2016年浙江省高考数学试卷（理科）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的．

1．（5分）（2016•浙江）已知集合 $P=\{x\in R|1\le x\le 3\}$，$Q=\{x\in R|x^2\ge 4\}$，则 $P\cup(\complement_R Q)=$（　　）

A．$[2，3]$　B．$(-2，3]$　C．$[1，2)$　D．$(-\infty，-2]\cup[1，+\infty)$

【考点】并集及其运算．

【分析】运用二次不等式的解法，求得集合Q，求得Q的补集，再由两集合的并集运算，即可得到所求．

【解答】解：$Q=\{x\in R|x^2\ge 4\}=\{x\in R|x\ge 2$ 或 $x\le -2\}$，

即有 $\complement_R Q=\{x\in R|-2<x<2\}$，

则 $P\cup(\complement_R Q)=(-2，3]$．

故选：B．

【点评】本题考查集合的运算，主要是并集和补集的运算，考查不等式的解法，属于基础题．

2．（5分）（2016•浙江）已知互相垂直的平面 α，β 交于直线 l，若直线 m，n 满足 m∥α，n⊥β，则（　　）

A．m∥l　B．m∥n　C．n⊥l　D．m⊥n

【考点】直线与平面垂直的判定．

【分析】由已知条件推导出 l⊂β，再由 n⊥β，推导出 n⊥l．

【解答】解：∵互相垂直的平面 α，β 交于直线 l，直线 m，n 满足 m∥α，

∴ m∥β 或 m⊂β 或 m⊥β，l⊂β，

∵ n⊥β，

∴ n⊥l．

故选：C．

【点评】本题考查两直线关系的判断，是基础题，解题时要认真审题，注意空间思维能力的培养．

3．（5分）（2016•浙江）在平面上，过点P作直线l的垂线所得的垂足称为点P在直线l上的投影，由区域 $\begin{cases}x-2\leqslant 0\\ x+y\geqslant 0\\ x-3y+4\geqslant 0\end{cases}$ 中的点在直线 $x+y-2=0$ 上的投影构成的线段记为AB，则 $|AB|=$（　　）

A．$2\sqrt{2}$　B．4　C．$3\sqrt{2}$　D．6

【考点】简单线性规划的应用．

【分析】作出不等式组对应的平面区域，利用投影的定义，利用数形结合进行求解即可．

【解答】解：作出不等式组对应的平面区域如图：（阴影部分），

区域内的点在直线 $x+y-2=0$ 上的投影构成线段 $R'Q'$，即 SAB，

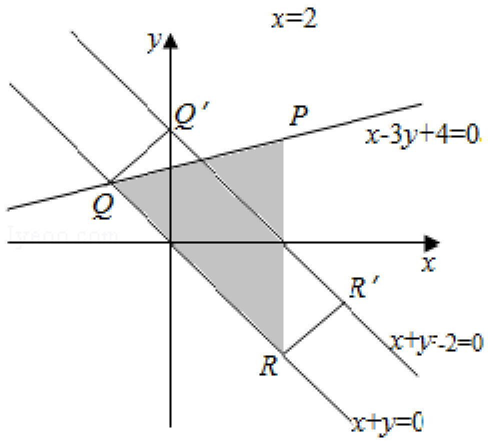
而 $R'Q'=RQ$，

由 $\begin{cases}x-3y+4=0\\x+y=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}$，即 Q（﹣1，1），

由 $\begin{cases}x=2\\x+y=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=2\\y=-2\end{cases}$，即 R（2，﹣2），

则 $|AB|=|QR|=\sqrt{(-1-2)^2+(1+2)^2}=\sqrt{9+9}=3\sqrt{2}$，

故选：C



【点评】本题主要考查线性规划的应用，作出不等式组对应的平面区域，利用投影的定义以及数形结合是解决本题的关键．

4．（5 分）（2016•浙江）命题“$\forall x\in R$，$\exists n\in N^*$，使得 $n\geq x^2$”的否定形式是（　　）

A．$\forall x\in R$，$\exists n\in N^*$，使得 $n<x^2$ B．$\forall x\in R$，$\forall n\in N^*$，使得 $n<x^2$

C．$\exists x\in R$，$\exists n\in N^*$，使得 $n<x^2$ D．$\exists x\in R$，$\forall n\in N^*$，使得 $n<x^2$

【考点】命题的否定．

【分析】直接利用全称命题的否定是特称命题写出结果即可．

【解答】解：因为全称命题的否定是特称命题，所以，命题“$\forall x\in R$，$\exists n\in N^*$，使得 $n\geq x^2$”的否定形式是：$\exists x\in R$，$\forall n\in N^*$，使得 $n<x^2$．

