2012年普通高等学校招生全国统一考试(辽宁卷)

数学(供理科考生使用)

【试题总体说明】本试卷遵循考纲的要求，精心设计，力求创新．所命试卷呈现以下几个特点：（1）注重对基础知识、基本能力和基本方法的考查，严格控制试题难度（2）知识点覆盖全面，既注重对传统知识的考查，又注重对新增内容的考查，更注重对主干知识的考查；（3）遵循源于教材、高于教材的原则，部分试题根据教材中的典型例题或习题改编而成；（4）在知识网络的交汇处命题，强调知识的整合，突出考查学生综合运用数学知识分析问题、解决问题的能力。

注意事项：

1．本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。

3.回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

4.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1)已知全集U=｛0,1,2,3,4,5,6,7,8,9｝，集合A=｛0,1,3,5,8｝，集合B=｛2,4,5,6,8｝，

则 $(C_U A)\bigcap(C_U B)$

(A){5,8}　　(B){7,9}　　(C){0,1,3}　　(D){2,4,6}

答案：B

解析：由已知条件可得 $C_U A=\{2,4,6,7,9\}$，$C_U B=\{0,1,3,7,9\}$ 所以

$(C_U A)\bigcap(C_U B)=\{7,9\}$，故选B

考点定位：本题集合的运算，意在考查考生对集合的补集交集的计算能力；

(2)复数 $\dfrac{2-i}{2+i}=$

(A) $\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}i$　　**(B)** $\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}i$　　**(C)** $1-\dfrac{4}{5}i$　　**(D)** $1+\dfrac{3}{5}i$

答案：A

解析：$\dfrac{2-i}{2+i}=\dfrac{(2-i)^2}{(2+i)(2-i)}=\dfrac{4-4i+i^2}{5}=\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}i$，故选A

考点定位：本题考查复数的运算，意在考查考生对复数的计算能力；

(3)已知两个非零向量*a*，*b*满足|*a*+*b*|=|*a*－*b*|，则下面结论正确的是

(A) $a\parallel b$　　**(B)** $a\perp b$

(C){0,1,3}　　**(D)*a*+*b*=*a*－*b***

答案：B

解析：$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\bullet\vec{b}+|\vec{b}|^2$，$|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\bullet\vec{b}+|\vec{b}|^2$，因为$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，

所以$|\vec{a}|^2+2\vec{a}\bullet\vec{b}+|\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\bullet\vec{b}+|\vec{b}|^2$，即$2\vec{a}\bullet\vec{b}=-2\vec{a}\bullet\vec{b}$，所以$\vec{a}\bullet\vec{b}=0$，$\vec{a}\perp\vec{b}$，

故选 B

考点定位：本题是平面向量问题，意在考查学生对于平面向量点乘知识和模的理解。

(4)已知命题 *p*：$\forall x_1$，$x_2\in R$，$(f(x_2)-f(x_1)(x_2-x_1)\geqslant 0$，则$\neg p$ 是

(A) $\exists x_1$，$x_2\in R$，$(f(x_2)-f(x_1)(x_2-x_1)\leqslant 0$

(B) $\forall x_1$，$x_2\in R$，$(f(x_2)-f(x_1)(x_2-x_1)\leqslant 0$

(C) $\exists x_1$，$x_2\in R$，$(f(x_2)-f(x_1)(x_2-x_1)<0$

(D) $\forall x_1$，$x_2\in R$，$(f(x_2)-f(x_1)(x_2-x_1)<0$

答案：C

解析：命题 P 是一个全程命题，其否定为存在性命题，

$\neg P:\exists x_1,x_2\in R,(f(x_2)-f(x_1))(x_2-x_1)<0$，故选 C

考点定位：本题是命题问题，意在考查学生对于命题的否定的理解。

(5)一排 9 个座位坐了 3 个三口之家，若每家人坐在一起，则不同的坐法种数为

(A)3×3！　　(B) 3×(3！)^3　　(C)(3！)^4　　(D) 9！

答案：C

解析：完成这件事可以分为两步，第一步排列三个家庭的相对位置，有A_3^3种排法；第二步排列每个家庭中的三个成员，共有$A_3^3A_3^3A_3^3$种排法，由乘法原理可得不同的坐法种数有$A_3^3A_3^3A_3^3A_3^3$，故选 C

考点定位：本题是排列组合问题，意在考查学生对于乘法原理的理解和排列数的计算能力。

(6)在等差数列{a_n}中，已知 $a_4+a_8=16$，则该数列前 11 项和 S_{11}=

(A)58　　(B)88　　(C)143　　(D)176

答案：B

解析：因为数列$\{a_n\}$为等差数列，所以$S_{11}=\dfrac{11(a_1+a_{11})}{2}$，根据等差数列的性质，若$p+q=m+n$，则$a_p+a_q=a_m+a_n$，得$a_1+a_{11}=a_4+a_8=16$，所以$S_{11}=\dfrac{11\times 16}{2}=88$，

