

2016年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅲ）

参考答案与试题解析

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. (5分) 设集合 $S=\{x|(x-2)(x-3)\geq 0\}$, $T=\{x|x>0\}$, 则 $S\cap T=(\quad)$

- A. $[2, 3]$ B. $(-\infty, 2]\cup[3, +\infty)$ C. $[3, +\infty)$
D. $(0, 2]\cup[3, +\infty)$

【考点】1E: 交集及其运算.

【专题】37: 集合思想; 40: 定义法; 5J: 集合.

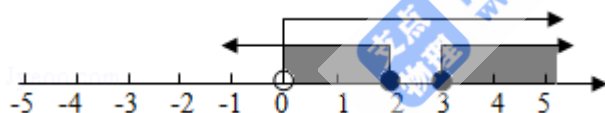
【分析】求出 S 中不等式的解集确定出 S , 找出 S 与 T 的交集即可.

【解答】解: 由 S 中不等式解得: $x\leq 2$ 或 $x\geq 3$, 即 $S=(-\infty, 2]\cup[3, +\infty)$,

$\therefore T=(0, +\infty)$,

$\therefore S\cap T=(0, 2]\cup[3, +\infty)$,

故选: D.



【点评】此题考查了交集及其运算, 熟练掌握交集的定义是解本题的关键.

2. (5分) 若 $z=1+2i$, 则 $\frac{4i}{z\bar{z}-1}=(\quad)$

- A. 1 B. -1 C. i D. -i

【考点】A5: 复数的运算.

【专题】11: 计算题; 29: 规律型; 35: 转化思想; 5N: 数系的扩充和复数.

【分析】利用复数的乘法运算法则, 化简求解即可.

【解答】解: $z=1+2i$, 则 $\frac{4i}{z\bar{z}-1}=\frac{4i}{(1+2i)(1-2i)-1}=\frac{4i}{5-1}=i$.

故选: C.

【点评】 本题考查复数的代数形式混合运算，考查计算能力.

3. (5分) 已知向量 $\overrightarrow{BA} = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, $\overrightarrow{BC} = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$, 则 $\angle ABC =$ ()

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 120°

【考点】 9S: 数量积表示两个向量的夹角.

【专题】 11: 计算题; 41: 向量法; 49: 综合法; 5A: 平面向量及应用.

【分析】 根据向量 $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ 的坐标便可求出 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$, 及 $|\overrightarrow{BA}|$, $|\overrightarrow{BC}|$ 的值, 从而根据向量夹角余弦公式即可求出 $\cos \angle ABC$ 的值, 根据 $\angle ABC$ 的范围便可得出 $\angle ABC$ 的值.

【解答】 解: $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $|\overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{BC}| = 1$;

$$\therefore \cos \angle ABC = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| |\overrightarrow{BC}|} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

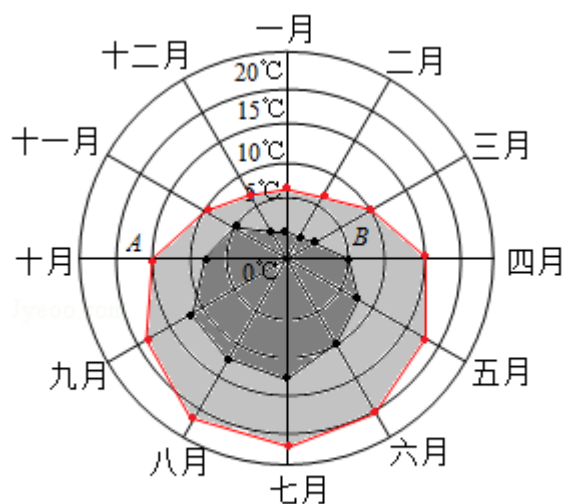
又 $0^\circ \leq \angle ABC \leq 180^\circ$;

$\therefore \angle ABC = 30^\circ$.

故选: A.

【点评】 考查向量数量积的坐标运算, 根据向量坐标求向量长度的方法, 以及向量夹角的余弦公式, 向量夹角的范围, 已知三角函数值求角.