故选：D．

【点评】本题考查命题的否定，特称命题与全称命题的否定关系，是基础题．

5．（5 分）（2016•浙江）设函数 $f(x)=\sin^2x+b\sin x+c$，则 $f(x)$ 的最小正周期（　　）

A．与 b 有关，且与 c 有关 B．与 b 有关，但与 c 无关

C．与 b 无关，且与 c 无关 D．与 b 无关，但与 c 有关

【考点】三角函数的周期性及其求法．

【分析】根据三角函数的图象和性质即可判断．

【解答】解：∵设函数 $f(x)=\sin^2x+b\sin x+c$，

∴c 是图象的纵坐标增加了 c，横坐标不变，故周期与 c 无关，

当 b=0 时，f（x）$=\sin^2x+b\sin x+c=-\frac{1}{2}\cos2x+\frac{1}{2}+c$ 的最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，

当 b≠0 时，f（x）$=-\frac{1}{2}\cos2x+b\sin x+\frac{1}{2}+c$，

∵y=cos2x 的最小正周期为 π，y=bsinx 的最小正周期为 2π，

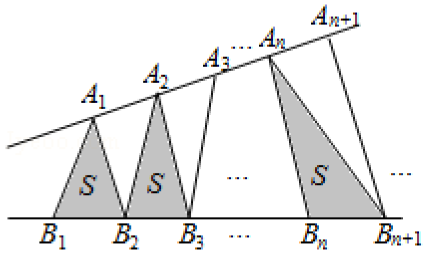
∴f（x）的最小正周期为 2π，

故 f（x）的最小正周期与 b 有关，

故选：B

【点评】本题考查了三额角函数的最小正周期，关键掌握三角函数的图象和性质，属于中档题．

6．（5 分）（2016•浙江）如图，点列$\{A_n\}$、$\{B_n\}$分别在某锐角的两边上，且$|A_nA_{n+1}|=|A_{n+1}A_{n+2}|$，$A_n\neq A_{n+1}$，$n\in N^*$，$|B_nB_{n+1}|=|B_{n+1}B_{n+2}|$，$B_n\neq B_{n+1}$，$n\in N^*$，（P≠Q 表示点 P 与 Q 不重合）若 $d_n=|A_nB_n|$，S_n 为$\triangle A_nB_nB_{n+1}$ 的面积，则（　　）



A．$\{S_n\}$是等差数列　B．$\{S_n^2\}$是等差数列

C．$\{d_n\}$是等差数列　D．$\{d_n^2\}$是等差数列

【考点】数列与函数的综合．

【分析】设锐角的顶点为 O，再设$|OA_1|=a$，$|OB_1|=b$，$|A_nA_{n+1}|=|A_{n+1}A_{n+2}|=b$，$|B_nB_{n+1}|=|B_{n+1}B_{n+2}|=d$，由于 a，b 不确定，判断 C，D 不正确，设$\triangle A_nB_nB_{n+1}$ 的底边 B_nB_{n+1} 上的高为 h_n，运用三角形相似知识，$h_n+h_{n+2}=2h_{n+1}$，由 $S_n=\frac{1}{2}d\cdot h_n$，可得 $S_n+S_{n+2}=2S_{n+1}$，进而得到数列$\{S_n\}$为等差数列．

【解答】解：设锐角的顶点为 O，$|OA_1|=a$，$|OB_1|=b$，

$|A_nA_{n+1}|=|A_{n+1}A_{n+2}|=b$，$|B_nB_{n+1}|=|B_{n+1}B_{n+2}|=d$，

由于 a，b 不确定，则$\{d_n\}$不一定是等差数列，

$\{d_n^2\}$不一定是等差数列，

设$\triangle A_nB_nB_{n+1}$ 的底边 B_nB_{n+1} 上的高为 h_n，

由三角形的相似可得$\frac{h_n}{h_{n+1}}=\frac{OA_n}{OA_{n+1}}=\frac{a+(n-1)b}{a+nb}$，

$\frac{h_{n+2}}{h_{n+1}}=\frac{OA_{n+2}}{OA_{n+1}}=\frac{a+(n+1)b}{a+nb}$，

两式相加可得，$\frac{h_n+h_{n+2}}{h_{n+1}}=\frac{2a+2nb}{a+nb}=2$，

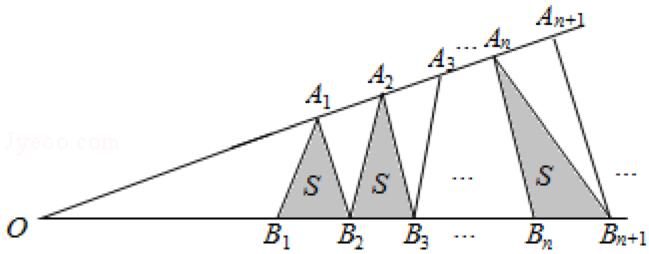
即有 $h_n+h_{n+2}=2h_{n+1}$，

由 $S_n=\frac{1}{2}d\cdot h_n$，可得 $S_n+S_{n+2}=2S_{n+1}$，

即为 $S_{n+2}-S_{n+1}=S_{n+1}-S_n$，

则数列$\{S_n\}$为等差数列．

故选：A．



【点评】本题考查等差数列的判断，注意运用三角形的相似和等差数列的性质，考查化简整理的推理能力，属于中档题．

7．（5 分）（2016•浙江）已知椭圆 C_1：$\frac{x^2}{m^2}+y^2=1$（m＞1）与双曲线 C_2：$\frac{x^2}{n^2}-y^2=1$（n＞0）的焦点重合，e_1，e_2 分别为 C_1，C_2 的离心率，则（　　）

