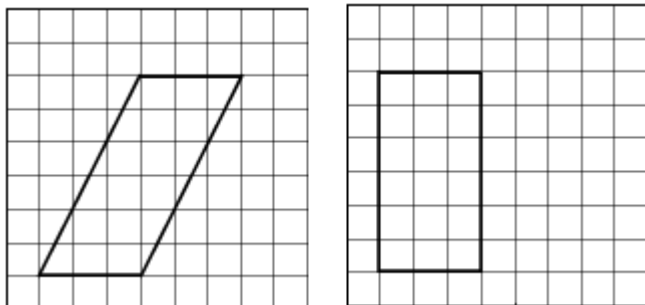


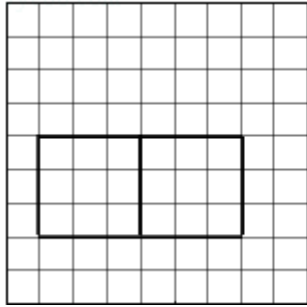
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

8. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, $B=\frac{\pi}{4}$, BC 边上的高等于 $\frac{1}{3}BC$, 则 $\cos A$ 等于 ()

- A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ C. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ D. $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$

9. (5分) 如图, 网格纸上小正方形的边长为1, 粗实线画出的是某多面体的三视图, 则该多面体的表面积为 ()





- A. $18+36\sqrt{5}$ B. $54+18\sqrt{5}$ C. 90 D. 81

10. (5分) 在封闭的直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 内有一个体积为 V 的球, 若 $AB \perp BC$, $AB=6$, $BC=8$, $AA_1=3$, 则 V 的最大值是 ()

- A. 4π B. $\frac{9\pi}{2}$ C. 6π D. $\frac{32\pi}{3}$

11. (5分) 已知 O 为坐标原点, F 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左焦点, A , B 分别为 C 的左, 右顶点. P 为 C 上一点, 且 $PF \perp x$ 轴, 过点 A 的直线 l 与线段 PF 交于点 M , 与 y 轴交于点 E . 若直线 BM 经过 OE 的中点, 则 C 的离心率为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

12. (5分) 定义“规范01数列” $\{a_n\}$ 如下: $\{a_n\}$ 共有 $2m$ 项, 其中 m 项为 0, m 项为 1, 且对任意 $k \leq 2m$, a_1, a_2, \dots, a_k 中 0 的个数不少于 1 的个数, 若 $m=4$, 则不同的“规范01数列”共有 ()

- A. 18个 B. 16个 C. 14个 D. 12个

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题5分.

13. (5分) 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+1 \geq 0 \\ x-2y \leq 0 \\ x+2y-2 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z=x+y$ 的最大值为_____.

14. (5分) 函数 $y = \sin x - \sqrt{3}\cos x$ 的图象可由函数 $y = \sin x + \sqrt{3}\cos x$ 的图象至少向右平移_____个单位长度得到.

15. (5分) 已知 $f(x)$ 为偶函数, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = \ln(-x) + 3x$, 则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, -3)$ 处的切线方程是_____.

16. (5分) 已知直线 $l: mx+y+3m-\sqrt{3}=0$ 与圆 $x^2+y^2=12$ 交于 A, B 两点, 过 A, B

分别作l的垂线与x轴交于C, D两点, 若 $|AB|=2\sqrt{3}$, 则 $|CD|$ =_____.

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前n项和 $S_n=1+\lambda a_n$, 其中 $\lambda \neq 0$.

(1) 证明 $\{a_n\}$ 是等比数列, 并求其通项公式;

(2) 若 $S_5=\frac{31}{32}$, 求 λ .

18. (12分) 如图是我国2008年至2014年生活垃圾无害化处理量(单位: 亿吨)的折线图.

注: 年份代码1-7分别对应年份2008-2014.

(I) 由折线图看出, 可用线性回归模型拟合 y 与 t 的关系, 请用相关系数加以证明;

(II) 建立 y 关于 t 的回归方程(系数精确到0.01), 预测2016年我国生活垃圾无害化处理量.