4. (5分) 某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况, 绘制了一年中各月平均最高气温和平均最低气温的雷达图, 图中A点表示十月的平均最高气温约为 15°C , B点表示四月的平均最低气温约为 5°C , 下面叙述不正确的是 ()



——平均最低气温 ————平均最高气温

- A. 各月的平均最低气温都在 0°C 以上
- B. 七月的平均温差比一月的平均温差大
- C. 三月和十一月的平均最高气温基本相同
- D. 平均最高气温高于 20°C 的月份有5个

【考点】F4：进行简单的合情推理.

【专题】31：数形结合；4A：数学模型法；5M：推理和证明.

【分析】根据平均最高气温和平均最低气温的雷达图进行推理判断即可.

【解答】解：A. 由雷达图知各月的平均最低气温都在 0°C 以上，正确

B. 七月的平均温差大约在 10° 左右，一月的平均温差在 5° 左右，故七月的平均温差比一月的平均温差大，正确

C. 三月和十一月的平均最高气温基本相同，都为 10° ，正确

D. 平均最高气温高于 20°C 的月份有7, 8两个月，故D错误，

故选：D.

【点评】本题主要考查推理和证明的应用，根据平均最高气温和平均最低气温的雷达图，利用图象法进行判断是解决本题的关键.

5. (5分) 若 $\tan\alpha = \frac{3}{4}$ ，则 $\cos^2\alpha + 2\sin 2\alpha =$ ()

A. $\frac{64}{25}$

B. $\frac{48}{25}$

C. 1

D. $\frac{16}{25}$

【考点】GF：三角函数的恒等变换及化简求值.

【专题】11：计算题；35：转化思想；4R：转化法；56：三角函数的求值.

【分析】将所求的关系式的分母“1”化为 $(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)$ ，再将“弦”化“切”即可得到答案.

【解答】解：∵ $\tan\alpha = \frac{3}{4}$,

$$\therefore \cos^2\alpha + 2\sin 2\alpha = \frac{\cos^2\alpha + 4\sin\alpha \cos\alpha}{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha} = \frac{1 + 4\tan\alpha}{\tan^2\alpha + 1} = \frac{1 + 4 \times \frac{3}{4}}{\frac{9}{16} + 1} = \frac{64}{25}.$$

故选：A.

【点评】本题考查三角函数的化简求值，“弦”化“切”是关键，是基础题.

6. (5分) 已知 $a = \frac{4}{2^{\frac{1}{3}}}$, $b = \frac{2}{3^{\frac{1}{3}}}$, $c = \frac{1}{25^{\frac{1}{3}}}$, 则 ()

- A. $b < a < c$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

【考点】4Y：幂函数的单调性、奇偶性及其应用.

【专题】35：转化思想；4R：转化法；51：函数的性质及应用.

【分析】 $b = \frac{2}{4^{\frac{1}{3}}} = \frac{4}{2^{\frac{1}{3}}}$, $c = \frac{1}{25^{\frac{1}{3}}} = \frac{2}{5^{\frac{2}{3}}}$, 结合幂函数的单调性, 可比较 a , b , c , 进而得到答案.

【解答】解：∵ $a = \frac{4}{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{2}{4^{\frac{1}{3}}}$,

$$b = \frac{2}{3^{\frac{1}{3}}},$$

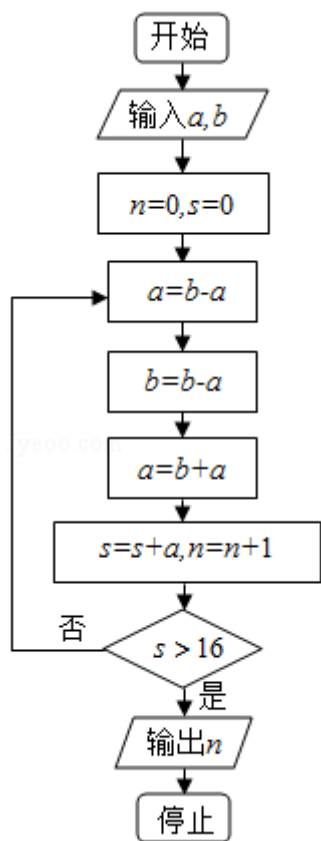
$$c = \frac{1}{25^{\frac{1}{3}}} = \frac{2}{5^{\frac{2}{3}}},$$

综上可得： $b < a < c$,

故选：A.