A．m＞n 且 e_1e_2＞1　B．m＞n 且 e_1e_2＜1　C．m＜n 且 e_1e_2＞1　D．m＜n 且 e_1e_2＜1

【考点】椭圆的简单性质；双曲线的简单性质．

【分析】根据椭圆和双曲线有相同的焦点，得到 $c^2=m^2-1=n^2+1$，即 $m^2-n^2=2$，进行判断，能得 m＞n，求出两个离心率，先平方进行化简进行判断即可．

【解答】解：∵椭圆 C_1：$\frac{x^2}{m^2}+y^2=1$（m＞1）与双曲线 C_2：$\frac{x^2}{n^2}-y^2=1$（n＞0）的焦点重合，

∴满足 $c^2=m^2-1=n^2+1$，

即 $m^2-n^2=2>0$，∴$m^2>n^2$，则 m＞n，排除 C，D

则 $c^2=m^2-1<m^2$，$c^2=n^2+1>n^2$，

则 c＜m．c＞n，

$e_1=\frac{c}{m}$，$e_2=\frac{c}{n}$，

则 $e_1\cdot e_2=\frac{c}{m}\cdot\frac{c}{n}=\frac{c^2}{mn}$，

则 $(e_1\cdot e_2)^2=(\frac{c}{m})^2\cdot(\frac{c}{n})$

${}^2=\frac{c^2}{m^2}\cdot\frac{c^2}{n^2}=\frac{(m^2-1)(n^2+1)}{m^2n^2}=\frac{m^2n^2+(m^2-n^2)-1}{m^2n^2}=1+\frac{m^2-n^2-1}{m^2n^2}=1+\frac{2-1}{m^2n^2}=$

$1+\frac{1}{m^2n^2}>1$，

∴$e_1e_2>1$，

故选：A．

【点评】本题主要考查圆锥曲线离心率的大小关系的判断，根据条件结合双曲线和椭圆离心率以及不等式的性质进行转化是解决本题的关键．考查学生的转化能力．

8.（5 分）（2016•浙江）已知实数 a，b，c．（　　）

A．若$|a^2+b+c|+|a+b^2+c|\le 1$，则 $a^2+b^2+c^2<100$

B．若$|a^2+b+c|+|a^2+b-c|\le 1$，则 $a^2+b^2+c^2<100$

C．若$|a+b+c^2|+|a+b-c^2|\le 1$，则 $a^2+b^2+c^2<100$

D．若$|a^2+b+c|+|a+b^2-c|\le 1$，则 $a^2+b^2+c^2<100$

【考点】命题的真假判断与应用．

【分析】本题可根据选项特点对 a，b，c 设定特定值，采用排除法解答．

【解答】解：A．设 $a=b=10$，$c=-110$，则$|a^2+b+c|+|a+b^2+c|=0\le 1$，$a^2+b^2+c^2>100$；

B．设 $a=10$，$b=-100$，$c=0$，则$|a^2+b+c|+|a^2+b-c|=0\le 1$，$a^2+b^2+c^2>100$；

C．设 $a=100$，$b=-100$，$c=0$，则$|a+b+c^2|+|a+b-c^2|=0\le 1$，$a^2+b^2+c^2>100$；

故选：D．

【点评】本题主要考查命题的真假判断，由于正面证明比较复杂，故利用特殊值法进行排除是解决本题的关键．

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分．

9.（4 分）（2016•浙江）若抛物线 $y^2=4x$ 上的点 M 到焦点的距离为 10，则 M 到 y 轴的距离是____________．

【考点】抛物线的简单性质．

【分析】根据抛物线的性质得出 M 到准线 $x=-1$ 的距离为 10，故到 y 轴的距离为 9．

【解答】解：抛物线的准线为 $x=-1$，

∵点 M 到焦点的距离为 10，

∴点 M 到准线 $x=-1$ 的距离为 10，

∴点 M 到 y 轴的距离为 9．

故答案为：9．

【点评】本题考查了抛物线的性质，属于基础题．

10.（6 分）（2016•浙江）已知 $2\cos^2x+\sin 2x=A\sin(\omega x+\phi)+b$（$A>0$），则 A=____________，b=____________．

【考点】两角和与差的正弦函数．

【分析】根据二倍角的余弦公式、两角和的正弦函数化简左边，即可得到答案．

【解答】解：∵$2\cos^2x+\sin 2x=1+\cos 2x+\sin 2x$

$=1+\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x\right)+1$

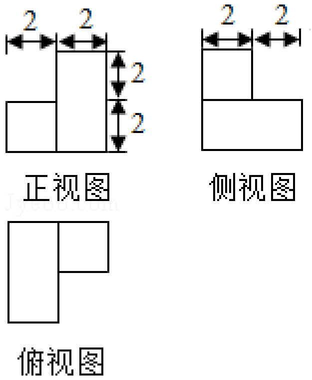
$=\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+1$，

