

绝密★启用并使用完毕前

2010年普通高等学校招生全国统一考试（山东卷）

文科数学

本试卷分第I卷和第II卷两部分，共4页。满分150分。考试用时120分钟。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用0.5毫米黑色墨水签字笔将自己的姓名、座号、准考证号、县区和科类填写在答题卡和试卷规定的位置上。
2. 第I卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
3. 第II卷必须用0.5毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带。不按以上要求作答的答案无效。
4. 填空题请直接填写答案，解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

参考公式：

锥体的体积公式： $V = \frac{1}{3}Sh$ 。其中S是锥体的底面积， h 是锥体的高。

如果事件A、B互斥，那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$ ；

如果事件A、B独立，那么 $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$

第I卷（共60分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = R$ ，集合 $M = \{x | x^2 - 4 \leq 0\}$ ，则 $\complement_U M =$

- (A) $\{x | -2 < x < 2\}$ (B) $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$
(C) $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$ (D) $\{x | x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 2\}$

(2) 已知 $\frac{a+2i}{i} = b+i$ ($a, b \in R$)，其中 i 为虚数单位，则 $a+b =$

- (A) -1 (B) 1 (C) 2 (D) 3

(3) $f(x) = \log_2(3^x + 1)$ 的值域为

- (A) $(0, +\infty)$ (B) $[0, +\infty)$ (C) $(1, +\infty)$ (D) $[1, +\infty)$

- (4) 在空间，下列命题正确的是
 (A) 平行直线的平行投影重合 (B) 平行于同一直线的两个平面
 (C) 垂直于同一平面的两个平面平行 (D) 垂直于同一平面的两个平面平行

- (5) 设 $f(x)$ 为定义在 \mathbb{R} 上的函数。当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = 2^x + 2x + b$ (b 为常数)，
 则 $f(-1) =$

- (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

- (6) 在某项体育比赛中一位同学被评委所打出的分数如下：

90 89 90 95 93 94 93

去掉一个最高分和一个最低分后，所剩数据的平均分为和方差分别为

- (A) 92, 2 (B) 92, 2.8
 (C) 93, 2 (D) 93, 2.8

- (7) 设 $\{a_n\}$ 是首项大于零的等比数列，则“ $a_1 > a_2$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 是递增数列”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充分而不必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

- (8) 已知某生产厂家的年利润 y (单位：万元) 与年产量 x (单位：万件) 的函数关系式

为 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 81x - 234$ ，则使该生产厂家获取最大年利润的年产量为

- (A) 13万件 (B) 11万件 (C) 9万件 (D) 7万件

- (9) 已知抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$)，过其焦点且斜率为1的直线交抛物线于 A, B 两点，若

线段 AB 的中点的纵坐标为2，则该抛物线的标准方程为

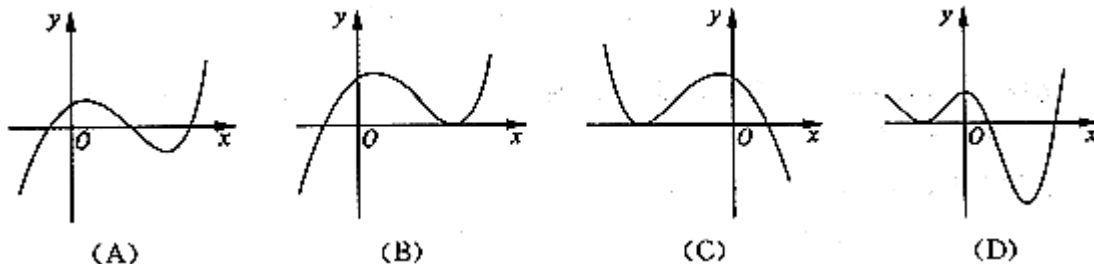
- (A) $x = 1$ (B) $x = -1$
 (C) $x = 2$ (D) $x = -2$

- (10) 观察 $(x^2)' = 2x$ ， $(x^4)' = 4x^3$ ， $(\cos x)' = -\sin x$ ，由归纳推理可得：若定义在 \mathbb{R} 上

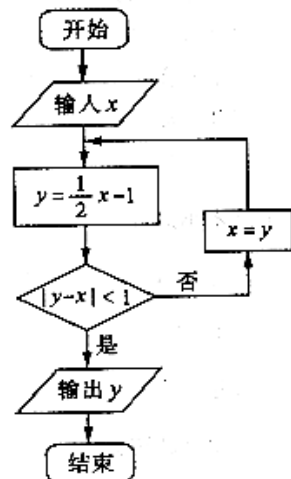
的函数 $f(x)$ 满足 $f(-x) = f(x)$ ，记 $g(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数，则 $g(-x)$

- (A) $f(x)$ (B) $-f(x)$ (C) $g(x)$ (D) $-g(x)$

- (11) 函数 $y = 2^x - x^2$ 的图像大致是



- (12) 定义平面向量之间的一种运算“ \otimes ”如下：对任意的 $a = (m, n)$ ， $b = (p, q)$ ，令



$a \cdot b = mq - mp$. 下面说法错误的是

- (A) 若 a 与 b 共线, 则 $a \cdot b = 0$
- (B) $a \cdot b = b \cdot a$
- (C) 对任意的 $\lambda \in R$, 有 $(\lambda a) \cdot b = \lambda(a \cdot b)$
- (D) $(a \cdot b)^2 + (a \cdot b)^2 = |a|^2 |b|^2$

第 II 卷 (共90分)

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题4分, 共16分

(13) 执行右图所示流程框图, 若输入 $x = 4$, 则输出 y 的值为_____.