【点评】本题考查的知识点是指数函数的单调性, 幂函数的单调性, 是函数图象和性质的综合应用, 难度中档.

7. (5分) 执行如图程序框图, 如果输入的 $a=4$, $b=6$, 那么输出的 $n=()$



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【考点】EF：程序框图.

【专题】11：计算题；27：图表型；4B：试验法；5K：算法和程序框图.

【分析】模拟执行程序，根据赋值语句的功能依次写出每次循环得到的 a ， b ， s ， n 的值，当 $s=20$ 时满足条件 $s>16$ ，退出循环，输出 n 的值为4.

【解答】解：模拟执行程序，可得

$a=4$ ， $b=6$ ， $n=0$ ， $s=0$

执行循环体， $a=2$ ， $b=4$ ， $a=6$ ， $s=6$ ， $n=1$

不满足条件 $s>16$ ，执行循环体， $a=-2$ ， $b=6$ ， $a=4$ ， $s=10$ ， $n=2$

不满足条件 $s>16$ ，执行循环体， $a=2$ ， $b=4$ ， $a=6$ ， $s=16$ ， $n=3$

不满足条件 $s>16$ ，执行循环体， $a=-2$ ， $b=6$ ， $a=4$ ， $s=20$ ， $n=4$

满足条件 $s>16$ ，退出循环，输出 n 的值为4.

故选：B.

【点评】本题主要考查了循环结构的程序框图的应用，正确依次写出每次循环

得到的a, b, s的值是解题的关键, 属于基础题.

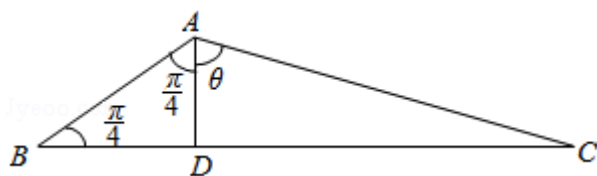
8. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, $B = \frac{\pi}{4}$, BC边上的高等于 $\frac{1}{3}BC$, 则 $\cos A$ 等于 ()
- A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ C. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ D. $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$

【考点】HT: 三角形中的几何计算.

【专题】35: 转化思想; 44: 数形结合法; 58: 解三角形.

【分析】作出图形, 令 $\angle DAC = \theta$, 依题意, 可求得 $\cos \theta = \frac{AD}{AC} = \frac{\frac{a}{3}}{\sqrt{(\frac{1}{3}a)^2 + (\frac{2a}{3})^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\sin \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, 利用两角和的余弦即可求得答案.

【解答】解: 设 $\triangle ABC$ 中角A、B、C、对应的边分别为a、b、c, $AD \perp BC$ 于D, 令 $\angle DAC = \theta$,



$\therefore$ 在 $\triangle ABC$ 中, $B = \frac{\pi}{4}$, BC边上的高 $AD = h = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3}a$,

