

绝密★启用前

2019年全国统一高考数学试卷（文科）（全国新课标 I）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设 $z = \frac{3-i}{1+2i}$ ，则 $|z| =$

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

2. 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ， $A = \{2, 3, 4, 5\}$ ， $B = \{2, 3, 6, 7\}$ ，则 $B \cap \complement_U A =$

- A. $\{1, 6\}$ B. $\{1, 7\}$ C. $\{6, 7\}$ D. $\{1, 6, 7\}$

3. 已知 $a = \log_2 0.2$ ， $b = 2^{0.2}$ ， $c = 0.2^{0.3}$ ，则

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $b < c < a$

4. 古希腊时期，人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是

$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ($\frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$ ，称为黄金分割比例)，著名的“断臂维纳斯”便是如此。此外，

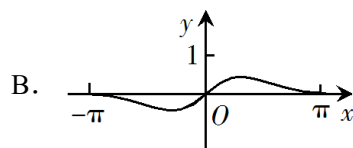
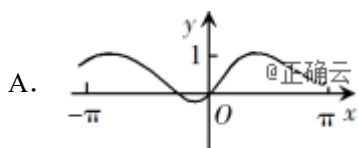
最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 。若某人满足上述

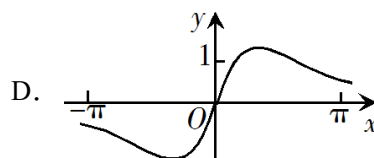
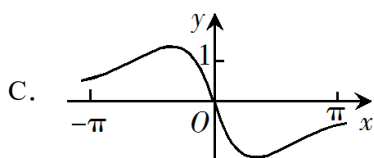
两个黄金分割比例，且腿长为105cm，头顶至脖子下端的长度为26 cm，则其身高可能是



- A. 165 cm B. 175 cm C. 185 cm D. 190 cm

5. 函数 $f(x) = \frac{\sin x + x}{\cos x + x^2}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图像大致为





6. 某学校为了解1000名新生的身体素质，将这些学生编号为1, 2, ..., 1000，从这些新生中用系统抽样方法等距抽取100名学生进行体质测验.若46号学生被抽到，则下面4名学生中被抽到的是

A. 8号学生 B. 200号学生 C. 616号学生 D. 815号学生

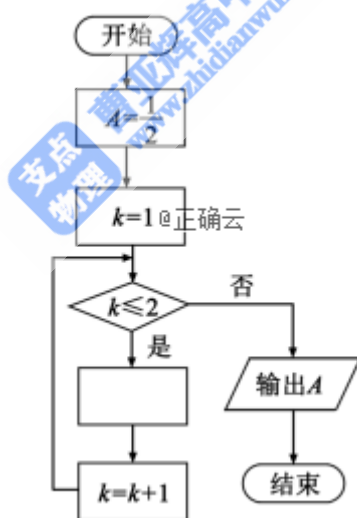
7. $\tan 255^\circ =$

A. $-2 - \sqrt{3}$ B. $-2 + \sqrt{3}$ C. $2 - \sqrt{3}$ D. $2 + \sqrt{3}$

8. 已知非零向量 $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ 满足 $|\mathbf{a}| = 2|\mathbf{b}|$, 且 $(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \perp \mathbf{b}$, 则 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角为

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

9. 如图是求 $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}$ 的程序框图，图中空白框中应填入



A. $A = \frac{1}{2 + A}$ B. $A = 2 + \frac{1}{A}$ C. $A = \frac{1}{1 + 2A}$ D. $A = 1 + \frac{1}{2A}$

10. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线的倾斜角为 130° , 则 C 的离心率为

A. $2\sin 40^\circ$ B. $2\cos 40^\circ$ C. $\frac{1}{\sin 50^\circ}$ D. $\frac{1}{\cos 50^\circ}$

11. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a\sin A - b\sin B = 4c\sin C$, $\cos A = -\frac{1}{4}$,

则 $\frac{b}{c} =$

A. 6

B. 5

C. 4

D. 3

12. 已知椭圆 C 的焦点为 $F_1(-1, 0), F_2(1, 0)$, 过 F_2 的直线与 C 交于 A, B 两点. 若

$|AF_2| = 2|F_2B|$, $|AB| = |BF_1|$, 则 C 的方程为

A. $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$

B. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$

C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

D. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 曲线 $y = 3(x^2 + x)e^x$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为_____.

14. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $a_1 = 1$, $S_3 = \frac{3}{4}$, 则 $S_4 =$ _____.

15. 函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{3\pi}{2}) - 3\cos x$ 的最小值为_____.

16. 已知 $\angle ACB = 90^\circ$, P 为平面 ABC 外一点, $PC = 2$, 点 P 到 $\angle ACB$ 两边 AC, BC 的距离均为 $\sqrt{3}$, 那么 P 到平面 ABC 的距离为_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：60分。

17. (12分)

某商场为提高服务质量，随机调查了50名男顾客和50名女顾客，每位顾客对该商场的服务给出满意或不满意的评价，得到下面列联表：

	满意	不满意
男顾客	40	10
女顾客	30	20

(1) 分别估计男、女顾客对该商场服务满意的概率；

(2) 能否有95%的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异？

附： $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
)			

k	3.841	6.635	10.828
-----	-------	-------	--------

18. (12分)

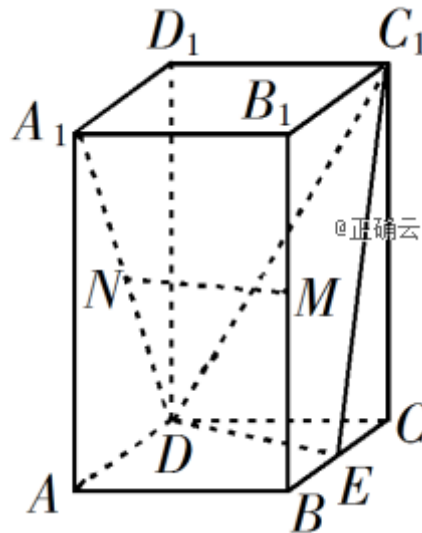
记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $S_9 = -a_5$.

- (1) 若 $a_3 = 4$, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 若 $a_1 > 0$, 求使得 $S_n \geq a_n$ 的 n 的取值范围.

19. (12分)

如图, 直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形, $AA_1 = 4$, $AB = 2$, $\angle BAD = 60^\circ$, E, M, N 分别是 BC, BB_1, A_1D

的中点.



- (1) 证明: $MN \parallel$ 平面 C_1DE ;
- (2) 求点 C 到平面 C_1DE 的距离.

20. (12分)

已知函数 $f(x) = 2\sin x - x\cos x - x$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数.

- (1) 证明: $f'(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 存在唯一零点;
- (2) 若 $x \in [0, \pi]$ 时, $f(x) \geq ax$, 求 a 的取值范围.

21. (12分)

已知点 A, B 关于坐标原点 O 对称, $|AB| = 4$, $\odot M$ 过点 A, B 且与直线 $x+2=0$ 相切.

- (1) 若 A 在直线 $x+y=0$ 上, 求 $\odot M$ 的半径;
- (2) 是否存在定点 P , 使得当 A 运动时, $|MA| - |MP|$ 为定值? 并说明理由.

(二) 选考题: 共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第

一题计分。

22. [选修4-4：坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \\ y = \frac{4t}{1+t^2} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
以坐标原点 O 为

极点， x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为

$$2\rho \cos \theta + \sqrt{3}\rho \sin \theta + 11 = 0.$$

(1) 求 C 和 l 的直角坐标方程；

(2) 求 C 上的点到 l 距离的最小值.

23. [选修4-5：不等式选讲] (10分)

已知 a, b, c 为正数，且满足 $abc=1$. 证明：

$$(1) \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq a^2 + b^2 + c^2;$$

$$(2) \quad (a+b)^3 + (b+c)^3 + (c+a)^3 \geq 24.$$