故选 B

考点定位：本题是等差数列问题，意在考查学生对于等差数列的通项公式和求和公式的理解和对等差数列的性质的运用能力。

(7)已知$\sin\alpha-\cos\alpha=\sqrt{2}$，$\alpha\in$(0，π)，则$\tan\alpha$ =

(A) －1　　(B) $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　(C) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　(D) 1

答案：A

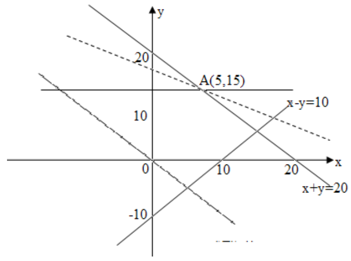
解析：将$\sin\alpha-\cos\alpha=\sqrt{2}$两边平方得$\sin^2 a-2\sin a\cos a+\cos^2 a=2$，

即 $\sin\alpha\cos\alpha=-\dfrac{1}{2}$，则 $\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\dfrac{\tan\alpha}{\tan^2\alpha+1}=-\dfrac{1}{2}$，

整理得，$2\tan\alpha+\tan^2\alpha+1=0$，即 $(\tan\alpha+1)^2=0$ 所以 $\tan\alpha=-1$，故选 A

考点定位：本题是三角函数问题，意在考查学生对于三角函数中齐次式的运用能力和三角方程的解题能力。

(8)设变量 x，y 满足 $\begin{cases} x-y\le 10 \\ 0\le x+y\le 20 \\ 0\le y\le 15 \end{cases}$ 则 2x+3y 的最大值为



(A) 20　　(B) 35　　(C) 45　　(D) 55

答案：D

解析：不等式组表示的平面区域如图所示，

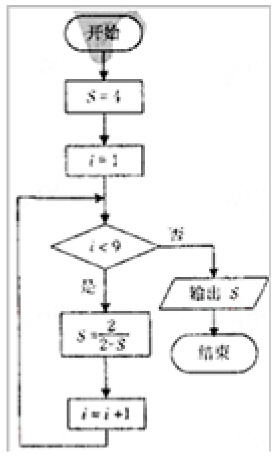
则 2x+3y 在 A（5,15）处取得最大值，故选 D

考点定位：本小题考查线性规划的最值问题，考查学生的画图能力和

(9)执行如图所示的程序框图，则输出的 S 的值是

(A) -1　　(B) $\dfrac{2}{3}$

(C) $\dfrac{3}{2}$　　(D) 4



答案：D

解析：当 $i=1$ 时，$S=\dfrac{2}{2-4}=-1$；当 $i=2$ 时，$S=\dfrac{2}{2+1}=\dfrac{2}{3}$；当 $i=3$ 时，

$S=\dfrac{2}{2-\dfrac{2}{3}}=\dfrac{3}{2}$；

当 $i=4$ 时，$S=\dfrac{2}{2-\dfrac{3}{2}}=4$；当 $i=5$ 时，$S=\dfrac{2}{2-4}=-1$；当 $i=6$ 时，$S=\dfrac{2}{3}$；

当 $i=7$ 时，$S=\dfrac{3}{2}$；当 $i=8$ 时，$S=4$；当 $i=9$ 时，输出 S，故选 D

考点定位：本题考查程序框图，意在考查考生对循环结构框图的理解应用能力；

(10)在长为 12cm 的线段 AB 上任取一点 C.现作一矩形，边长分别等于线段 AC，CB 的长，则该矩形面积小于 32cm³ 的概率为

(A) $\dfrac{1}{6}$　　(B) $\dfrac{1}{3}$　　(C) $\dfrac{2}{3}$　　(D) $\dfrac{4}{5}$

答案：C

解析：设 AC=x cm (0<x<12)则 CB=12-x cm，则矩形面积

$S=x(12-x)=12x-x^2<32$，即 $(x-8)(x-4)>0$，解得

$0<x<4$ 或 $8<x<12$，在数轴上表示为

由几何概型概率公式得，概率为$\dfrac{8}{12}=\dfrac{2}{3}$，故选 C

考点定位：本题考查概率问题，意在考查考生对概率中的几何概型的理解能力；

(11)设函数 ***f*(*x*)**$(x\in R)$满足 ***f*(**$-x$**)=*f*(*x*)**，***f*(*x*)=*f*(2**$-x$**)**，且当$x\in[0,1]$时，

***f*(*x*)=*x*³**.又函数 ***g*(*x*)=|*x*cos**(πx) **|**，则函数 ***h*(*x*)=*g*(*x*)-*f*(*x*)**在$[-\frac{1}{2},\frac{3}{2}]$上的零点个数为

