绝密★启用前

2007年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷（理工农医类）

（满分150分，考试时间120分钟）

考生注意

1. 本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.
2. 作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位. 在试卷上作答一律不得分.
4. 用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

一．填空题（本大题满分44分）本大题共有11题，只要求直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律得零分.

1．函数 $y=\dfrac{\lg(4-x)}{x-3}$ 的定义域是__________.

2．若直线 l_1：$2x+my+1=0$ 与直线 l_2：$y=3x-1$ 平行，则 $m=$__________.

3．函数 $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$ 的反函数 $f^{-1}(x)=$__________.

4．方程 $9^x-6\bullet 3^x-7=0$ 的解是__________.

5．已知 x，$y\in\mathbf{R}^+$，且 $x+4y=1$，则 $x\bullet y$ 的最大值是__________.

6．函数 $y=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的最小正周期 $T=$__________.

7．在五个数字 $1,2,3,4,5$ 中，若随机取出三个数字，则剩下两个数字都是奇数的概率是__________（结果用数值表示）.

8．以双曲线 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{5}=1$ 的中心为焦点，且以该双曲线的左焦点为顶点的抛物线方程是____________________.

9．对于非零实数a，b，以下四个命题都成立：

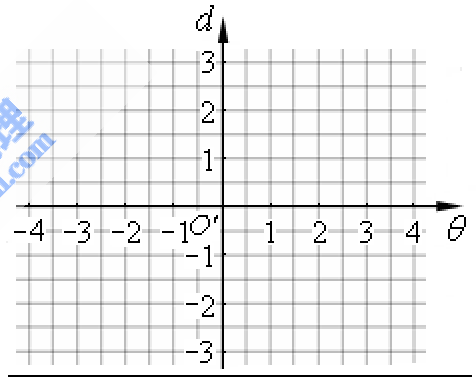
① $a+\dfrac{1}{a}\neq 0$；　　② $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$；

③ 若$|a|=|b|$，则$a=\pm b$；　　④ 若$a^2=ab$，则$a=b$．

那么，对于非零复数a，b，仍然成立的命题的所有序号是________．

10．在平面上，两条直线的位置关系有相交、平行、重合三种．已知α，β是两个相交平面，空间两条直线l_1，l_2在α上的射影是直线s_1，s_2，l_1，l_2在β上的射影是直线t_1，t_2．用s_1与s_2，t_1与t_2的位置关系，写出一个总能确定l_1与l_2是异面直线的充分条件：________________________．

11．已知P为圆$x^2+(y-1)^2=1$上任意一点（原点O除外），直线OP的倾斜角为θ弧度，记$d=|OP|$．在右侧的坐标系中，画出以(θ,d)为坐标的点的轨迹的大致图形为



二．选择题（本大题满分16分）本大题共有4 题，每题都给出代号为A，B，C，D的四个结论，其中有且只有一个结论是正确的，必须把正确结论的代号写在题后的圆括号内，选对得4分，不选、选错或者选出的代号超过一个（不论是否都写在圆括号内），一律得零分．

12．已知a，$b\in\mathbf{R}$，且$2+a\mathrm{i}$，$b+\mathrm{i}$（i是虚数单位）是实系数一元二次方程$x^2+px+q=0$的两个根，那么p，q的值分别是（　　）

A．$p=-4$，$q=5$　　B．$p=-4$，$q=3$

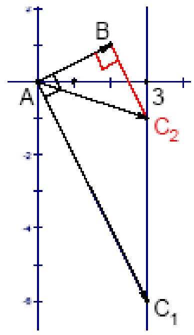
C．$p=4$，$q=5$　　D．$p=4$，$q=3$

13．设 a，b 是非零实数，若 $a<b$，则下列不等式成立的是（　　）

A．$a^2<b^2$　　B．$ab^2<a^2b$　　C．$\frac{1}{ab^2}<\frac{1}{a^2b}$　　D．$\frac{b}{a}<\frac{a}{b}$

14．直角坐标系 xOy 中，$\vec{i}$，$\vec{j}$ 分别是与 x，y 轴正方向同向的单位向量．在直角三角形 ABC 中，若 $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}+\vec{j}$，$\overrightarrow{AC}=3\vec{i}+k\vec{j}$，则 k 的可能值个数是（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4



15．设 $f(x)$ 是定义在正整数集上的函数，且 $f(x)$ 满足："当 $f(k)\geqslant k^2$ 成立时，总可推出 $f(k+1)\geqslant(k+1)^2$ 成立"．那么，下列命题总成立的是（　　）

A．若 $f(3)\geqslant 9$ 成立，则当 $k\geqslant 1$ 时，均有 $f(k)\geqslant k^2$ 成立

B．若 $f(5)\geqslant 25$ 成立，则当 $k\leqslant 5$ 时，均有 $f(k)\geqslant k^2$ 成立

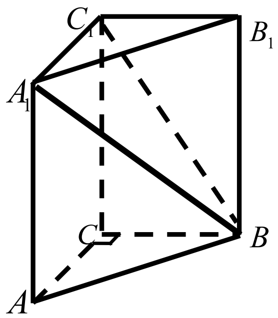
C．若 $f(7)<49$ 成立，则当 $k\geqslant 8$ 时，均有 $f(k)<k^2$ 成立

