

2010年山东高考数学理科

第 I 卷（共60分）

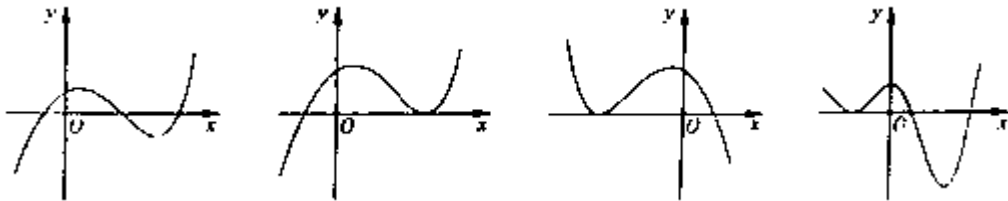
一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- (1) 已知全集 $U=\mathbb{R}$ ，集合 $M = \{x \mid |x-1| \leq 2\}$ ，则 $C_U M =$
- (A) $\{x \mid -1 < x < 3\}$ (B) $\{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$
(C) $\{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 3\}$ (D) $\{x \mid x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 3\}$
- (2) 已知 $\frac{a+2i}{i} = b+i (a, b \in \mathbb{R})$ ，其中 i 为虚数单位，则 $a+b =$
- (A) -1 (B) 1 (C) 2 (D) 3
- (3) 在空间，下列命题正确的是
- (A) 平行直线的平行投影重合 (B) 平行于同一直线的两个平面平行
(C) 垂直于同一平面的两个平面平行 (D) 垂直于同一平面的两条直线平行
- (4) 设 $f(x)$ 为定义在 \mathbb{R} 上的奇函数，当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = 2^x + 2x + b$ (b 为常数)，则 $f(-1) =$
- (A) 3 (B) 1 (C) -1 (D) -3
- (5) 已知随机变量 ξ 服从正态分布 $N(1, \sigma^2)$ ，若 $P(\xi > 2) = 0.023$ ，则 $P(-2 \leq \xi \leq 2) =$
- (A) 0.477 (B) 0.628 (C) 0.954 (D) 0.977
- (6) 样本中共有五个个体，其值分别为 $a, 0, 1, 2, 3$ ，若该样本的平均值为1，则样本方差为
- (A) $\sqrt{\frac{6}{5}}$ (B) $\frac{6}{5}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) 2
- (7) 由曲线 $y = x^2, y = x^3$ 围成的封闭图形面积为
- (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{7}{12}$
- (8) 某台小型晚会由6个节目组成，演出顺序有如下要求：节目甲必须排在前两位，节目乙不能排在第一位，节目丙必须排在最后一位，该台晚会节目演出顺序的编排方案共有
- (A) 36种 (B) 42种 (C) 48种 (D) 54种
- (9) 设 $\{a_n\}$ 是等比数列，则“ $a_1 < a_2 < a_3$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 是递增数列”的
- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(10) 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0, \\ x - 5y + 10 \leq 10, \\ x + y - 8 \leq 0, \end{cases}$ 则目标函数 $z = 3x - 4y$ 的最大值和最小值分别为

- (A) 3, -11 (B) -3, -11 (C) 11, -3 (D) 11, 3

(11) 函数 $y = 2^x - x^2$ 的图象大致是



- (A) (B) (C) (D)

(12) 定义平面向量之间的一种运算“ \odot ”如下：对任意的 $a = (m, v), b = (p, q)$ 。令 $a \odot b = mq - np$ 。下面说法错误的是

- (A) 若 a 与 b 共线，则 $a \odot b = 0$
 (B) $a \odot b = b \odot a$
 (C) 对任意的 $\lambda \in R$, 有 $(\lambda a) \odot b = \lambda(a \odot b)$
 (D) $(a \odot b)^2 + (a \cdot b)^2 = |a|^2 |b|^2$

第 II 卷 (共90分)

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。

(13) 执行右图所示的程序框图，若输入 $x = 10$ ，

则输出 y 的值为_____。

(14) 若对任意 $x > 0, \frac{x}{x^2 + 3x + 1} \leq a$ 恒成立，

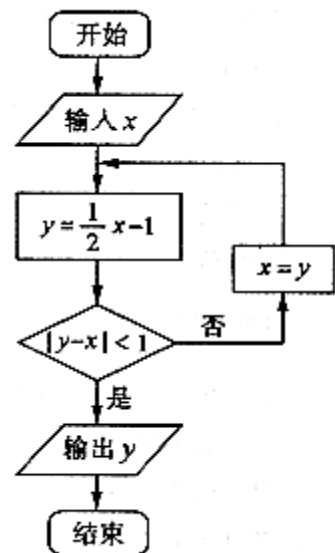
则 a 的取值范围是_____。

(15) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，

若 $a = \sqrt{2}, b = 2, \sin B - \cos B = \sqrt{2}$ ，则角 A 的大小为_____。

(16) 已知圆 C 过点 $(1, 0)$ ，且圆心在 x 轴的正半轴上，直线 $l: y = x - 1$ 被圆 C 所截得

的弦长为 $2\sqrt{2}$ ，则过圆心且与直线 l 垂直的直线的方程为_____。



三、解答题：本大题共6小题，共74分。

(17) (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x \sin \varphi + \cos^2 x \cos \varphi - \frac{1}{2} \sin(\frac{\pi}{2} + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$)，其图象过点 $(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$ 。

