绝密★启用前

2018年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数学（理工类）

本试卷分为第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟。第I卷1至2页，第II卷3至5页。

答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题考上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利！

第I卷

注意事项：

1．每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

2．本卷共8小题，每小题5分，共40分。

参考公式：

如果事件*A*，*B*互斥，那么 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

如果事件*A*，*B*相互独立，那么 $P(AB)=P(A)P(B)$.

棱柱的体积公式 $V=Sh$，其中 S 表示棱柱的底面面积，h 表示棱柱的高.

棱锥的体积公式 $V=\frac{1}{3}Sh$，其中 S 表示棱锥的底面面积，h 表示棱锥的高.

一. 选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

(1)设全集为**R**，集合 $A=\{x|0<x<2\}$，$B=\{x|x\ge 1\}$，则 $A\cap(C_RB)=$

(A) $\{x|0<x\le 1\}$　　(B) $\{x|0<x<1\}$

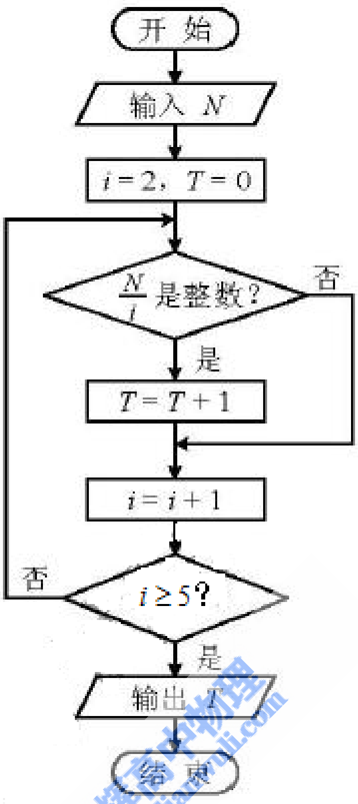
(C) $\{x|1\le x<2\}$　　(D) $\{x|0<x<2\}$

(2)设变量*x*，*y*满足约束条件 $\begin{cases}x+y\le 5,\\2x-y\le 4,\\-x+y\le 1,\\y\ge 0,\end{cases}$ 则目标函数 $z=3x+5y$ 的最大值为

(A) 6　　(B) 19　　(C) 21　　(D) 45

(3)阅读如图的程序框图，运行相应的程序，若输入N的值为20，则输出T的值为

(A) 1　　　(B) 2　　　(C) 3　　　(D) 4



(4)设$x\in \mathbf{R}$，则“$|x-\frac{1}{2}|<\frac{1}{2}$”是“$x^3<1$”的

(A)充分而不必要条件

(B)必要而不充分条件

(C)充要条件

(D)既不充分也不必要条件

(5)已知$a=\log_2 e$，$b=\ln 2$，$c=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}$，则$a$，$b$，$c$的大小关系为

(A) $a>b>c$　　　(B) $b>a>c$　　　(C) $c>b>a$　　　(D) $c>a>b$

(6)将函数$y=\sin(2x+\frac{\pi}{5})$的图象向右平移$\frac{\pi}{10}$个单位长度，所得图象对应的函数

(A)在区间$[\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}]$上单调递增　　　(B)在区间$[\frac{3\pi}{4},\pi]$上单调递减

(C)在区间$[\frac{5\pi}{4},\frac{3\pi}{2}]$上单调递增　　　　(D)在区间$[\frac{3\pi}{2},2\pi]$上单调递减

(7)已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\,b>0)$的离心率为2，过右焦点且垂直于$x$轴的直线与双曲线交于$A$，$B$两点. 设$A$，$B$到双曲线同一条渐近线的距离分别为$d_1$和$d_2$，且$d_1+d_2=6$，则双曲线的方程为

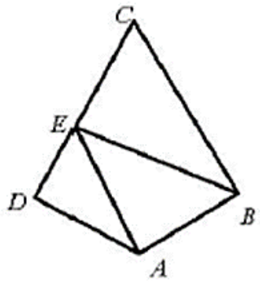
(A) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$　　　　(B) $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$

(C) $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{9}=1$　　　　(D) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1$

(8)如图，在平面四边形$ABCD$中，$AB\perp BC$，$AD\perp CD$，$\angle BAD=120^\circ$，$AB=AD=1$.

若点E为边CD上的动点，则$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BE}$的最小值为

(A) $\frac{21}{16}$　　(B) $\frac{3}{2}$　　(C) $\frac{25}{16}$　　(D) 3



第（8）题图

第II卷

注意事项：

1. 用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。

2. 本卷共12小题，共110分。

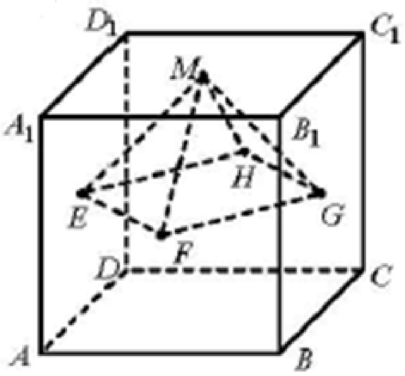
二. 填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分。

(9) i是虚数单位，复数$\frac{6+7i}{1+2i}=$______.