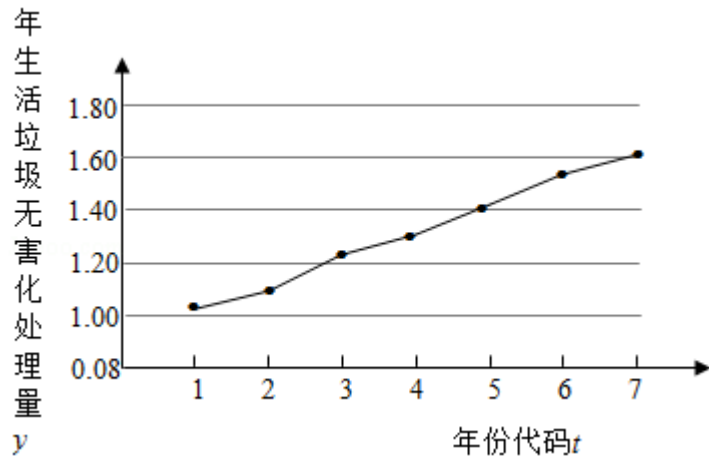
附注:

参考数据: $\sum_{i=1}^7 y_i=9.32$, $\sum_{i=1}^7 t_i y_i=40.17$, $\sqrt{\sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2}=0.55$, $\sqrt{7} \approx 2.646$.

参考公式: 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$,

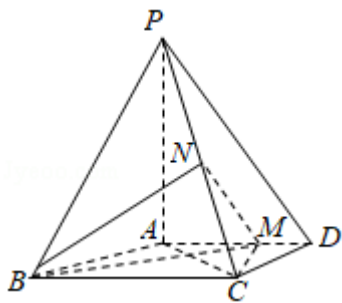
回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}t$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}.$$



19. (12分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AB=AD=AC=3$, $PA=BC=4$, M 为线段 AD 上一点, $AM=2MD$, N 为 PC 的中点.

- (1) 证明: $MN \parallel$ 平面 PAB ;
- (2) 求直线 AN 与平面 PMN 所成角的正弦值.



20. (12分) 已知抛物线C: $y^2=2x$ 的焦点为F, 平行于x轴的两条直线 l_1, l_2 分别交C于A, B两点, 交C的准线于P, Q两点.

(I) 若F在线段AB上, R是PQ的中点, 证明 $AR \parallel FQ$;

(II) 若 $\triangle PQF$ 的面积是 $\triangle ABF$ 的面积的两倍, 求AB中点的轨迹方程.

21. (12分) 设函数 $f(x) = a\cos 2x + (a-1)(\cos x + 1)$, 其中 $a > 0$, 记 $|f(x)|$ 的最大值为A.

(I) 求 $f'(x)$;

(II) 求A;

(III) 证明: $|f'(x)| \leq 2A$.

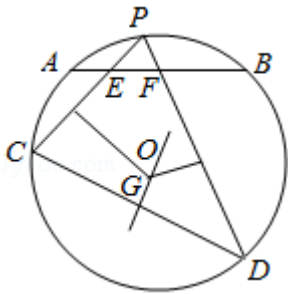
请考生在第22-

24题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分.[选修4-

1: 几何证明选讲]

22. (10分) 如图， $\odot O$ 中 \widehat{AB} 的中点为P，弦PC，PD分别交AB于E，F两点.

- (1) 若 $\angle PFB=2\angle PCD$ ，求 $\angle PCD$ 的大小；
- (2) 若EC的垂直平分线与FD的垂直平分线交于点G，证明： $OG \perp CD$.



[选修4-4: 坐标系与参数方程]

23. 在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为
$$\begin{cases} x=\sqrt{3}\cos\alpha \\ y=\sin\alpha \end{cases} \quad (\alpha \text{ 为参数})$$
，以坐标原点为极点，以 x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}$.

- (1) 写出 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程；
- (2) 设点P在 C_1 上，点Q在 C_2 上，求 $|PQ|$ 的最小值及此时P的直角坐标.

[选修4-5: 不等式选讲]

24. 已知函数 $f(x) = |2x - a| + a$.

(1) 当 $a=2$ 时, 求不等式 $f(x) \leq 6$ 的解集;

(2) 设函数 $g(x) = |2x - 1|$, 当 $x \in \mathbb{R}$ 时, $f(x) + g(x) \geq 3$, 求 a 的取值范围.