∴$A=\sqrt{2}$，$b=1$，

故答案为：$\sqrt{2}$；1．

【点评】本题考查了二倍角的余弦公式、两角和的正弦函数的应用，熟练掌握公式是解题的关键．

11．（6 分）（2016•浙江）某几何体的三视图如图所示（单位：cm），则该几何体的表面积是 cm^2，体积是____________cm^3．



【考点】由三视图求面积、体积．

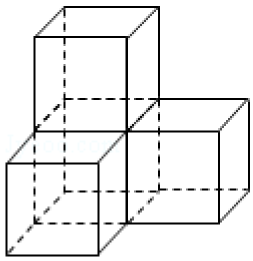
【分析】由三视图可得，原几何体为由四个棱长为 2cm 的小正方体所构成的，代入体积公式和面积公式计算即可．

【解答】解：由三视图可得，原几何体为由四个棱长为 2cm 的小正方体所构成的，

则其表面积为 $2^2\times(24-6)=72cm^2$，

其体积为 $4\times2^3=32$，

故答案为：72，32



【点评】本题考查了由三视图求几何体的体积和表面积，解题的关键是判断几何体的形状及相关数据所对应的几何量，考查空间想象能力．

12．（6 分）（2016•浙江）已知 a＞b＞1，若 $\log_a b+\log_b a=\frac{5}{2}$，$a^b=b^a$，则 a=____________，

b=____________．

【考点】对数的运算性质．

【分析】设 $t=\log_b a$ 并由条件求出 t 的范围，代入 $\log_a b+\log_b a=\frac{5}{2}$ 化简后求出 t 的值，得到 a 与 b 的关系式代入 $a^b=b^a$ 化简后列出方程，求出 a、b 的值．

【解答】解：设 $t=\log_b a$，由 a＞b＞1 知 t＞1，

代入 $\log_a b+\log_b a=\frac{5}{2}$ 得 $t+\frac{1}{t}=\frac{5}{2}$，

即 $2t^2-5t+2=0$，解得 t=2 或 $t=\frac{1}{2}$（舍去），

所以 $\log_b a=2$，即 $a=b^2$，

因为 $a^b=b^a$，所以 $b^{2b}=b^a$，则 $a=2b=b^2$，

解得 b=2，a=4，

故答案为：4；2．

【点评】本题考查对数的运算性质，以及换元法在解方程中的应用，属于基础题．

13．（6 分）（2016•浙江）设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_2=4$，$a_{n+1}=2S_n+1$，$n\in N^*$，则 $a_1=$____________，$S_5=$____________．

【考点】数列的概念及简单表示法．

【分析】运用 n=1 时，$a_1=S_1$，代入条件，结合 $S_2=4$，解方程可得首项；再由 n＞1 时，$a_{n+1}=S_{n+1}-S_n$，结合条件，计算即可得到所求和．

【解答】解：由 n=1 时，$a_1=S_1$，可得 $a_2=2S_1+1=2a_1+1$，

又 $S_2=4$，即 $a_1+a_2=4$，

即有 $3a_1+1=4$，解得 $a_1=1$；

由 $a_{n+1}=S_{n+1}-S_n$，可得

$S_{n+1}=3S_n+1$，

由 $S_2=4$，可得 $S_3=3\times4+1=13$，

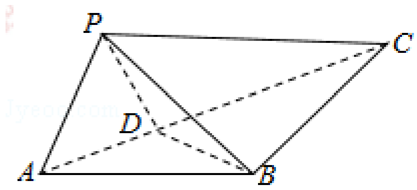
$S_4=3\times13+1=40$，

$S_5=3\times40+1=121$．

故答案为：1，121．

【点评】本题考查数列的通项和前 n 项和的关系：n=1 时，$a_1=S_1$，n＞1 时，$a_n=S_n-S_{n-1}$，考查运算能力，属于中档题．

14．（4 分）（2016•浙江）如图，在△ABC 中，AB=BC=2，∠ABC=120°．若平面 ABC 外的点 P 和线段 AC 上的点 D，满足 PD=DA，PB=BA，则四面体 PBCD 的体积的最大值是____________．

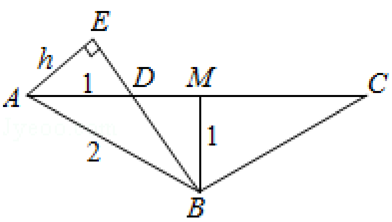


【考点】棱柱、棱锥、棱台的体积．

【分析】由题意，△ABD≌△PBD，可以理解为△PBD 是由△ABD 绕着 BD 旋转得到的，对于每段固定的 AD，底面积 BCD 为定值，要使得体积最大，△PBD 必定垂直于平面 ABC，此时高最大，体积也最大．

【解答】解：如图，M 是 AC 的中点．

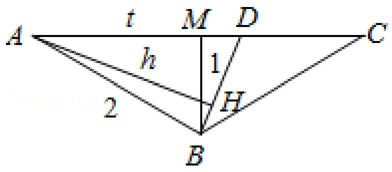
①当 AD=t＜AM=$\sqrt{3}$时，如图，此时高为 P 到 BD 的距离，也就是 A 到 BD 的距离，即图中 AE，