(14) 已知 $(x, y \in R^+)$, 且满足 $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$, 则 xy 的最大值为_____.

(15) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 若 $a = \sqrt{2}, b = 2$,
 $\sin B + \cos B = \sqrt{2}$, 则角 A 的大小为_____.

(16) 已知圆 C 过点 $(1, 0)$, 且圆心在 x 轴的正半轴上, 直线 $l: y = x - 1$ 被该圆所截得的
弦长为 $2\sqrt{2}$, 则圆 C 的标准方程为_____.

三、解答题: 本题共6小题, 共74分。

(17) (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \sin(\pi - \omega x) \cos \omega x + \cos^2 \omega x (\omega > 0)$ 的最小正周期为 π .

(I) 求 ω 的值.

(II) 将函数 $y = f(x)$ 的图像上各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$, 纵坐标不变, 得到函数

$y = g(x)$ 的图像, 求函数 $g(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{16}\right]$ 上的最小值。

(18) (本小题满分12分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_3 = 7, a_5 + a_7 = 26$. $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n .

(I) 求 a_n 及 S_n ;

(II) 令 $b_n = \frac{1}{a_n^2 - 1} (n \in N^+)$, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

(19) (本小题满分12分)

一个袋中装有四个形状大小完全相同的球, 球的编号分别为1, 2, 3, 4,

(I) 从袋中随机取出两个球, 求取出的球的编号之和不大于4的概率;

(II) 先从袋中随机取一个球, 该球的编号为 m , 将球放回袋中, 然后再从袋中随机取一个球, 该球的编号为 n , 求 $n < m + 2$ 的概率.

(20) (本小题满分12分)

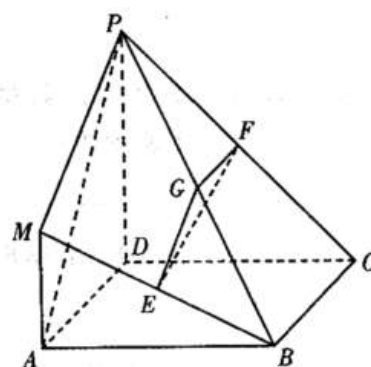
在如图所示的几何体中, 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$MA \perp$ 平面 $ABCD$, $PD \parallel MA$, E 、 G 、 F 分别为 MB 、 PB 、 PC 的中点, 且 $AD = PD = 2MA$.

(I) 求证: 平面 $EFG \perp$ 平面 PDC ;

(II) 求三棱锥

$P - MAB$ 与四棱锥 $P - ABCD$ 的体积之比.



(21) (本小题满分12分)

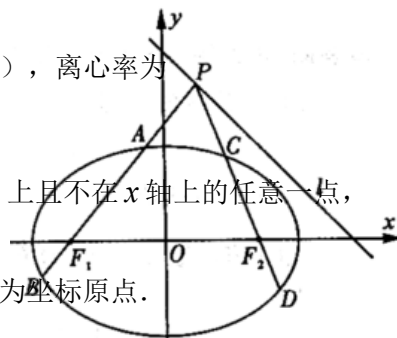
已知函数 $f(x) = \ln x - ax + \frac{1-a}{x} - 1 (a \in R)$.

(I) 当 $a = -1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程;

(II) 当 $a \leq \frac{1}{2}$ 时, 讨论 $f(x)$ 的单调性.

(22) (本小题满分14分)

如图, 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$, 离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 左右焦点分别为 F_1, F_2 . 点 P 为直线 $l: x + y = 2$ 上且不在 x 轴上的任意一点,



直线 PF_1 和 PF_2 与椭圆的交点分别为 A, B 和 C, D , O 为坐标原点.

(I) 求椭圆的标准方程;

(II) 设直线 PF_1, PF_2 斜率分别为 k_1, k_2 .

(i) 证明: $\frac{1}{k_1} - \frac{3}{k_2} = 2$

(ii) 问直线 l 上是否存在一点 P , 使直线 OA, OB, OC, OD 的斜率

$k_{OA}, k_{OB}, k_{OC}, k_{OD}$ 满足 $k_{OA} + k_{OB} + k_{OC} + k_{OD} = 0$? 若存在, 求出所有满足条件的点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由.