$\therefore BD = AD = \frac{1}{3}a$, $CD = \frac{2}{3}a$,

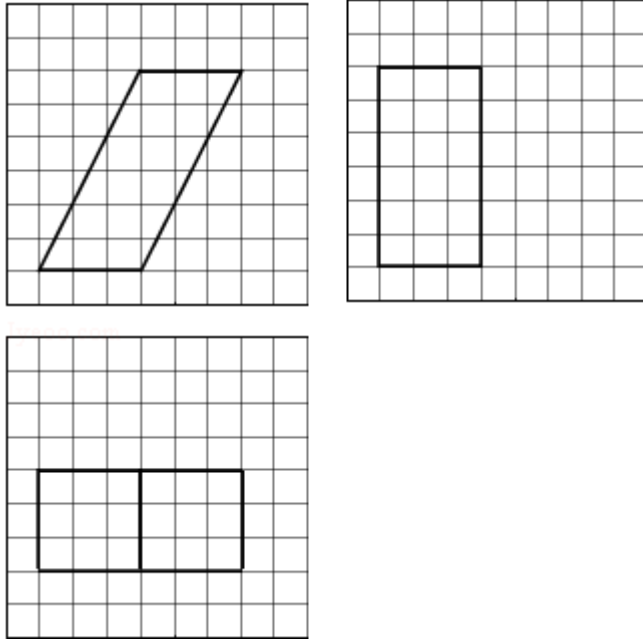
在 $Rt\triangle ADC$ 中, $\cos \theta = \frac{AD}{AC} = \frac{\frac{a}{3}}{\sqrt{(\frac{1}{3}a)^2 + (\frac{2a}{3})^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 故 $\sin \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\therefore \cos A = \cos(\frac{\pi}{4} + \theta) = \cos \frac{\pi}{4} \cos \theta - \sin \frac{\pi}{4} \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$.

故选: C.

【点评】本题考查解三角形中, 作出图形, 令 $\angle DAC = \theta$, 利用两角和的余弦求 $\cos A$ 是关键, 也是亮点, 属于中档题.

9. (5分) 如图, 网格纸上小正方形的边长为1, 粗实线画出的是某多面体的三视图, 则该多面体的表面积为 ()



- A. $18+36\sqrt{5}$ B. $54+18\sqrt{5}$ C. 90 D. 81

【考点】L!：由三视图求面积、体积.

【专题】11：计算题；5F：空间位置关系与距离；5Q：立体几何.

【分析】由已知中的三视图可得：该几何体是一个以主视图为底面的直四棱柱，进而得到答案.

【解答】解：由已知中的三视图可得：该几何体是一个以主视图为底面的直四棱柱，

其底面面积为： $3 \times 6 = 18$ ，

侧面的面积为： $(3 \times 3 + 3 \times \sqrt{3^2 + 6^2}) \times 2 = 18 + 18\sqrt{5}$ ，

故棱柱的表面积为： $18 \times 2 + 18 + 18\sqrt{5} = 54 + 18\sqrt{5}$.

故选：B.

【点评】本题考查的知识点是由三视图，求体积和表面积，根据已知的三视图，判断几何体的形状是解答的关键.

10. (5分) 在封闭的直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 内有一个体积为 V 的球，若 $AB \perp BC$ ， $AB=6$ ， $BC=8$ ， $AA_1=3$ ，则 V 的最大值是 ()

- A. 4π B. $\frac{9\pi}{2}$ C. 6π D. $\frac{32\pi}{3}$

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积.

【专题】11：计算题；5F：空间位置关系与距离；5Q：立体几何.

【分析】根据已知可得直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的内切球半径为 $\frac{3}{2}$ ，代入球的体积公式，可得答案.

【解答】解： $\because AB \perp BC$ ， $AB=6$ ， $BC=8$ ，

$\therefore AC=10$.

故三角形 ABC 的内切圆半径 $r = \frac{6+8-10}{2} = 2$ ，

又由 $AA_1=3$ ，

故直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的内切球半径为 $\frac{3}{2}$ ，

此时 V 的最大值 $\frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{9\pi}{2}$ ，

故选：B.

【点评】本题考查的知识点是棱柱的几何特征，根据已知求出球的半径，是解答的关键.

11. (5分) 已知 O 为坐标原点， F 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左焦点， A ， B 分别为 C 的左，右顶点. P 为 C 上一点，且 $PF \perp x$ 轴，过点 A 的直线 l 与线段 PF 交于点 M ，与 y 轴交于点 E . 若直线 BM 经过 OE 的中点，则 C 的离心率为 ()

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{4}$

【考点】K4：椭圆的性质.

【专题】34：方程思想；48：分析法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】由题意可得 F ， A ， B 的坐标，设出直线 AE 的方程为 $y=k(x+a)$ ，分别令 $x=-c$ ， $x=0$ ，可得 M ， E 的坐标，再由中点坐标公式可得 H 的坐标，运用三点共线的条件：斜率相等，结合离心率公式，即可得到所求值.