$DM=\sqrt{3}-t$，由△ADE∽△BDM，可得$\frac{h}{1}=\frac{t}{\sqrt{(\sqrt{3}-t)^2+1}}$，$\therefore h=\frac{t}{\sqrt{(\sqrt{3}-t)^2+1}}$，

$V=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot(2\sqrt{3}-t)\cdot 1\cdot\frac{t}{\sqrt{(\sqrt{3}-t)^2+1}}=\frac{1}{6}\cdot\frac{3-(\sqrt{3}-t)^2}{\sqrt{(\sqrt{3}-t)^2+1}}$，$t\in(0,\sqrt{3})$

②当 $AD=t>AM=\sqrt{3}$时，如图，此时高为 P 到 BD 的距离，也就是 A 到 BD 的距离，即图



中 AH，

$DM=t-\sqrt{3}$，由等面积，可得$\frac{1}{2}\cdot AD\cdot BM=\frac{1}{2}\cdot BD\cdot AH$，$\therefore\frac{1}{2}\cdot t\cdot 1=\frac{1}{2}\sqrt{(t-\sqrt{3})^2+1}$，

$\therefore h=\frac{t}{\sqrt{(\sqrt{3}-t)^2+1}}$，

$\therefore V=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot(2\sqrt{3}-t)\cdot 1\cdot\frac{t}{\sqrt{(\sqrt{3}-t)^2+1}}=\frac{1}{6}\cdot\frac{3-(\sqrt{3}-t)^2}{\sqrt{(\sqrt{3}-t)^2+1}}$，$t\in(\sqrt{3},2\sqrt{3})$

综上所述，$V=\frac{1}{6}\cdot\frac{3-(\sqrt{3}-t)^2}{\sqrt{(\sqrt{3}-t)^2+1}}$，$t\in(0,2\sqrt{3})$

令 $m=\sqrt{(\sqrt{3}-t)^2+1}\in[1,2)$，则 $V=\frac{1}{6}\cdot\frac{4-m^2}{m}$，$\therefore m=1$ 时，$V_{max}=\frac{1}{2}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查体积最大值的计算，考查学生转化问题的能力，考查分类讨论的数学思想，对思维能力和解题技巧有一定要求，难度大.

15．（4 分）（2016•浙江）已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，若对任意单位向量$\vec{e}$，均有$|\vec{a}\cdot\vec{e}|+|\vec{b}\cdot\vec{e}|\le\sqrt{6}$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}$的最大值是____________.

【考点】平面向量数量积的运算.

【分析】根据向量三角形不等式的关系以及向量数量积的应用进行计算即可得到结论.

【解答】解：$\because|(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{e}|=|\vec{a}\cdot\vec{e}+\vec{b}\cdot\vec{e}|\le|\vec{a}\cdot\vec{e}|+|\vec{b}\cdot\vec{e}|\le\sqrt{6}$，

$\therefore|(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{e}|\le|\vec{a}+\vec{b}|\le\sqrt{6}$，

平方得：$|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}\le 6$，

即 $1^2+2^2+2\vec{a}\bullet\vec{b}\le 6$，

则$\vec{a}\bullet\vec{b}\le\frac{1}{2}$，

故$\vec{a}\bullet\vec{b}$的最大值是$\frac{1}{2}$，

故答案为：$\frac{1}{2}$.

【点评】本题主要考查平面向量数量积的应用，根据绝对值不等式的性质以及向量三角形不等式的关系是解决本题的关键．综合性较强，有一定的难度．

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

16．（14 分）（2016•浙江）在△ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，已知 b+c=2acosB．

（Ⅰ）证明：A=2B

（Ⅱ）若△ABC 的面积 $S=\frac{a^2}{4}$，求角 A 的大小．

【考点】余弦定理；正弦定理．

【分析】（Ⅰ）利用正弦定理，结合和角的正弦公式，即可证明 A=2B

（Ⅱ）若△ABC 的面积 $S=\frac{a^2}{4}$，则$\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{a^2}{4}$，结合正弦定理、二倍角公式，即可求角 A 的大小．

【解答】（Ⅰ）证明：∵b+c=2acosB，

∴sinB+sinC=2sinAcosB，

∴sinB+sin（A+B）=2sinAcosB

∴sinB+sinAcosB+cosAsinB=2sinAcosB

∴sinB=2=sinAcosB﹣cosAsinB=sin（A﹣B）

∵A，B 是三角形中的角，

∴B=A﹣B，

∴A=2B；

（Ⅱ）解：∵△ABC 的面积 $S=\frac{a^2}{4}$，

∴$\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{a^2}{4}$，

∴$2bc\sin A=a^2$，

∴2sinBsinC=sinA=sin2B，

∴sinC=cosB，

∴B+C=90°，或 C=B+90°，

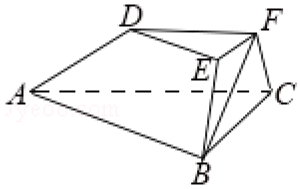
∴A=90°或 A=45°．

【点评】本题考查了正弦定理，解三角形，考查三角形面积的计算，考查二倍角公式的运用，属于中档题．

17．（15分）（2016•浙江）如图，在三棱台 ABC﹣DEF 中，已知平面 BCFE⊥平面 ABC，∠ACB=90°，BE=EF=FC=1，BC=2，AC=3，