(A)5 **(B)6** **(C)7** **(D)8**

答案：B

解析：由$f(-x)=f(x)$，$f(x)=f(2-x)$可知，f(x)是偶函数，且关于直线 x=1 对称，又由$f(2-x)=f(x)=f(-x)$可知，f(x)是以 2 为周期的周期函数，在同一坐标系中作出$f(x)和g(x)$在$[-\frac{1}{2},\frac{3}{2}]$上的图像如图，可知$f(x)与g(x)$的图像在$[-\frac{1}{2},\frac{3}{2}]$上有 6 个交点，即$h(x)$的零点个数为 6，故选 B.

考点定位：本题考查函数问题，意在考查考生对函数中的奇偶性、周期性、零点、函数图象的理解和运用能力；

(12)若$x\in[0,+\infty)$，则下列不等式恒成立的是

(A) $e^x\le 1+x+x^2$

(B) $\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}\le 1-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{4}x^2$

(C) $\cos x\ge 1-\dfrac{1}{2}x^2$

(D) $\ln(1+x)\ge x-\dfrac{1}{8}x^2$

答案：C

解析：对于e^x与$1+x+x^2$，当$x=5$时，$e^x>32$，而$1+x+x^2=31$，所以 A 选项不正确；对于$\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}$与$1-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{4}x^2$，当$x=\dfrac{1}{4}$时，$\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$,$1-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{4}x^2=\dfrac{57}{64}<\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，所以 B 选项不正确；令$f(x)=\cos x+\dfrac{1}{2}x^2-1$，则$f'(x)=x-\sin x\ge 0$，对$x\in[0,+\infty)$恒成立，$f(x)$在$[0,+\infty)$上为增函数，所以$f(x)$的最小值为$f(0)=0$，所以$f(x)\ge 0$，$\cos x\ge 1-\dfrac{1}{2}x^2$，故 C 正确；令$g(x)=\ln(1+x)-x+\dfrac{1}{8}x^2$，则$g'(x)=\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{4}x-1$，令$g'(x)=0$，得$x=0或x=3$.当$x\in(0,3)$时，$g'(x)<0$，当$x\in(3,+\infty)$时，$g'(x)>0$.
$g(x)$在$x=3$时取得最小值$g(3)=\ln 4-3+\dfrac{9}{8}<0$，所以 D 不正确。

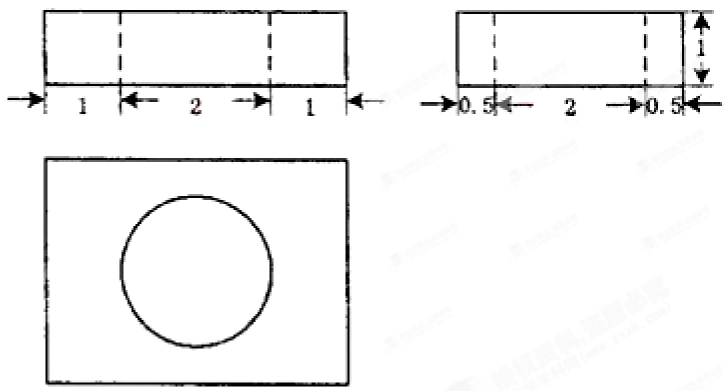
考点定位：本题考查不等式恒成立问题，意在考查考生用构造函数的方法，利用导数求最值来比较大小的能力。

第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题~第 21 题为必考题，每个试题考生都必须做答。第 22 题~第 24 题为选考题，考生根据要求做答。

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分。

(13)一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为______________。



答案：38

解析：由三视图可以看出该几何体为一个长方体从中间挖掉了一个圆柱，长方体表面积为 $2\times(4\times3+3\times1+4\times1)=38$，圆柱的侧面积为 2π，上下两个底面积和为 2π，所以该几何体的表面积为 $38+2\pi-2\pi=38$.

考点定位：本题考查三视图，意在考查考生三视图与几何体之间的转化能力。

(14)已知等比数列｛a_n｝为递增数列，且 $a_5^2=a_{10},2(a_n+a_{n+2})=5a_{n+1}$，则数列｛$a_n$｝的通项公式 a_n =______________。

答案：2^n

解析：设数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1，公比为 q，则 $a_1{}^2q^8=a_1q^9$，所以 $a_1=q$，由 $2(a_n+a_{n+2})=5a_{n+1}$ 得 $2q^2-5q+2=0$ 解得 $q=2$ 或 $q=\frac{1}{2}$，因为数列 $\{a_n\}$ 为递增数列，所以 $q=2$，$a_1=2$，所以 $a_n=2^n$