【解答】解：由题意可设 $F(-c, 0)$ ， $A(-a, 0)$ ， $B(a, 0)$ ，

设直线AE的方程为 $y=k(x+a)$,

令 $x=-c$, 可得 $M(-c, k(a-c))$, 令 $x=0$, 可得 $E(0, ka)$,

设OE的中点为H, 可得 $H(0, \frac{ka}{2})$,

由B, H, M三点共线, 可得 $k_{BH}=k_{BM}$,

$$\text{即为} \frac{\frac{ka}{2}}{-a} = \frac{k(a-c)}{-c-a},$$

化简可得 $\frac{a-c}{a+c} = \frac{1}{2}$, 即为 $a=3c$,

$$\text{可得} e = \frac{c}{a} = \frac{1}{3}.$$

另解: 由 $\triangle AMF \sim \triangle AEO$,

$$\text{可得} \frac{a-c}{a} = \frac{MF}{OE},$$

由 $\triangle BOH \sim \triangle BFM$,

$$\text{可得} \frac{a}{a+c} = \frac{OH}{FM} = \frac{OE}{2FM},$$

$$\text{即有} \frac{2(a-c)}{a} = \frac{a+c}{a} \text{ 即 } a=3c,$$

$$\text{可得} e = \frac{c}{a} = \frac{1}{3}.$$

故选: A.

【点评】 本题考查椭圆的离心率的求法, 注意运用椭圆的方程和性质, 以及直线方程的运用和三点共线的条件: 斜率相等, 考查化简整理的运算能力, 属于中档题.

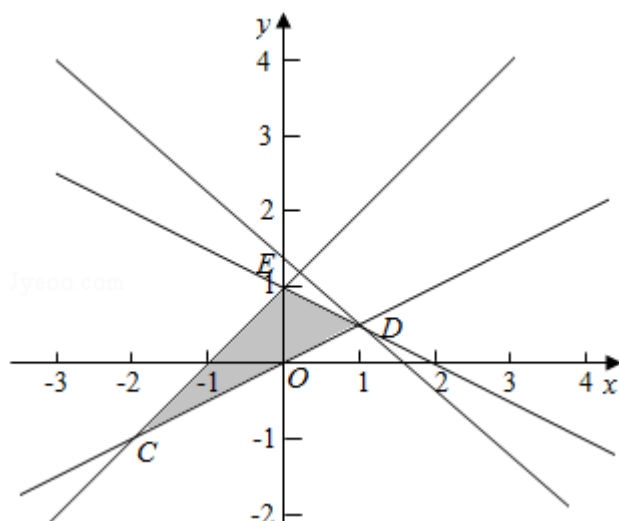
12. (5分) 定义“规范01数列” $\{a_n\}$ 如下: $\{a_n\}$ 共有 $2m$ 项, 其中 m 项为0, m 项为1, 且对任意 $k \leq 2m$, $a_1, a_2, \dots, a_k$ 中0的个数不少于1的个数, 若 $m=4$, 则不同的“规范01数列”共有 ()

- A. 18个 B. 16个 C. 14个 D. 12个

【考点】 8B: 数列的应用.

【专题】 16: 压轴题; 23: 新定义; 38: 对应思想; 4B: 试验法.

【分析】 由新定义可得, “规范01数列”有偶数项 $2m$ 项, 且所含0与1的个数相等



故答案为: $\frac{3}{2}$.

【点评】 本题考查了简单线性规划; 一般步骤是: ①画出平面区域; ②分析目标函数, 确定求最值的条件.

14. (5分) 函数 $y = \sin x - \sqrt{3} \cos x$ 的图象可由函数 $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ 的图象至少向右平移 $\underline{\underline{\frac{2\pi}{3}}}$ 个单位长度得到.

【考点】 HJ: 函数 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ 的图象变换.

【专题】 33: 函数思想; 4R: 转化法; 57: 三角函数的图像与性质.