(I) 求 φ 的值；

(II) 将函数 $y = f(x)$ 的图象上各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ ，纵坐标不变，得到函数

$y = g(x)$ 的图象，求函数 $g(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{4}]$ 上的最大值和最小值。

(18) (本小题满分12分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_3 = 7, a_5 + a_7 = 26$ 。 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n 。

(I) 求 a_4 及 S_n ；

(II) 令 $b_n = \frac{1}{a_n^2 - 1}$ ($n \in N^*$)，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

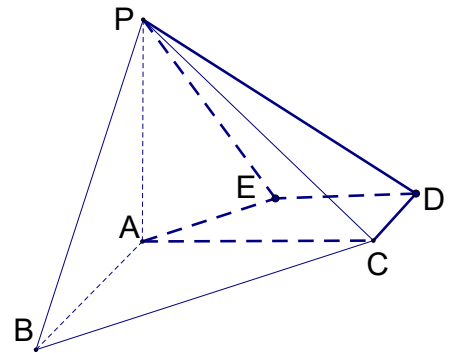
(19) (本小题满分12分)

如图，在五棱锥P—ABCDE中， $PA \perp$ 平面ABCDE， $AB \parallel CD$ ， $AC \parallel ED$ ， $AE \parallel BC$ ，

$\angle ABC = 45^\circ, AB = 2\sqrt{2}, BC = 2AE = 4$ ，三角形PAB

是等腰三角形。

- (I) 求证：平面PCD \perp 平面PAC；
- (II) 求直线PB与平面PCD所成角的大小；
- (III) 求四棱锥P—ACDE的体积。



(20) (本小题满分12分)

某学校举行知识竞赛，第一轮选拔共设有A、B、C、D四个问题，规则如下：

- ①每位参加者计分器的初初始分均为10分，答对问题A、B、C、D分别加1分、2分、3分、6分，答错任一题减2分
- ②每回答一题，计分器显示累计分数，当累计分数小于8分时，答题结束，淘汰出局；当累计分数大于或等于14分时，答题结束，进入下一轮；当答完四题，累计分数

仍不足14分时，答题结束，淘汰出局；

③每位参加者按问题A、B、C、D顺序作答，直至答题结束.

假设甲同学对问题A、B、C、D回答正确的概率依次为 $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ，且各题回答正确

与否相互之间没有影响.

(I) 求甲同学能进入下一轮的概率；

(II) 用 ξ 表示甲内当家本轮答题结束时答题的个数，求 ξ 的分布列和数学期望 $E\xi$.

(21) (本小题满分12分)

如图，已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$ 的离心率

为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，以该椭圆上的点和椭圆的左、右焦点 F_1, F_2

为顶点的三角形的周长为 $4(\sqrt{2} + 1)$ ，一等轴双曲线的

的顶点是该椭圆的焦点，设P为该双曲线上异于顶点的

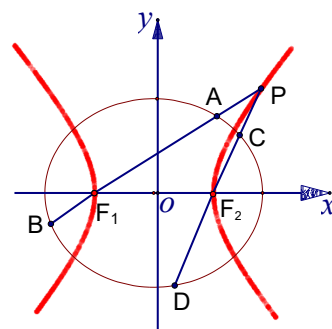
的任一点，直线 PF_1 和 PF_2 与椭圆的交点分别为A、

B和C、D.

(I) 求椭圆和双曲线的标准方程；

(II) 设直线 PF_1 、 PF_2 的斜率分别为 k_1 、 k_2 ，证明： $k_1 \cdot k_2 = 1$ ；

(III) 是否存在常数 λ ，使得 $|AB| + |CD| = \lambda|AB| \cdot |CD|$ 恒成立？若存在，求 λ 的值；若不存在，请说明理由.



(22) (本小题满分14分)

已知函数 $f(x) = \ln x - ax - \frac{1-a}{x} - 1(a \in R)$.

(I) 当 $a \leq \frac{1}{2}$ 时，讨论 $f(x)$ 的单调性；

(II) 设 $g(x) = x^2 - 2bx + 4$.当 $a = \frac{1}{4}$ 时，若对任意 $x_1 \in (0, 2)$ ，存在 $x_2 \in [1, 2]$ ，使

$f(x_1) \geq g(x_2)$ ，求实数 b 的取值范围.