考点定位：本题考查等比数列，意在考查考生对等比数列的通项公式的应用能力。

(15)已知 ***P***，***Q*** 为抛物线 $x^2=2y$ 上两点，点 ***P***，***Q*** 的横坐标分别为 **4**，**−2**，过 ***P***、***Q*** 分别作抛物线的切线，两切线交于 ***A***，则点 ***A*** 的纵坐标为__________。

答案：-4

解析：由已知可设 $P(4,\ y_1),Q(-2,y_2)$,

$\therefore \begin{cases} 4^2 = 2y_1 \\ (-2)^2 = 2y_2 \end{cases}, \therefore P(4,8), Q(-2,2),$

$\because$抛物线可化为$y=\frac{1}{2}x^2, \therefore y'=x, \therefore$过点$P$的切线方程为$y=4x-8$

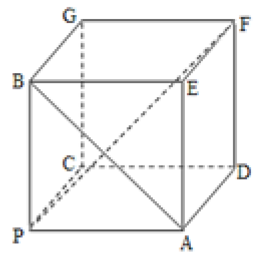
过 Q 点的切线方程为$y=-2x-2$,联立两条切线方程即为 A 点坐标为（1，-4），

故点 A 的纵坐标为-4.

考点定位： 本题考查抛物线的切线方程、导数的几何含义，考查学生的转化能力和计算能力.

(16)已知正三棱锥$P-ABC$，点 ***P*，*A*，*B*，*C*** 都在半径为$\sqrt{3}$的求面上，若 ***PA*，*PB*，*PC*** 两两互相垂直，则球心到截面 ***ABC*** 的距离为________。

答案： $\frac{\sqrt{3}}{3}$



解析：正三棱锥 P-ABC 可看作由正方体 PADC-BEFG 截得，如图所示，

PF 为三棱锥 P-ABC 的外接球的直径，且$PF\perp$平面ABC，设正方体棱长为

a，则$3a^2=12, a=2, AB=AC=BC=2\sqrt{2}$，

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$$

由$V_{P-ABC}=V_{B-PAC}$，得$\frac{1}{3}\bullet h\bullet S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2\times 2\times 2$，所以$h=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，因为球心到平面

ABC 的距离为$\frac{\sqrt{3}}{3}$.

考点定位：本题考查三棱锥的体积与球的几何性质，意在考查考生作图的能力和空间想象能力.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(17)(本小题满分 12 分)

在ΔABC中，角 ***A***、***B***、***C*** 的对边分别为 ***a*，*b*，*c***。角 ***A*，*B*，*C*** 成等差数列。

(Ⅰ)求$\cos B$的值；

(Ⅱ)边 ***a*，*b*，*c*** 成等比数列，求$\sin A\sin C$的值。

解析：（1）由已知$2B=A+C, A+B+C=\pi$,解得$B=\frac{\pi}{3}$，所以$\cos B=\frac{1}{2}$

（2）解法一：由已知$b^2=ac$，及$\cos B=\frac{1}{2}$，根据正弦定理得$\sin^2 B=\sin A\sin C$，

所以 $\sin A\sin C=1-\cos^2 B=\frac{3}{4}$

解法二：由已知 $b^2=ac$，及 $\cos B=\frac{1}{2}$，根据余弦定理得 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$，解得 $a=c$

所以 $\sin A\sin C=\frac{3}{4}$

考点定位：本大题主要考查解三角形中的正弦定理或余弦定理的运用，以及运用三角公式进行三角变换的能力.

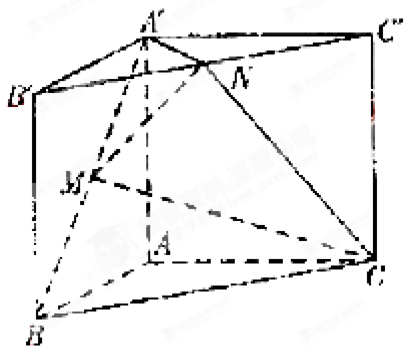
(18)(本小题满分 12 分)

如图，直三棱柱 $ABC-A'B'C'$，$\angle BAC=90^\circ$，

$AB=AC=\lambda AA'$，点 **M**，**N** 分别为 $A'B$ 和 $B'C'$ 的中点。

(Ⅰ)证明：$MN\,/\!/$ 平面 $A'ACC'$；

(Ⅱ)若二面角 $A'-MN-C$ 为直二面角，求 λ 的值。



解析：（1）证法一：连结 AB'，AC'，由已知 $\angle BAC=90^0$

AB=AC，三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 为直三棱柱，所以 M 为 AB' 中点，

又因为 N 为 $B'C'$ 的中点，所以 $MN\,/\!/\,AC'$.

