

2009年普通高等学校招生全国统一考试(山东卷)

理科数学

本试卷分第I卷和第II卷两部分,共4页,满分150分,考试时间120分钟。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项:

1. 答题前,考生务必用0.5毫米黑色签字笔将自己的姓名、座号、准考证号、县区和科类填写在答题卡和试卷规定的位置上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上指定位置。
2. 第I卷每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,答案不能答在试卷上。
3. 第II卷必须用0.5毫米黑色签字笔在答题卡各题的答题区域内作答;不能写在试题卷上;如需改动,先画掉原来的答案,然后再写上新的答案;不能使用涂改液、胶带纸,修正带,不按以上要求作答的答案无效。
4. 填空题请直接填写答案,解答题应写出文字说明,证明过程或演算步骤。

参考公式:

柱体的体积公式 $V=Sh$,其中 S 是柱体的底面积, h 是柱体的高。

锥体的体积公式 $V=\frac{1}{3}Sh$,其中 S 是锥体的底面积, h 是锥体的高。

如果事件 A, B 互斥,那么 $P(A+B)=P(A)+P(B)$;如果事件 A, B 独立,那么 $P(AB)=P(A)P(B)$ 。

事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ,那么 n 次独立重复试验中事件 A

恰好发生 k 次的概率: $P_n(k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k} (k=0,1,2,\dots,n)$ 。

第I卷(共60分)

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

(1) 集合 $A=\{0,2,a\}$, $B=\{1,a^2\}$,若 $A\cup B=\{0,1,2,4,16\}$,则 a 的值为

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

(2) 复数 $\frac{3-i}{1-i}$ 等于

- (A) $1+2i$ (B) $1-2i$ (C) $2+i$ (D) $2-i$

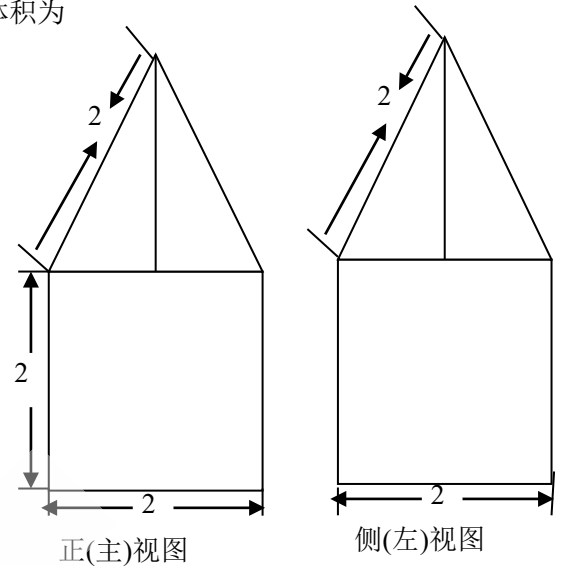
(3) 将函数 $y=\sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位,

再向上平移1个单位, 所得图象的函数解析式是

- (A) $y = \cos 2x$ (B) $y = 2 \cos^2 x$
 (C) $y = 1 + \sin(2x + \frac{\pi}{4})$ (D) $y = 2 \sin^2 x$

(4) 一空间几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为

- (A) $2\pi + 2\sqrt{3}$ (B) $4\pi + 2\sqrt{3}$
 (C) $2\pi + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ (D) $4\pi + \frac{2\sqrt{3}}{3}$