（Ⅰ）求证：EF⊥平面 ACFD；

（Ⅱ）求二面角 B﹣AD﹣F 的余弦值．



【考点】二面角的平面角及求法；空间中直线与直线之间的位置关系．

【分析】（I）先证明 BF⊥AC，再证明 BF⊥CK，进而得到 BF⊥平面 ACFD．

（II）方法一：先找二面角 B﹣AD﹣F 的平面角，再在 Rt△BQF 中计算，即可得出；

方法二：通过建立空间直角坐标系，分别计算平面 ACK 与平面 ABK 的法向量，进而可得二面角 B﹣AD﹣F 的平面角的余弦值．

【解答】（I）证明：延长 AD，BE，CF 相交于点 K，如图所示，∵平面 BCFE⊥平面 ABC，∠ACB=90°，

∴AC⊥平面 BCK，∴BF⊥AC．

又 EF∥BC，BE=EF=FC=1，BC=2，∴△BCK 为等边三角形，且 F 为 CK 的中点，则 BF⊥CK，

∴BF⊥平面 ACFD．

（II）方法一：过点 F 作 FQ⊥AK，连接 BQ，∵BF⊥平面 ACFD．∴BF⊥AK，则 AK⊥平面 BQF，

∴BQ⊥AK．∴∠BQF 是二面角 B﹣AD﹣F 的平面角．

在 Rt△ACK 中，AC=3，CK=2，可得 FQ=$\frac{3\sqrt{13}}{13}$．

在 Rt△BQF 中，BF=$\sqrt{3}$，FQ=$\frac{3\sqrt{13}}{13}$．可得：cos∠BQF=$\frac{\sqrt{3}}{4}$．

∴二面角 B﹣AD﹣F 的平面角的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{4}$．

方法二：如图，延长 AD，BE，CF 相交于点 K，则△BCK 为等边三角形，

取 BC 的中点，则 KO⊥BC，又平面 BCFE⊥平面 ABC，∴KO⊥平面 BAC，

以点 O 为原点，分别以 OB，OK 的方向为 x，z 的正方向，建立空间直角坐标系 O﹣xyz．

可得：B（1，0，0），C（﹣1，0，0），K（0，0，$\sqrt{3}$），A（﹣1，﹣3，0），

E$\left(\frac{1}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，F$\left(-\frac{1}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$．

$\overrightarrow{AC}$=（0，3，0），$\overrightarrow{AK}=(1,3,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{AB}$（2，3，0）．

设平面 ACK 的法向量为$\vec{m}$=（x_1，y_1，z_1），平面 ABK 的法向量为$\vec{n}$=（x_2，y_2，z_2），由

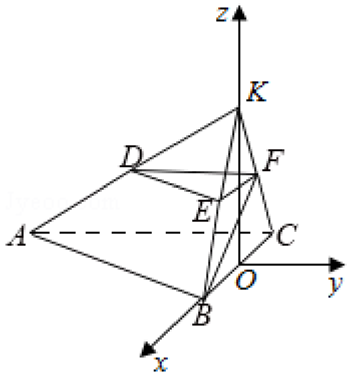
$\begin{cases}\overrightarrow{AC}\cdot\vec{m}=0\\ \overrightarrow{AK}\cdot\vec{m}=0\end{cases}$，可得$\begin{cases}3y_1=0\\ x_1+3y_1+\sqrt{3}z_1=0\end{cases}$，

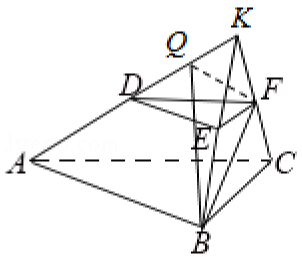
取$\vec{m}=(\sqrt{3},0,-1)$．

由$\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{n}=0\\ \overrightarrow{AK}\cdot\overrightarrow{n}=0\end{cases}$，可得$\begin{cases}2x_2+3y_2=0\\ x_2+3y_2+\sqrt{3}z_2=0\end{cases}$，取$\overrightarrow{n}=(3，-2，\sqrt{3})$．

$\therefore\cos<\overrightarrow{m}，\overrightarrow{n}>=\dfrac{\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{n}}{|\overrightarrow{m}||\overrightarrow{n}|}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$．

∴二面角 B﹣AD﹣F 的余弦值为$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$．





【点评】本题考查了空间位置关系、法向量的应用、空间角，考查了空间想象能力、推理能力与计算能力，属于中档题．

18．（15 分）（2016•浙江）已知 a≥3，函数 F（x）=min{2|x﹣1|，x^2﹣2ax+4a﹣2}，其中 min（p，q）=$\begin{cases}p，p\leqslant q\\ q，p>q\end{cases}$