又 $MN\not\subset$ 平面A'ACC'，$AC'\subset$ 平面A'ACC'，因此 $MN\,/\!/$ 平面A'ACC'

证法二：取 $A'B'$ 中点 P，连结 MP,NP，而 M，N 分别为 AB' 与B'C' 的中点，所以 MP// AA'，

PN// $A'C$，所以 MP// 平面A'ACC'，PN// 平面A'ACC'，又 $MP\cap NP=P$，

因此平面MPN // 平面A'ACC'.而 MN⊂平面MPN，因此 MN// 平面A'ACC'

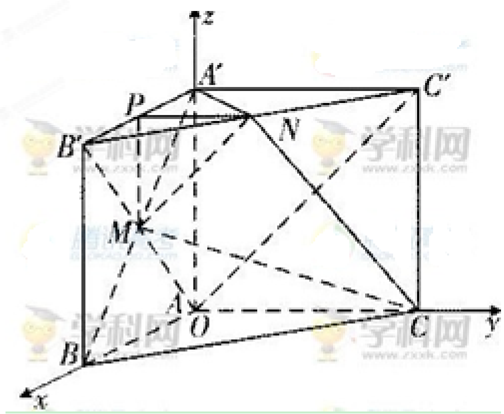
（2）以 A 为坐标原点，分别以直线 AB，AC，AA' 为 x 轴，y 轴，z 轴，建立直角坐标系 O-xyz，如图所示.

设 $AA'=1$，则 $AB=AC=\lambda$，

于是 $A(0,0,0),B(\lambda,0,0),C(0,\lambda,0)$，

$A'(0,0,1),B'(\lambda,0,1),C'(0,\lambda,1)$，

所以 $M(\frac{\lambda}{2},0,\frac{1}{2}),N(\frac{\lambda}{2},\frac{\lambda}{2},1)$



设 $\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$ 是平面 AMN 的法向量

由 $\begin{cases}\vec{m}\bullet\overrightarrow{AM}=0\\ \vec{m}\bullet\overrightarrow{MN}=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}\dfrac{\lambda}{2}x_1-\dfrac{1}{2}z_1=0\\ \dfrac{\lambda}{2}y_1+\dfrac{1}{2}z_1=0\end{cases}$

可取 $\vec{m}=(1,-1,\lambda)$

设 $\vec{n}=(x_2,y_2,z_2)$ 是平面 AMN 的法向量

由 $\begin{cases}\vec{n}\bullet\overrightarrow{NC}=0\\ \vec{n}\bullet\overrightarrow{MN}=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}-\dfrac{\lambda}{2}x_2+\dfrac{\lambda}{2}y_2-z_2=0\\ \dfrac{\lambda}{2}y_2+\dfrac{1}{2}z_2=0\end{cases}$

可取 $\vec{n}=(-3,-1,\lambda)$

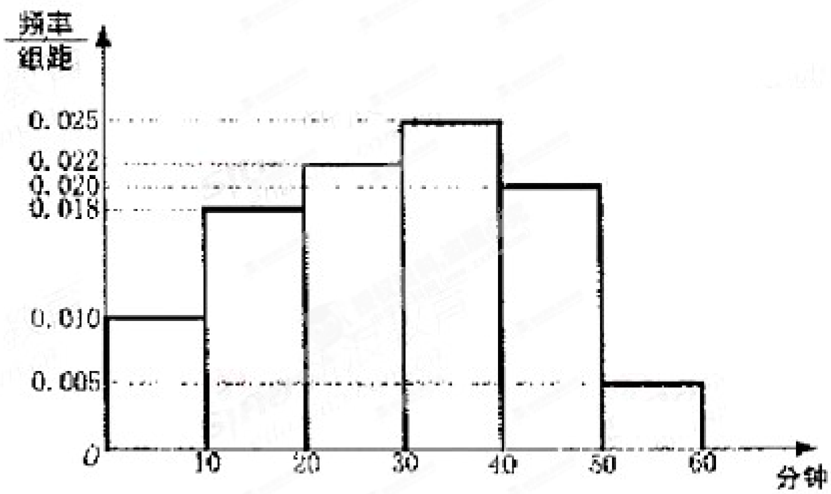
因为 $A-MN-C$ 为直二面角，所以 $\vec{m}\bullet\vec{n}=0$

即 $-3+(-1)\times(-1)+\lambda^2=0$，解得 $\lambda=\sqrt{2}$

考点定位：本大题主要以直三棱柱为几何背景考查线面垂直的判定和二面角的求法，可以运用传统几何法，也可以用空间向量方法求解.突出考查空间想象能力和计算能力.