D．若 $f(4)=25$ 成立，则当 $k\geqslant 4$ 时，均有 $f(k)\geqslant k^2$ 成立

三．解答题（本大题满分90分）本大题共有6题，解答下列各题必须写出必要的步骤．

16．（本题满分12分）

如图，在体积为1的直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=BC=1$．求直线 A_1B 与平面 BB_1C_1C 所成角的大小（结果用反三角函数值表示）．



17．（本题满分14分）

在$\triangle ABC$中，a，b，c分别是三个内角A，B，C的对边．若$a=2$，$C=\dfrac{\pi}{4}$，

$\cos\dfrac{B}{2}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，求$\triangle ABC$的面积$S$．

18．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分．

近年来，太阳能技术运用的步伐日益加快．2002年全球太阳电池的年生产量达到670兆瓦，年生产量的增长率为34%．以后四年中，年生产量的增长率逐年递增2%（如，2003年的年生产量的增长率为36%）．

（1）求2006年全球太阳电池的年生产量（结果精确到0.1兆瓦）；

（2）目前太阳电池产业存在的主要问题是市场安装量远小于生产量，2006年的实际安装量为1420兆瓦．假设以后若干年内太阳电池的年生产量的增长率保持在42%，到2010年，要使年安装量与年生产量基本持平（即年安装量不少于年生产量的95%），这四年中太阳电池的年安装量的平均增长率至少应达到多少（结果精确到0.1%）？

19．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分7分，第2小题满分7分．

已知函数 $f(x)=x^2+\dfrac{a}{x}$ （$x\neq 0$，常数 $a\in\mathbf{R}$）．

（1）讨论函数 $f(x)$ 的奇偶性，并说明理由；

（2）若函数 $f(x)$ 在 $x\in[2,+\infty)$ 上为增函数，求 a 的取值范围．

20．（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分3分，第2小题满分6分，第3小题满分9分．

如果有穷数列 $a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n$（n 为正整数）满足条件 $a_1=a_n$，$a_2=a_{n-1}$，…，$a_n=a_1$，即 $a_i=a_{n-i+1}$（$i=1,2,\cdots,n$），我们称其为“对称数列”．例如，由组合数组成的数列 $C_m^0,C_m^1,\cdots,C_m^m$ 就是“对称数列”．

（1）设 $\{b_n\}$ 是项数为7的“对称数列”，其中 b_1,b_2,b_3,b_4 是等差数列，且 $b_1=2$，$b_4=11$．依次写出 $\{b_n\}$ 的每一项；

（2）设 $\{c_n\}$ 是项数为 $2k-1$(正整数 $k>1$)的“对称数列”，其中 $c_k,c_{k+1},\cdots,c_{2k-1}$ 是首项为 50，公差为 -4 的等差数列．记 $\{c_n\}$ 各项的和为 S_{2k-1}．当 k 为何值时，S_{2k-1} 取得最大值？并求出 S_{2k-1} 的最大值；

（3）对于确定的正整数 $m>1$，写出所有项数不超过 $2m$ 的“对称数列”，使得 $1,2,2^2,\cdots,2^{m-1}$ 依次是该数列中连续的项；当 $m>1500$ 时，

求其中一个“对称数列”前 2008 项的和 S_{2008} .

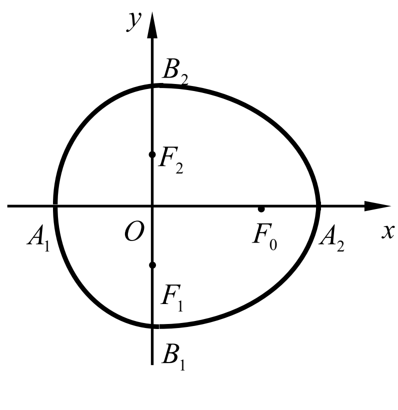
21．（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分8分．

我们把由半椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (x\geqslant 0)$ 与半椭圆 $\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{x^2}{c^2}=1\ (x\leqslant 0)$

合成的曲线称作“果圆”，其中 $a^2=b^2+c^2$， $a>0$， $b>c>0$.

如图，点 F_0， F_1， F_2 是相应椭圆的焦点， A_1， A_2 和 B_1， B_2 分别是“果圆”与 x， y 轴的交点．

（1） 若 $\triangle F_0F_1F_2$ 是边长为1的等边三角形，求“果圆”的方程；



（2）当$\left|A_1A_2\right|>\left|B_1B_2\right|$时，求$\dfrac{b}{a}$的取值范围；

（3）连接“果圆”上任意两点的线段称为“果圆”的弦．

试研究：是否存在实数k，使斜率为k的“果圆”平行弦的中点轨迹总是落在某个椭圆上？若存在，求出所有可能的k值；若不存在，说明理由．