（Ⅰ）求使得等式 F（x）=x^2﹣2ax+4a﹣2 成立的 x 的取值范围

（Ⅱ）(i）求 F（x）的最小值 m（a）

（ii）求 F（x）在[0，6]上的最大值 M（a）

【考点】函数最值的应用；函数的最值及其几何意义．

【分析】（Ⅰ）由 a≥3，讨论 x≤1 时，x＞1，去掉绝对值，化简 x^2﹣2ax+4a﹣2﹣2|x﹣1|，判断符号，即可得到 F（x）=x^2﹣2ax+4a﹣2 成立的 x 的取值范围；

（Ⅱ）(i）设 f（x）=2|x﹣1|，g（x）=x^2﹣2ax+4a﹣2，求得 f（x）和 g（x）的最小值，再由新定义，可得 F（x）的最小值；

（ii）分别对当 0≤x≤2 时，当 2＜x≤6 时，讨论 F（x）的最大值，即可得到 F（x）在[0，6]上的最大值 M（a）．

【解答】解：（Ⅰ）由 a≥3，故 x≤1 时，

x^2﹣2ax+4a﹣2﹣2|x﹣1|=x^2+2（a﹣1）（2﹣x）＞0；

当 $x>1$ 时，$x^2-2ax+4a-2-2|x-1|=x^2-(2+2a)x+4a=(x-2)(x-2a)$，

则等式 $F(x)=x^2-2ax+4a-2$ 成立的 x 的取值范围是 $(2, 2a)$；

（Ⅱ）(i) 设 $f(x)=2|x-1|$，$g(x)=x^2-2ax+4a-2$，

则 $f(x)_{min}=f(1)=0$，$g(x)_{min}=g(a)=-a^2+4a-2$.

由 $-a^2+4a-2=0$，解得 $a=2+\sqrt{2}$（负的舍去），

由 F（x）的定义可得 $m(a)=\min\{f(1), g(a)\}$，

即 $m(a)=\begin{cases}0, & 3\leqslant a\leqslant 2+\sqrt{2}\\ -a^2+4a-2, & a>2+\sqrt{2}\end{cases}$；

(ii) 当 $0\le x\le 2$ 时，$F(x)\le f(x)\le \max\{f(0), f(2)\}=2=F(2)$；

当 $2<x\le 6$ 时，$F(x)\le g(x)\le \max\{g(2), g(6)\}$

$=\max\{2, 34-8a\}=\max\{F(2), F(6)\}$.

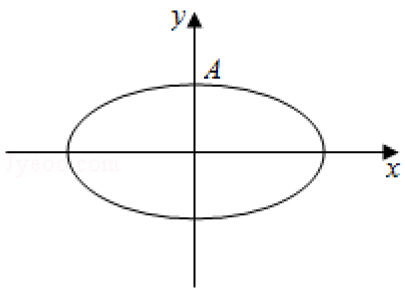
则 $M(a)=\begin{cases}34-8a, & 3\leqslant a\leqslant 4\\ 2, & a>4\end{cases}$.

【点评】本题考查新定义的理解和运用，考查分类讨论的思想方法，以及二次函数的最值的求法，不等式的性质，考查化简整理的运算能力，属于中档题.

19.（15 分）（2016•浙江）如图，设椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+y^2=1$（$a>1$）

（Ⅰ）求直线 $y=kx+1$ 被椭圆截得到的弦长（用 a，k 表示）

（Ⅱ）若任意以点 A（0，1）为圆心的圆与椭圆至多有三个公共点，求椭圆的离心率的取值范围.



【考点】椭圆的简单性质；圆与圆锥曲线的综合.

【分析】（Ⅰ）联立直线 $y=kx+1$ 与椭圆方程，利用弦长公式求解即可.

（Ⅱ）写出圆的方程，假设圆 A 与椭圆由 4 个公共点，再利用对称性有解已知条件可得任意一 A（0，1）为圆心的圆与椭圆至多有 3 个公共点，a 的取值范围，进而可得椭圆的离心率的取值范围.

【解答】解：（Ⅰ）由题意可得：$\begin{cases}y=kx+1\\ \frac{x^2}{a^2}+y^2=1\end{cases}$，可得：$(1+a^2k^2)x^2+2ka^2x=0$，

得 $x_1=0$ 或 $x_2=\frac{-2ka^2}{1+k^2a^2}$，

直线 y=kx+1 被椭圆截得到的弦长为：$\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=\frac{2a^2|k|}{1+a^2k^2}\sqrt{1+k^2}$.

（Ⅱ）假设圆 A 与椭圆由 4 个公共点，由对称性可设 y 轴左侧的椭圆上有两个不同的点 P，Q，满足|AP|=|AQ|，

记直线 AP，AQ 的斜率分别为：k_1，k_2；且 k_1，$k_2>0$，$k_1\neq k_2$，由（1）可知

$|AP|=\frac{2a^2|k_1|\sqrt{1+k_1^2}}{1+a^2k_1^2}$，$|AQ|=\frac{2a^2|k_2|\sqrt{1+k_2^2}}{1+a^2k_2^2}$，

故：$\frac{2a^2|k_1|\sqrt{1+k_1^2}}{1+a^2k_1^2}=\frac{2a^2|k_2|\sqrt{1+k_2^2}}{1+a^2k_2^2}$，所以，$(k_1^2-k_2^2)[1+k_1^2+k_2^2+a^2(2-a^2)k_1^2k_2^2]=0$，由 $k_1\neq k_2$，

k_1，$k_2>0$，可得：$1+k_1^2+k_2^2+a^2(2-a^2)k_1^2k_2^2=0$，

因此 $(\frac{1}{k_1^2}+1)(\frac{1}{k_2^2}+1)=1+a^2(a^2-2)$ ①，

因为①式关于 k_1，k_2；的方程有解的充要条件是：$1+a^2(a^2-2)>1$，

所以 $a>\sqrt{2}$.