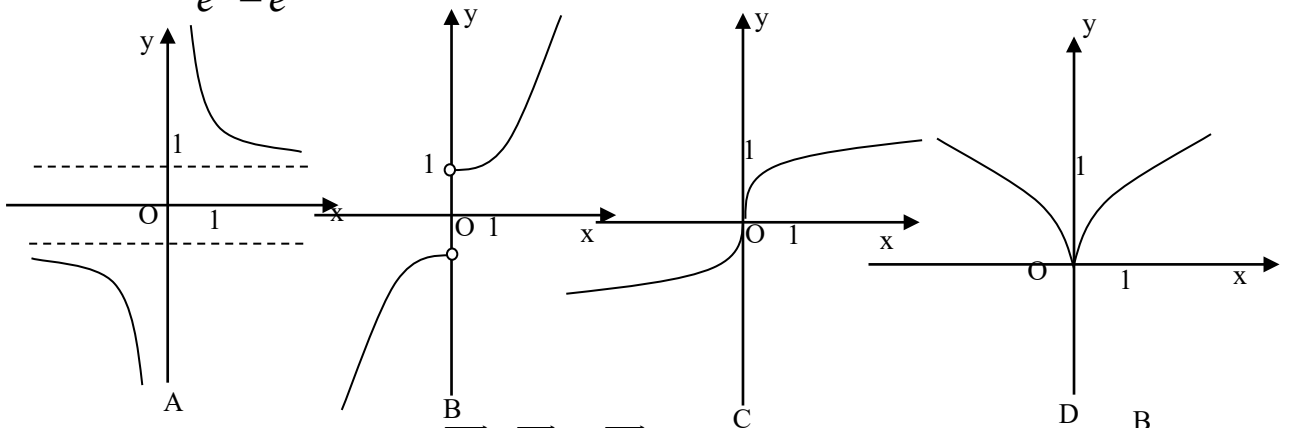


(5)

已知 α, β 表示两个不同的平面, m 为平面 α 内的一条直线, 则“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $m \perp \beta$ ”的

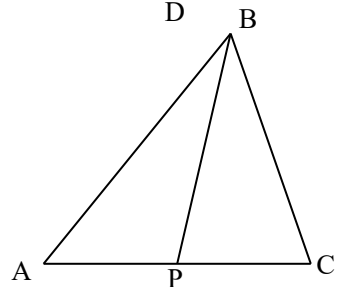
- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(6) 函数 $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ 的图像大致为



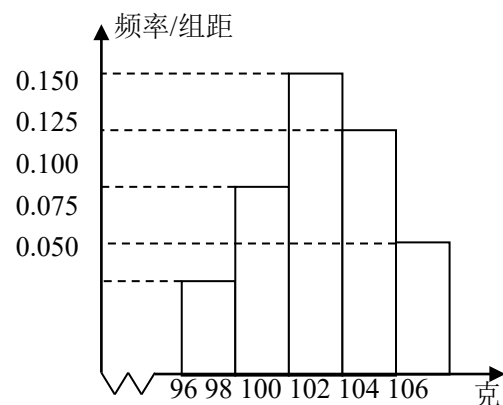
(7) 设P是 $\triangle ABC$ 所在平面内的一点, $\vec{BC} + \vec{BA} = 2\vec{BP}$, 则

- (A) $\vec{PA} + \vec{PB} = \vec{0}$ (B) $\vec{PC} + \vec{PA} = \vec{0}$
 (C) $\vec{PB} + \vec{PC} = \vec{0}$ (D) $\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = \vec{0}$



第7题图

(8) 某工厂对一批产品进行了抽样检测. 有图是根据抽样检测后的产品净重(单位: 克)数据绘制的频率分布直方图, 其中产品净重的范围是[96, 106], 样本数据分组为[96, 98), [98, 100), [100, 102), [102, 104), [104, 106], 已知样本中产品净重小于100克的个数是36, 则样本中净重大于或等于98克并且小于104克的产品的个数是



第8题图

- (A) 90 (B) 75 (C) 60 (D) 45

(9) 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一条渐近线与抛物线 $y = x^2 + 1$

只有一个公共点, 则双曲线的离心率为

- (A) $\frac{5}{4}$ (B) 5 (C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (D) $\sqrt{5}$

(10)

定义在R上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) =$

$\begin{cases} \log_2(1-x), x \leq 0 \\ f(x-1) - f(x-2), x > 0 \end{cases}$, 则 $f(2009)$ 的值为

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

(11) 在区间 $[-1, 1]$ 上随机取一个数 x , $\cos \frac{\pi x}{2}$ 的值介于0到 $\frac{1}{2}$ 之间的概率为().

