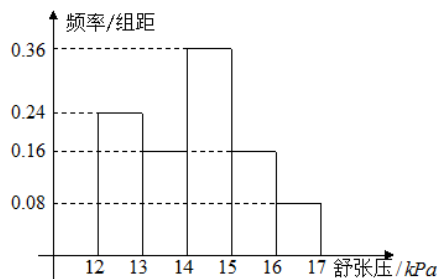


## 2014高考数学山东【理】

### 一、选择题

1. 已知  $a, b \in R$ ,  $i$  是虚数单位, 若  $a-i$  与  $2+bi$  互为共轭复数, 则  $(a+bi)^2 = ( \quad )$
- A.  $5-4i$                       B.  $5+4i$                       C.  $3-4i$                       D.  $3+4i$
2. 设集合  $A = \{x \mid |x-1| < 2\}$ ,  $B = \{y \mid y = 2^x, x \in [0, 2]\}$ , 则  $A \cap B = ( \quad )$
- A.  $[0, 2]$                       B.  $(1, 3)$                       C.  $[1, 3)$                       D.  $(1, 4)$
3. 函数  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(\log_2 x)^2 - 1}}$  的定义域为  $( \quad )$
- A.  $(0, \frac{1}{2})$                       B.  $(2, +\infty)$                       C.  $(0, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$                       D.  $(0, \frac{1}{2}] \cup [2, +\infty)$
4. 用反证法证明命题: “已知  $a, b$  为实数, 则方程  $x^2 + ax + b = 0$  至少有一个实根” 时, 要做的假设是  $( \quad )$
- A. 方程  $x^2 + ax + b = 0$  没有实根                      B. 方程  $x^2 + ax + b = 0$  至多有一个实根
- C. 方程  $x^2 + ax + b = 0$  至多有两个实根                      D. 方程  $x^2 + ax + b = 0$  恰好有两个实根
5. 已知实数  $x, y$  满足  $a^x < a^y$  ( $0 < a < 1$ ), 则下列关系式恒成立的是  $( \quad )$
- A.  $\frac{1}{x^2+1} > \frac{1}{y^2+1}$                       B.  $\ln(x^2+1) > \ln(y^2+1)$                       C.  $\sin x > \sin y$                       D.  $x^3 > y^3$
6. 直线  $y = 4x$  与曲线  $y = x^3$  在第一象限内围成的封闭图形的面积为  $( \quad )$
- A.  $2\sqrt{2}$                       B.  $4\sqrt{2}$                       C. 2                      D. 4
7. 为研究某药品的疗效, 选取若干名志愿者进行临床试验, 所有志愿者的舒张压数据 (单位:  $kPa$ ) 的分组区间为  $[12, 13)$ ,  $[13, 14)$ ,  $[14, 15)$ ,  $[15, 16)$ ,  $[16, 17]$ , 将其按从左到右的顺序分别编号为第一组, 第二组, ……., 第五组. 右图是根据试验数据制成的频率分布直方图. 已知第一组与第二组共有 20 人, 第三组中没有疗效的有 6 人, 则第三组中有疗效的人数为  $( \quad )$



- A.  $(0, \frac{1}{2})$       B.  $(\frac{1}{2}, 1)$       C.  $(1, 2)$       D.  $(2, +\infty)$

9. 已知  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - y - 1 \leq 0, \\ 2x - y - 3 \geq 0, \end{cases}$  当目标函数  $z = ax + by (a > 0, b > 0)$  在该约束条件下取到最小

值  $2\sqrt{5}$  时,  $a^2 + b^2$  的最小值为( )

- A. 5      B. 4      C.  $\sqrt{5}$       D. 2

10. 已知  $a > b$ , 椭圆  $C_1$  的方程为  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , 双曲线  $C_2$  的方程为  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $C_1$  与  $C_2$  的离心率之积

为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , 则  $C_2$  的渐近线方程为( )

- A.  $x \pm \sqrt{2}y = 0$       B.  $\sqrt{2}x \pm y = 0$       C.  $x \pm 2y = 0$       D.  $2x \pm y = 0$

## 二、填空题

11. 执行右面的程序框图, 若输入的  $x$  的值为 1, 则输出的  $n$  的值为\_\_\_\_\_

;

12. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \tan A$ , 当  $A = \frac{\pi}{6}$  时,  $\triangle ABC$  的面积为\_\_\_\_\_

;

13. 三棱锥  $P-ABC$  中,  $D, E$  分别为  $PB, PC$  的中点, 记三棱锥

$D-ABE$  的体积为  $V_1$ ,  $P-ABC$  的体积为  $V_2$ , 则  $\frac{V_1}{V_2} =$  \_\_\_\_\_;

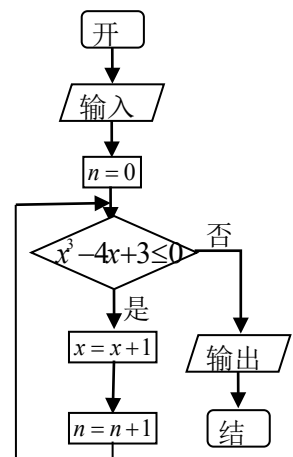
14. 若  $(ax^2 + \frac{b}{x})^6$  的展开式中  $x^3$  项的系数为 20, 则  $a^2 + b^2$  的最小值为\_\_\_\_\_

;