因此，任意点 A（0，1）为圆心的圆与椭圆至多有三个公共点的充要条件为：$1<a<2$，

$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2-1}}{a}$得，所求离心率的取值范围是：$0<e\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【点评】本题考查直线与椭圆的位置关系的综合应用，椭圆与圆的位置关系的综合应用，考查分析问题解决问题的能力，考查转化思想以及计算能力.

20.（15 分）（2016•浙江）设数列满足$|a_n-\frac{a_{n+1}}{2}|\leq 1$，$n\in N^*$.

（Ⅰ）求证：$|a_n|\geq 2^{n-1}(|a_1|-2)$（$n\in N^*$）

（Ⅱ）若$|a_n|\leq(\frac{3}{2})^n$，$n\in N^*$，证明：$|a_n|\leq 2$，$n\in N^*$.

【考点】数列与不等式的综合.

【分析】(I）使用三角不等式得出$|a_n|-\frac{1}{2}|a_{n+1}|\leq 1$，变形得$\frac{|a_n|}{2^n}-\frac{|a_{n+1}|}{2^{n+1}}\leq\frac{1}{2^n}$，使用累加法可求得$\frac{|a_1|}{2}-\frac{|a_n|}{2^n}<1$，即结论成立；

（II）利用（I）的结论得出$\frac{|a_n|}{2^n}-\frac{|a_m|}{2^m}<\frac{1}{2^{n-1}}$，进而得出$|a_n|<2+(\frac{3}{4})^m\bullet 2^n$，利用 m 的任意性可证$|a_n|\leq 2$.

【解答】解：（I）$\because |a_n-\frac{a_{n+1}}{2}|\le 1$，$\therefore |a_n|-\frac{1}{2}|a_{n+1}|\le 1$，

$\therefore \frac{|a_n|}{2^n}-\frac{|a_{n+1}|}{2^{n+1}}\le\frac{1}{2^n}$，$n\in N^*$，

$\therefore \frac{|a_1|}{2}-\frac{|a_n|}{2^n}=(\frac{|a_1|}{2}-\frac{|a_2|}{2^2})+(\frac{|a_2|}{2^2}-\frac{|a_3|}{2^3})+\ldots+(\frac{|a_{n-1}|}{2^{n-1}}-\frac{|a_n|}{2^n})$

$\le\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^n}=\frac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2^n})}{1-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2^n}<1$.

$\therefore |a_n|\ge 2^{n-1}(|a_1|-2)$（$n\in N^*$）.

（II）任取 $n\in N^*$，由（I）知，对于任意 $m>n$，

$\frac{|a_n|}{2^n}-\frac{|a_m|}{2^m}=(\frac{|a_n|}{2^n}-\frac{|a_{n+1}|}{2^{n+1}})+(\frac{|a_{n+1}|}{2^{n+1}}-\frac{|a_{n+2}|}{2^{n+2}})+\ldots+(\frac{|a_{m-1}|}{2^{m-1}}-\frac{|a_m|}{2^m})$

$\le\frac{1}{2^n}+\frac{1}{2^{n+1}}+\ldots+\frac{1}{2^{m-1}}=\frac{\frac{1}{2^n}(1-\frac{1}{2^{m-n+1}})}{1-\frac{1}{2}}<\frac{1}{2^{n-1}}$.

$\therefore |a_n|<(\frac{1}{2^{n-1}}+\frac{|a_m|}{2^m})\bullet 2^n\le[\frac{1}{2^{n-1}}+\frac{1}{2^m}\bullet(\frac{3}{2})^m]\bullet 2^n=2+(\frac{3}{4})^m\bullet 2^n$. ①

由 m 的任意性可知 $|a_n|\le 2$.

否则，存在 $n_0\in N^*$，使得 $|a_{n_0}|>2$，

取正整数 $m_0>\log_{\frac{3}{4}}\frac{|a_{n_0}|-2}{2^{n_0}}$ 且 $m_0>n_0$，则

$2^{n_0}\bullet(\frac{3}{4})^{m_0}<2^{n_0}\bullet(\frac{3}{4})^{\log_{\frac{3}{4}}\frac{|a_{n_0}|-2}{2^{n_0}}}=|a_{n_0}|-2$，与①式矛盾.

综上，对于任意 $n\in N^*$，都有 $|a_n|\le 2$.

【点评】本题考查了不等式的应用与证明，等比数列的求和公式，放缩法证明不等式，难度较大.