(19)(本小题满分 12 分)

电视传媒公司为了了解某地区电视观众对某类体育节目的收视情况，随机抽取了 **100** 名观众进行调查。下面是根据调查结果绘制的观众日均收看该体育节目时间的频率分布直方图；



将日均收看该体育节目时间不低于 **40** 分钟的观众称为“体育迷”。

(Ⅰ)根据已知条件完成下面的 2×2 列联表，并据此资料你是否认为“体育迷”与性别有关？

	非体育迷	体育迷	合计
男			
女		10	55
合计			

(Ⅱ)将上述调查所得到的频率视为概率。现在从该地区大量电视观众中，采用随机抽样方法每次抽取 1 名观众，抽取 3 次，记被抽取的 3 名观众中的“体育迷”人数为 *X*。若每次抽取的结果是相互独立的，求 *X* 的分布列，期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$。

附：$\chi^2=\dfrac{n(n_{11}n_{22}-n_{12}n_{21})^2}{n_{1+}n_{2+}n_{+1}n_{+2}}$，

$P(\chi^2\geqslant k)$	0.05	0.01
k	3.841	6.635

解析：由频率分步直方图可知，在抽取的 100 人中，“体育迷”有 25 人，从而 2×2 列联表如下：

	非体育迷	体育迷	合计
男	30	15	45
女	45	10	55
合计	75	25	100

将 2×2 列联表中的数据代入公式计算，

得 $x^2=\dfrac{n(n_{11}n_{22}-n_{12}n_{21})^2}{n_{1+}+n_{2+}+n_{+1}n_{+2}}=\dfrac{100\times(30\times10-45\times15)^2}{75\times25\times45\times55}=\dfrac{100}{33}\approx3.030$

因为 $3.030<3.841$，所以没有理由认为“体育迷”与性别有关。

（2）由频率分步直方图知抽到“体育迷”的频率为 0.25，将频率视为概率，即从观众中抽取一名“体育迷”的概率为 $\dfrac{1}{4}$.

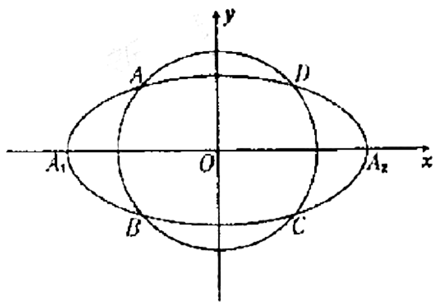
由题意 X～$B(3,\dfrac{1}{4})$，从而 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\dfrac{27}{64}$	$\dfrac{27}{64}$	$\dfrac{9}{64}$	$\dfrac{1}{64}$

$E(X)=np=3\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{4}$　　　$D(X)=np(1-p)=3\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{9}{16}$

考点定位：本大题主要考查生活中的概率统计知识和方法以及线性相关问题.求离散型随机变量的分布列和数学期望和方差的方法。

(20)(本小题满分 12 分)



如图，椭圆 C_0：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0$，**a**，**b** 为常数)，动圆 $C_1:x^2+y^2=t_1^2$，$b<t_1<a$。点 A_1,A_2 分别为 C_0 的左，右顶点，C_1 与 C_0 相交于 **A**，**B**，**C**，**D** 四点。

(Ⅰ)求直线 AA_1 与直线 A_2B 交点 **M** 的轨迹方程；

(Ⅱ)设动圆 $C_2:x^2+y^2=t_2^2$ 与 C_0 相交于 A',B',C',D' 四点，其中 $b<t_2<a$，$t_1\neq t_2$。若矩形 $ABCD$ 与矩形 $A'B'C'D'$ 的面积相等，证明：$t_1^2+t_2^2$ 为定值。

解析：（1）设 $A(x_1,y_1),B(x_1,-y_1)$，又知 $A_1(-a,0),A_2(a,0)$，

则直线 A_1A 的方程为 $y=\frac{y_1}{x_1+a}(x+a)$ ①

直线 A_2B 的方程为 $y=\frac{-y_1}{x_1-a}(x-a)$ ②

由①②得 $y^2=\frac{-y_1^2}{x_1^2-a^2}(x^2-a^2)$ ③

由点 $A(x_1,y_1)$ 在椭圆 C_0 上，故 $\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}=1$，从而 $y_1^2=b^2(1-\frac{x_1^2}{a^2})$ 代入③得

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ \ (x<-a,y<0)$

（2）证明：设 $A'(x_2,y_2)$，由矩形 ABCD 与矩形 $A'B'C'D'$ 的面积相等，得

$4|x_1||y_1|=4|x_2||y_2|$ 故 $x_1^2y_1^2=x_2^2y_2^2$

因为点 A，A' 均在椭圆上，所以，$b^2x_1^2(1-\frac{x_1^2}{a^2})=b^2x_2^2(1-\frac{x_2^2}{a^2})$

由 $t_1\neq t_2$，知 $x_1\neq x_2$，所以 $x_1^2+x_2^2=a^2$.从而 $y_1^2+y_2^2=b^2$

因此 $t_1^2+t_2^2=a^2+b^2$ 为定值

考点定位：本大题主要考查椭圆、圆、直线的标准方程的求法以及直线与椭圆、圆的位置关系，突出解析几何的基本思想和方法的考查：如数形结合思想、坐标化方法等.