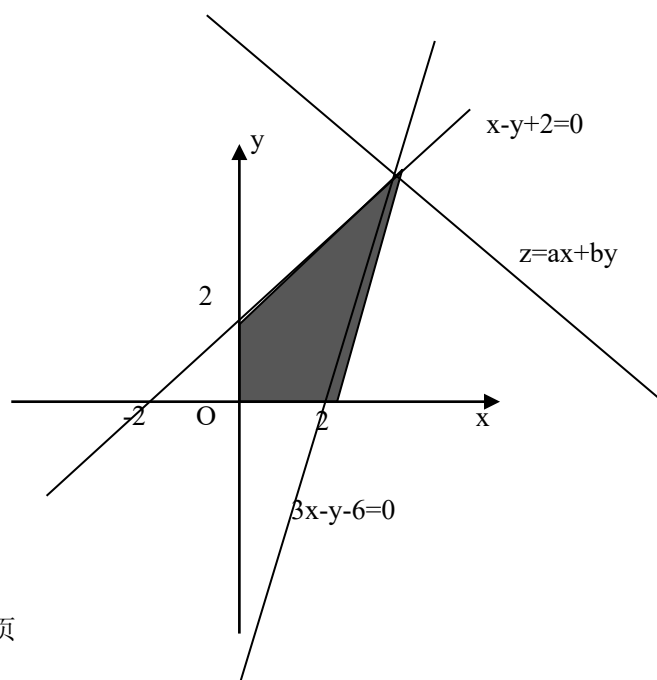
- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{\pi}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

(12) 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x - y - 6 \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$

若目标函数 $z = ax + by$ ($a > 0, b > 0$) 的是最大值为1

2, 则 $\frac{2}{a} + \frac{3}{b}$ 的最小值为().

- (A) $\frac{25}{6}$ (B) $\frac{8}{3}$ (C) $\frac{11}{3}$ (D) 4



第II卷（共90分）

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。

(13) 不等式 $|2x-1|-|x-2| < 0$ 的解集为_____.

(14) 若函数 $f(x) = a^x - x -$

a ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 有两个零点，则实数 a 的取值范围是__

。

(15) 执行右边的程序框图，输入的 $T =$ _____.

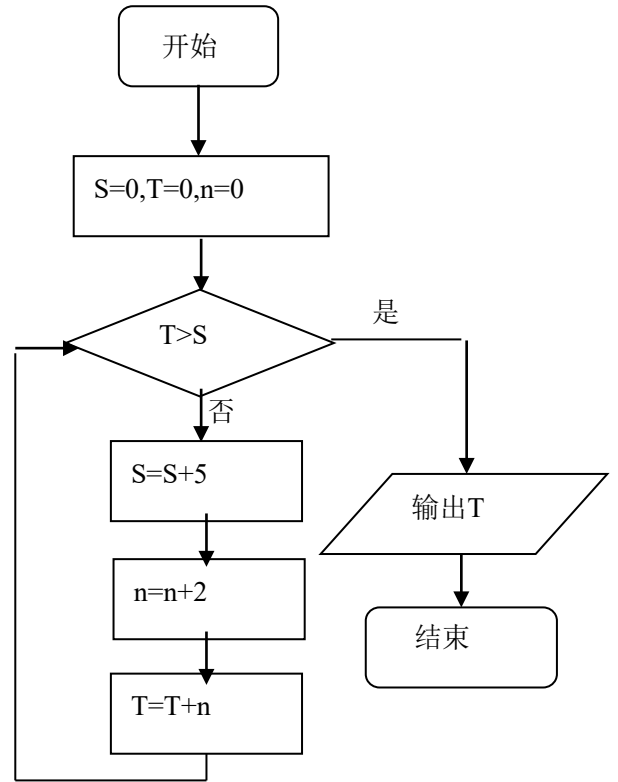
(16) 已知定义在 \mathbb{R} 上的奇函数 $f(x)$ ，满足

$f(x-4) = -f(x)$ ，且在区间 $[0, 2]$ 上是增函数，若方

程 $f(x) = m$ ($m > 0$) 在区间 $[-8, 8]$ 上有四个不同的根

x_1, x_2, x_3, x_4 ，则

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 =$ _____.



三、解答题：本大题共6分，共74分。

(17) (本小题满分12分) 设函数 $f(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) + \sin^2 x$.