15. 已知函数  $y = f(x) (x \in R)$ . 对函数  $y = g(x) (x \in I)$ , 定义  $g(x)$  关于  $f(x)$  的“对称函数”为

$y = h(x) (x \in I)$ ,  $y = h(x)$  满足: 对任意  $x \in I$ , 两个点  $(x, h(x)), (x, g(x))$  关于点  $(x, f(x))$  对称, 若

$h(x)$  是  $g(x) = \sqrt{4-x^2}$  关于  $f(x) = 3x+b$  的“对称函数”, 且  $h(x) > g(x)$  恒成立, 则实数  $b$  的取值范围是\_\_\_\_\_;



## 三、解答题: 本大题共6小题, 共75分.

16. (本小题满分12分)

已知向量  $\vec{a} = (m, \cos 2x)$ ,  $\vec{b} = (\sin 2x, n)$ , 设函数  $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$ , 且  $y = f(x)$  的图象过点  $(\frac{\pi}{12}, \sqrt{3})$  和点  $(\frac{2\pi}{3}, -2)$ .

(I) 求  $m, n$  的值;

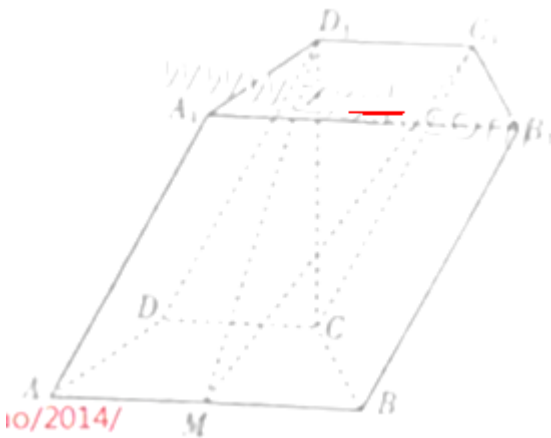
(II) 将  $y = f(x)$  的图象向左平移  $\varphi$  ( $0 < \varphi < \pi$ ) 个单位后得到函数  $y = g(x)$  的图象. 若  $y = g(x)$  的图象上各最高点到点  $(0, 3)$  的距离的最小值为 1, 求  $y = g(x)$  的单调增区间.

17. (本小题满分12分)

如图, 在四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, 底面  $ABCD$  是等腰梯形,  $\angle DAB = 60^\circ$ ,  $AB = 2CD = 2$ ,  $M$  是线段  $AB$  的中点.

(I) 求证:  $C_1M \parallel A_1ADD_1$ ;

(II) 若  $CD_1$  垂直于平面  $ABCD$  且  $CD_1 = \sqrt{3}$ , 求平面  $C_1D_1M$  和平面  $ABCD$  所成的角 (锐角) 的余弦值.



18. (本小题满分12分)

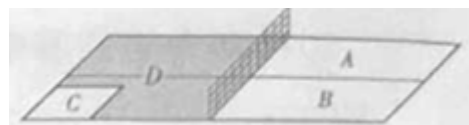
乒乓球台面被网分成甲、乙两部分, 如图,

甲上有两个不相交的区域  $A, B$ , 乙被划分为两个不相交的区域  $C, D$ . 某次测试要求队员接到落点在甲上

的来球后向乙回球. 规定: 回球一次, 落点在  $C$  上记 3 分,

上记 1 分, 其它情况记 0 分. 对落点在  $A$  上的来球, 小明回

落点在  $C$  上的概率为  $\frac{1}{2}$ , 在  $D$  上的概率为  $\frac{1}{3}$ ; 对落点在



在  $D$   
球的  
 $B$  上

的来球，小明回球的落点在  $C$  上的概率为  $\frac{1}{5}$ ，在  $D$  上的概率为  $\frac{3}{5}$ 。假设共有两次来球且落在  $A, B$  上各一次，小明的两次回球互不影响。求：

- (I) 小明的两次回球的落点中恰有一次的落点在乙上的概率；
- (II) 两次回球结束后，小明得分之和  $\xi$  的分布列与数学期望。

19. (本小题满分12分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  的公差为2，前  $n$  项和为  $S_n$ ，且  $S_1, S_2, S_4$  成等比数列。

- (I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；
- (II) 令  $b_n = (-1)^{n-1} \frac{4n}{a_n a_{n+1}}$ ，求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ 。

20. (本小题满分13分)

设函数  $f(x) = \frac{e^x}{x^2} - k\left(\frac{2}{x} + \ln x\right)$  ( $k$  为常数， $e = 2.71828 \dots$  是自然对数的底数)。

- (I) 当  $k \leq 0$  时，求函数  $f(x)$  的单调区间；
- (II) 若函数  $f(x)$  在  $(0, 2)$  内存在两个极值点，求  $k$  的取值范围。

21. (本小题满分14分)

已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ ， $A$  为  $C$  上异于原点的任意一点，过点  $A$  的直线  $l$  交  $C$  于另一点  $B$ ，交  $x$  轴的正半轴于点  $D$ ，且有  $|FA| = |FD|$ 。当点  $A$  的横坐标为3时， $\triangle ADF$  为正三角形。

- (I) 求  $C$  的方程；
- (II) 若直线  $l_1 \parallel l$ ，且  $l_1$  和  $C$  有且只有一个公共点  $E$ ，
  - (i) 证明直线  $AE$  过定点，并求出定点坐标；
  - (ii)  $\triangle ABE$  的面积是否存在最小值？若存在，请求出最小值；若不存在，请说明理由。