(21)(本小题满分 12 分)

设 $f(x)=\ln(x+1)+\sqrt{x+1}+ax+b(a,b\in R,a,b为常数)$，曲线 $y=f(x)$ 与

直线 $y=\frac{3}{2}x$ 在(0，0)点相切。　(Ⅰ)求 a,b 的值。　(Ⅱ)证明：当 $0<x<2$ 时，

解析：(Ⅰ)由 $y=f(x)$ 过（0,0）点，得 b=-1.

由 $y=f(x)$ 在（0,0）点的切线斜率为 $\frac{3}{2}$，又 $y'|_{x=0}=(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{2\sqrt{x+1}}+a)|_{x=0}=\frac{3}{2}+a$

得 a=0

(Ⅱ)（证法一）

由均值不等式，当 x>0 时，$2\sqrt{(x+1)\bullet 1}<x+1+1=x+2$ 故 $\sqrt{x+1}<\frac{x}{2}+1$

记 $h(x)=f(x)-\frac{9x}{x+6}$，

则 $h'(x)=\frac{1}{x+1}+\frac{1}{2\sqrt{x+1}}-\frac{5x}{(x+6)^2}$

$$=\frac{2+\sqrt{x+1}}{2(x+1)}-\frac{5x}{(x+6)^2}$$

$$<\frac{x+6}{4(x+1)}-\frac{5x}{(x+6)^2}$$

令 $g(x)=(x+6)^3-216(x+1)$，则当 0<x<2 时，$g'(x)=3(x+6)^2-216<0$

因此 $g(x)$ 在（0,2）内是递减函数，又由 $g(0)=0$，得 $g(x)<0$，所以 $h'(x)<0$

因此 $h(x)$ 在（0,2）内是递减函数，又由 $h(0)=0$，得 $h(x)<0$

当 0<x<2 时 $f(x)<\frac{9x}{x+6}$

（证法二）

由(Ⅰ)知 $f(x)=\ln(x+1)+\sqrt{x+1}-1$ 由均值不等式，当 x>0 时，

$2\sqrt{(x+1)\bullet 1}<x+1+1=x+2$ 故 $\sqrt{x+1}<\frac{x}{2}+1$　①

令 $k(x)=\ln(x+1)-x$，则 $k(0)=0$，$k'(x)=\frac{1}{x+1}-1=\frac{-x}{x+1}<0$，故 $k(x)<0$

即 $\ln(x+1)<x$　②

由①②得，当 x>0 时，$f(x)<\frac{3}{2}x$

记 $h(x)=(x+6)f(x)-9x$，则当 0<x<2 时，

$f(x)<\frac{9x}{x+6}$。

$$h'(x)=f(x)+(x+6)f'(x)-9$$

$$<\frac{3}{2}x+(x+6)(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{2\sqrt{x+1}})-9$$

$$=\frac{1}{2(x+1)}[3x(x+1)+(x+6)(2+\sqrt{x+1})-18(x+1)]$$

$$<\frac{1}{2(x+1)}[3x(x+1)+(x+6)(3+\frac{x}{2})-18(x+1)]$$

$$=\frac{x}{4(x+1)}(7x-18)<0$$

因此 $h(x)$ 在(0,2)内单调递减，又 $h(0)=0$，所以 $h(x)<0$ 即 $f(x)<\frac{9x}{x+6}$

考点定位：本大题考查导数题目中较为常规的类型题目，考查的切线，单调性，以及最值问题都是课本中要求的重点内容，考查构造函数用求导的方法求最值的能力。

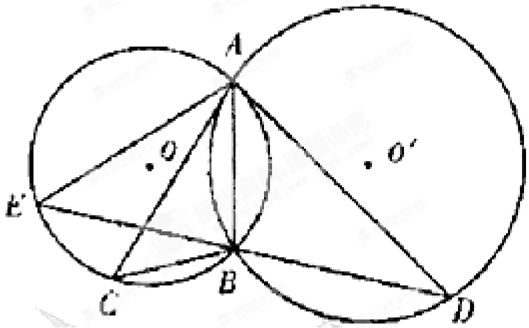
请考生在第 **22**、**23**、**24** 三题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题记分。做答时用 **2B** 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号下方的方框涂黑。