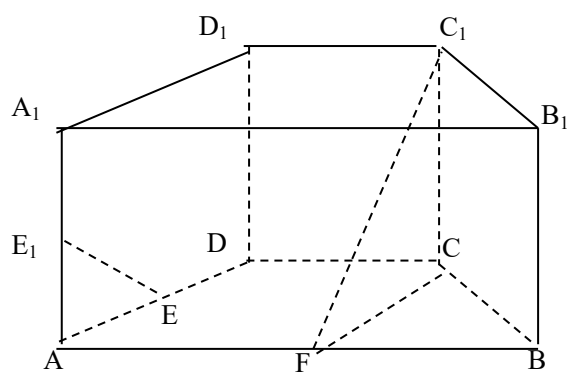
(1) 求函数 $f(x)$ 的最大值和最小正周期.

(2) 设 A, B, C 为 $\triangle ABC$ 的三个内角，若 $\cos B = \frac{1}{3}$ ， $f(\frac{C}{3}) = -\frac{1}{4}$ ，且 C 为锐角，求 $\sin A$.

(18) (本小题满分12分)

如图，在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 为等腰梯形， $AB//CD$ ， $AB=4$ ， $BC=CD=2$ ， $AA_1=2$ ， E 、 E_1 、 F 分别是棱 AD 、 AA_1 、 AB 的中点。

- (1) 证明：直线 $EE_1//$ 平面 FCC_1 ；
- (2) 求二面角 $B-FC_1-C$ 的余弦值。



(19) (本小题满分12分)

在某校组织的一次篮球定点投篮训练中，规定每人最多投3次；在A处每投进一球得3分，在B处每投进一球得2分；如果前两次得分之和超过3分即停止投篮，否则投第三次，某同学在A处的命中率 q_1 为0.25，在B处的命中率为 q_2 ，该同学选择先在A处投一球，以后都在B处投，用 ξ 表示该同学投篮训练结束后所得的总分，其分布列为

ξ	0	2	3	4	5
p	0.03	P_1	P_2	P_3	P_4

- (1) 求 q_2 的值；
- (2) 求随机变量 ξ 的数学期望 $E\xi$ ；
- (3) 试比较该同学选择都在B处投篮得分超过3分与选择上述方式投篮得分超过3分的概率的大小。

(20) (本小题满分12分)

等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知对任意的 $n \in N^+$, 点 (n, S_n) , 均在函数

$y = b^x + r$ ($b > 0$ 且 $b \neq 1, b, r$ 均为常数) 的图像上.

(1) 求 r 的值;

(11) 当 $b=2$ 时, 记 $b_n = 2(\log_2 a_n + 1) (n \in N^+)$

证明: 对任意的 $n \in N^+$, 不等式 $\frac{b_1+1}{b_1} \cdot \frac{b_2+1}{b_2} \cdots \frac{b_n+1}{b_n} > \sqrt{n+1}$ 成立

(21) (本小题满分12分)

两县城A和B相距20km, 现计划在两县城外以AB为直径的半圆弧 \widehat{AB} 上选择一点C建造垃圾处理厂, 其对城市的影响度与所选地点到城市的距离有关, 对城A和城B的总影响度为城A与城B的影响度之和, 记C点到城A的距离为 x

km, 建在C处的垃圾处理厂对城A和城B的总影响度为 y , 统计调查表明: 垃圾处理厂对城A的影响度与所选地点到城A的距离的平方成反比, 比例系数为4; 对城B的影响度与所选地点到城B的距离的平方成反比, 比例系数为 k

, 当垃圾处理厂建在 \widehat{AB} 的中点时, 对城A和城B的总影响度为0.065.

(I) 将 y 表示成 x 的函数;

(II) 讨论 (I) 中函数的单调性, 并判断弧 \widehat{AB} 上是否存在一点, 使建在此处的垃圾处理厂对城A和城B的总影响度最小? 若存在, 求出该点到城A的距离; 若不存在, 说明理由.

(22) (本小题满分14分)

设椭圆E: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$) 过M(2, $\sqrt{2}$) , N($\sqrt{6}$, 1) 两点, 0为坐标原点,

(I) 求椭圆E的方程;

(II) 是否存在圆心在原点的圆, 使得该圆的任意一条切线与椭圆E恒有两个交点A, B, 且 $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$? 若存在, 写出该圆的方程, 并求|AB|的取值范围, 若不存在说明理由。