【分析】 令 $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \sin(x + \frac{\pi}{3})$, 则 $f(x - \phi) = 2 \sin(x + \frac{\pi}{3} - \phi)$, 依题意可得 $2 \sin(x + \frac{\pi}{3} - \phi) = 2 \sin(x - \frac{\pi}{3})$, 由 $\frac{\pi}{3} - \phi = 2k\pi - \frac{\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$), 可得答案.

【解答】 解: $\because y = f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \sin(x + \frac{\pi}{3})$, $y = \sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin(x - \frac{\pi}{3})$,

$\therefore f(x - \phi) = 2 \sin(x + \frac{\pi}{3} - \phi)$ ($\phi > 0$),

令 $2 \sin(x + \frac{\pi}{3} - \phi) = 2 \sin(x - \frac{\pi}{3})$,

则 $\frac{\pi}{3} - \phi = 2k\pi - \frac{\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$),

即 $\phi = \frac{2\pi}{3} - 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$),

当 $k=0$ 时, 正数 $\phi_{\min} = \frac{2\pi}{3}$,

故答案为: $\frac{2\pi}{3}$.

【点评】本题考查函数 $y=\sin x$ 的图象变换得到 $y=A\sin(\omega x+\phi)$ ($A>0, \omega>0$) 的图象, 得到 $\frac{\pi}{3} - \phi = 2k\pi - \frac{\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$) 是关键, 也是难点, 属于中档题.

15. (5分) 已知 $f(x)$ 为偶函数, 当 $x<0$ 时, $f(x) = \ln(-x) + 3x$, 则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, -3)$ 处的切线方程是 $2x+y+1=0$.

【考点】6H: 利用导数研究曲线上某点切线方程.

【专题】34: 方程思想; 51: 函数的性质及应用; 52: 导数的概念及应用.

【分析】由偶函数的定义, 可得 $f(-x) = f(x)$, 即有 $x>0$ 时, $f(x) = \ln x - 3x$, 求出导数, 求得切线的斜率, 由点斜式方程可得切线的方程.

【解答】解: $f(x)$ 为偶函数, 可得 $f(-x) = f(x)$,

当 $x<0$ 时, $f(x) = \ln(-x) + 3x$, 即有

$x>0$ 时, $f(x) = \ln x - 3x$, $f'(x) = \frac{1}{x} - 3$,

可得 $f(1) = \ln 1 - 3 = -3$, $f'(1) = 1 - 3 = -2$,

则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, -3)$ 处的切线方程为 $y - (-3) = -2(x - 1)$,

即为 $2x+y+1=0$.

故答案为: $2x+y+1=0$.

【点评】本题考查导数的运用: 求切线的方程, 同时考查函数的奇偶性的定义和运用, 考查运算能力, 属于中档题.

16. (5分) 已知直线 $l: mx+y+3m-\sqrt{3}=0$ 与圆 $x^2+y^2=12$ 交于 A, B 两点, 过 A, B 分别作 l 的垂线与 x 轴交于 C, D 两点, 若 $|AB|=2\sqrt{3}$, 则 $|CD|=$ 4.

【考点】J8: 直线与圆相交的性质.

【专题】11: 计算题; 35: 转化思想; 49: 综合法; 5B: 直线与圆.

【分析】先求出 m ，可得直线 l 的倾斜角为 30° ，再利用三角函数求出 $|CD|$ 即可.

【解答】解：由题意， $|AB|=2\sqrt{3}$ ， $\therefore$ 圆心到直线的距离 $d=3$ ，

$$\therefore \frac{|3m-\sqrt{3}|}{\sqrt{m^2+1}}=3,$$

$$\therefore m=-\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$\therefore$ 直线 l 的倾斜角为 30° ，

$\therefore$ 过 A, B 分别作 l 的垂线与 x 轴交于 C, D 两点，

$$\therefore |CD|=\frac{\frac{2\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4.$$

故答案为：4.

【点评】本题考查直线与圆的位置关系，考查弦长的计算，考查学生的计算能力，比较基础.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=1+\lambda a_n$ ，其中 $\lambda \neq 0$.

(1) 证明 $\{a_n\}$ 是等比数列，并求其通项公式；

(2) 若 $S_5=\frac{31}{32}$ ，求 λ .