(22)(本小题满分 **10** 分)选修 **4－1**：几何证明选讲

如图，⊙***O*** 和⊙ O' 相交于 A,B 两点，过 ***A*** 作两圆的切线分别交两圆于 ***C***，***D*** 两点，连接 ***DB*** 并延长交⊙***O*** 于点 ***E***。证明

(Ⅰ) $AC\cdot BD=AD\cdot AB$；

(Ⅱ) $AC=AE$。



证明：(Ⅰ)由 AC 与⊙ o' 相切于 A，得 $\angle CAB=\angle ADB$，同理 $\angle ACB=\angle DAB$

所以 $\Delta ACB\backsim\Delta DAB$，从而 $\frac{AC}{AD}=\frac{AB}{BD}$，即 $AC\bullet BD=AD\bullet AB$

(Ⅱ)由 AD 与⊙ o' 相切于 A，得 $\angle AED=\angle BAD$，又 $\angle ADE=\angle BDA$ 得 $\Delta EAD\backsim\Delta ABD$，

从而 $\frac{AE}{AB}=\frac{AD}{BD}$ 即 $AE\bullet BD=AD\bullet AB$

结合(Ⅰ)的结论，AC=AE.

考点定位：本大题主要以圆为几何背景考查线线相等的证明及相似三角形的证明，可以运用直线与圆相切的性质证角相等，运用相似三角形的基本证明方法求证.

(23)(本小题满分 10 分)选修 4－4：坐标系与参数方程

在直角坐标 xOy 中，圆 $C_1: x^2+y^2=4$，圆 $C_2:(x-2)^2+y^2=4$。

(Ⅰ)在以 *O* 为极点，x 轴正半轴为极轴的极坐标系中，分别写出圆 C_1,C_2 的极坐标方程，并求出圆 C_1,C_2 的交点坐标(用极坐标表示)；

(Ⅱ)求出 C_1与C_2 的公共弦的参数方程。

解析：(Ⅰ)圆 C_1 的极坐标方程为 $\rho=2$

圆 C_2 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$

解 $\begin{cases}\rho=2\\ \rho=4\cos\theta\end{cases}$ 得 $\rho=2$，$\theta=\pm\dfrac{\pi}{3}$

故圆 C_1 与圆 C_2 交点的坐标为 $(2,\dfrac{\pi}{3}),(2,-\dfrac{\pi}{3})$

注：极坐标系下点的表示不唯一

(Ⅱ)（解法一）

由 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta\\ y=\rho\sin\theta\end{cases}$ 得圆 C_1 与圆 C_2 交点的直角坐标分别为 $(1,\sqrt{3}),(1,-\sqrt{3})$

故圆 C_1 与圆 C_2 的公共弦的参数方程为 $\begin{cases}x=1\\ y=t\end{cases}\quad -\sqrt{3}\le t\le\sqrt{3}$

（或参数方程写成 $\begin{cases}x=1\\ y=y\end{cases}\quad -\sqrt{3}\le y\le\sqrt{3}$）

（解法二）

将 x=1 代入 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta\\ y=\rho\sin\theta\end{cases}$ 得 $\rho\cos\theta=1$，从而 $\rho=\dfrac{1}{\cos\theta}$

于是圆 C_1 与圆 C_2 的公共弦的参数方程为 $\begin{cases}x=1\\ y=\tan\theta\end{cases}\quad -\dfrac{\pi}{3}\le\theta\le\dfrac{\pi}{3}$

考点定位：本大题主要考查直角坐标系与极坐标系之间的互化，意在考查考生利用坐标之间的转化求解。

(24)(本小题满分 10 分)选修 4－5：不等式选讲

已知 $f(x)=|ax+1|\,(a\in R)$，不等式 $f(x)\le 3$ 的解集为 $\{x\,|\,-2\le x\le 1\}$

(Ⅰ)求 *a* 的值；

(Ⅱ)若 $|f(x)-2f(\frac{x}{2})|\le k$ **恒成立，求 *k* 的取值范围。**

解析：(Ⅰ)由 $|ax+1|\le 3$ 得 $-4\le ax\le 2$，又 $f(x)\le 3$ 的解集为 $\{x|-2\le x\le 1\}$，所以

当 $a\le 0$ 时，不合题意，

当 a>0 时，$-\frac{4}{a}\le x\le \frac{2}{a}$ 得 a=2

(Ⅱ)记 $h(x)=f(x)-2f(\frac{x}{2})$，则 $h(x)=\begin{cases}1, x\le -1\\ -4x-3, -1<x<-\frac{1}{2}\\ -1, x\ge -\frac{1}{2}\end{cases}$

所以 $|h(x)|\le 1$，因此 $k\ge 1$

考点定位：本大题主要考查解不等式及利用解集求实数的取值范围，意在考查考生运用函数零点分类讨论的解题思想求最值来解决恒成立问题。