(10) 在$(x-\frac{1}{2\sqrt{x}})^5$的展开式中，$x^2$的系数为______.

(11)

已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1，除面 $ABCD$ 外，该正方体其余各面的中心分别为点E，F，G，H，M(如图)，则四棱锥 $M-EFGH$ 的体积为_____.



第（11）题图

(12)已知圆 $x^2+y^2-2x=0$ 的圆心为C，直线 $\begin{cases} x=-1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y=3-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数)与该圆相交于A，B两点，则

$\triangle ABC$ 的面积为_____.

(13)已知 a , $b\in\mathbf{R}$，且 $a-3b+6=0$，则 $2^a+\dfrac{1}{8^b}$ 的最小值为______.

(14)已知 $a>0$，函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+2ax+a, & x\le 0, \\ -x^2+2ax-2a, & x>0. \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x)=ax$ 恰有2个互异的实数解，

则 a 的取值范围是_______.

三.解答题：本大题共6小题，共80分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

（15）**（本小题满分13分）**

在$\triangle ABC$中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c.已知 $b\sin A=a\cos(B-\dfrac{\pi}{6})$.

（I）求角B的大小;

（II）设a=2，c=3，求b和 $\sin(2A-B)$ 的值.

(16)**(本小题满分13分)**

已知某单位甲、乙、丙三个部门的员工人数分别为24，16，16.

现采用分层抽样的方法从中抽取7人，进行睡眠时间的调查.

（I）应从甲、乙、丙三个部门的员工中分别抽取多少人？

（II）若抽出的7人中有4人睡眠不足，3人睡眠充足，现从这7人中随机抽取3人做进一步的身体检查.

（i）用X表示抽取的3人中睡眠不足的员工人数，求随机变量X的分布列与数学期望；

（ii）设A为事件“抽取的3人中，既有睡眠充足的员工，也有睡眠不足的员工”，求事件A发生的概率.

(17)(本小题满分13分)

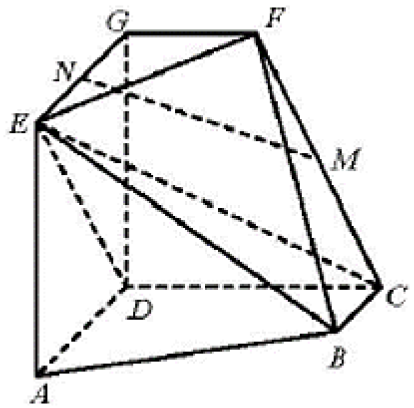
如图，$AD // BC$ 且$AD=2BC$，$AD \perp CD$，$EG // AD$ 且$EG=AD$，$CD // FG$ 且$CD=2FG$，

$DG \perp$ 平面$ABCD$，$DA=DC=DG=2$.

（I）若M为CF的中点，N为EG的中点，求证：$MN //$ 平面CDE；

（II）求二面角 $E-BC-F$ 的正弦值；

（III）若点P在线段DG上，且直线BP与平面$ADGE$所成的角为60°，求线段DP的长.



(18)**(本小题满分13分)**

设$\{a_n\}$是等比数列，公比大于0，其前n项和为$S_n(n \in \mathbf{N}^*)$，$\{b_n\}$是等差数列. 已知$a_1=1$，

$a_3=a_2+2$，$a_4=b_3+b_5$，$a_5=b_4+2b_6$.

（I）求$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（II）设数列$\{S_n\}$的前n项和为$T_n(n \in \mathbf{N}^*)$，

（i）求T_n；

（ii）证明$\sum_{k=1}^{n} \frac{(T_k+b_{k+2})b_k}{(k+1)(k+2)}=\frac{2^{n+2}}{n+2}-2(n \in \mathbf{N}^*)$.

(19)**(本小题满分14分)**

设椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1$ ($a>b>0$)的左焦点为F，上顶点为B.

已知椭圆的离心率为$\dfrac{\sqrt{5}}{3}$，点A的坐标为$(b,0)$，且$\left|FB\right|\cdot\left|AB\right|=6\sqrt{2}$.

（I）求椭圆的方程；

（II）设直线l：$y=kx(k>0)$与椭圆在第一象限的交点为P，且l与直线AB交于点Q.

若$\dfrac{\left|AQ\right|}{\left|PQ\right|}=\dfrac{5\sqrt{2}}{4}\sin\angle AOQ$（$O$为原点），求$k$的值.

(20)**(本小题满分14分)**

已知函数$f(x)=a^x$，$g(x)=\log_a x$，其中$a>1$.

（I）求函数$h(x)=f(x)-x\ln a$的单调区间；

（II）若曲线$y=f(x)$在点$(x_1,f(x_1))$处的切线与曲线$y=g(x)$在点$(x_2,g(x_2))$

处的切线平行，证明$x_1+g(x_2)=-\dfrac{2\ln\ln a}{\ln a}$；

（III）证明当$a\geq \mathrm{e}^{\frac{1}{\mathrm{e}}}$时，存在直线$l$，使$l$是曲线$y=f(x)$的切线，也是曲线$y=g(x)$的切线.