【考点】87：等比数列的性质；8H：数列递推式.

【专题】34：方程思想；4R：转化法；54：等差数列与等比数列.

【分析】(1) 根据数列通项公式与前 n 项和公式之间的关系进行递推，结合等比数列的定义进行证明求解即可.

(2) 根据条件建立方程关系进行求解就可.

【解答】解：(1) $\because S_n=1+\lambda a_n$ ， $\lambda \neq 0$.

$\therefore a_n \neq 0$.

当 $n \geq 2$ 时， $a_n=S_n-S_{n-1}=1+\lambda a_n-1-\lambda a_{n-1}=\lambda a_n-\lambda a_{n-1}$ ，

即 $(\lambda-1)a_n=\lambda a_{n-1}$ ，

$\because \lambda \neq 0$ ， $a_n \neq 0$. $\therefore \lambda-1 \neq 0$. 即 $\lambda \neq 1$ ，

$$\text{即 } \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{\lambda}{\lambda-1}, \quad (n \geq 2),$$

$$\therefore \{a_n\} \text{ 是等比数列, 公比 } q = \frac{\lambda}{\lambda-1},$$

$$\text{当 } n=1 \text{ 时, } S_1 = 1 + \lambda a_1 = a_1,$$

$$\text{即 } a_1 = \frac{1}{1-\lambda},$$

$$\therefore a_n = \frac{1}{1-\lambda} \cdot \left(\frac{\lambda}{\lambda-1}\right)^{n-1}.$$

$$(2) \text{ 若 } S_5 = \frac{31}{32},$$

$$\text{则若 } S_5 = 1 + \lambda \left[\frac{1}{1-\lambda} \cdot \left(\frac{\lambda}{\lambda-1}\right)^4 \right] = \frac{31}{32},$$

$$\text{即 } \left(\frac{\lambda}{1-\lambda}\right)^5 = \frac{31}{32} - 1 = -\frac{1}{32},$$

$$\text{则 } \frac{\lambda}{1-\lambda} = -\frac{1}{2}, \text{ 得 } \lambda = -1.$$

【点评】 本题主要考查数列递推关系的应用，根据 $n \geq 2$ 时， $a_n = S_n - S_{n-1}$ 的关系进行递推是解决本题的关键。考查学生的运算和推理能力。

18. (12分) 如图是我国2008年至2014年生活垃圾无害化处理量(单位: 亿吨)的折线图。

注: 年份代码1 - 7分别对应年份2008 - 2014.

(I) 由折线图看出, 可用线性回归模型拟合 y 与 t 的关系, 请用相关系数加以证明;

(II) 建立 y 关于 t 的回归方程(系数精确到0.01), 预测2016年我国生活垃圾无害化处理量.

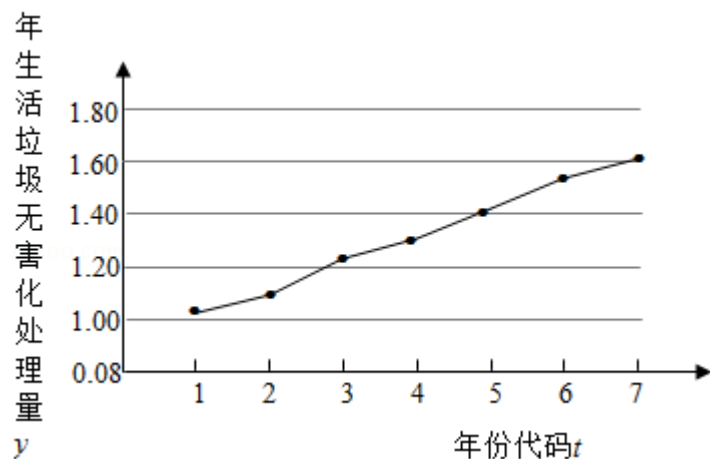
附注:

$$\text{参考数据: } \sum_{i=1}^7 y_i = 9.32, \quad \sum_{i=1}^7 t_i y_i = 40.17, \quad \sqrt{\sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2} = 0.55, \quad \sqrt{7} \approx 2.646.$$

$$\text{参考公式: 相关系数 } r = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}},$$

回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}t$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}.$$



【考点】BK：线性回归方程.

【专题】11：计算题；35：转化思想；5I：概率与统计.

【分析】（1）由折线图看出， y 与 t 之间存在较强的正相关关系，将已知数据代入相关系数方程，可得答案；

（2）根据已知中的数据，求出回归系数，可得回归方程，2016年对应的 t 值为9，代入可预测2016年我国生活垃圾无害化处理量.

【解答】解：（1）由折线图看出， y 与 t 之间存在较强的正相关关系，理由如下：

$$\begin{aligned} \therefore r &= \frac{\sum_{i=1}^7 (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^7 (t_i - \bar{t})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum_{i=1}^7 t_i y_i - 7\bar{t}\bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^7 (t_i - \bar{t})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2}} \approx \frac{40.17 - 4 \times 9.32}{2\sqrt{7} \cdot 0.55} \\ &\approx \frac{2.89}{2.9106} \approx 0.993, \end{aligned}$$

$$\therefore 0.993 > 0.75,$$

故 y 与 t 之间存在较强的正相关关系；

$$(2) \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2} = \frac{\sum_{i=1}^7 t_i y_i - 7\bar{t}\bar{y}}{\sum_{i=1}^7 t_i^2 - 7\bar{t}^2} \approx \frac{2.89}{28} \approx 0.103,$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t} \approx 1.331 - 0.103 \times 4 \approx 0.92,$$

$\therefore y$ 关于 t 的回归方程 $\hat{y} = 0.10t + 0.92$,

2016年对应的 t 值为9,

$$\text{故 } \hat{y} = 0.10 \times 9 + 0.92 = 1.82,$$

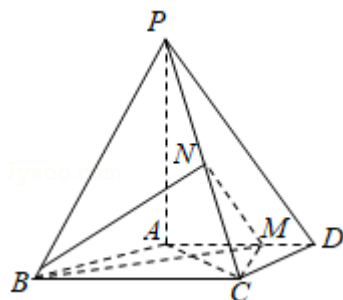
预测2016年我国生活垃圾无害化处理量为1.82亿吨.

【点评】 本题考查的知识点是线性回归方程, 回归分析, 计算量比较大, 计算时要细心.

19. (12分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AB = AD = AC = 3$, $PA = BC = 4$, M 为线段 AD 上一点, $AM = 2MD$, N 为 PC 的中点.

(1) 证明: $MN \parallel$ 平面 PAB ;

(2) 求直线 AN 与平面 PMN 所成角的正弦值.



【考点】 LS: 直线与平面平行; MI: 直线与平面所成的角.

【专题】 15: 综合题; 35: 转化思想; 44: 数形结合法; 5F: 空间位置关系与距离; 5G: 空间角.

【分析】 (1) 法一、取 PB 中点 G , 连接 AG , NG , 由三角形的中位线定理可得 $NG \parallel BC$, 且 $NG = \frac{1}{2}BC$, 再由已知得 $AM \parallel BC$, 且 $AM = \frac{1}{2}BC$, 得到 $NG \parallel AM$, 且 $NG = AM$, 说明四边形 $AMNG$ 为平行四边形, 可得 $NM \parallel AG$, 由线面平行的判定得到

$MN \parallel$ 平面 PAB ;

法二、证明 $MN \parallel$ 平面 PAB ，转化为证明平面 $NEM \parallel$ 平面 PAB ，在 $\triangle PAC$ 中，过 N 作 $NE \perp AC$ ，垂足为 E ，连接 ME ，由已知 $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ，可得 $PA \parallel NE$ ，通过求解直角三角形得到 $ME \parallel AB$ ，由面面平行的判定可得平面 $NEM \parallel$ 平面 PAB ，则结论得证；

(2) 连接 CM ，证得 $CM \perp AD$ ，进一步得到平面 $PNM \perp$ 平面 PAD ，在平面 PAD 内，过 A 作 $AF \perp PM$ ，交 PM 于 F ，连接 NF ，则 $\angle ANF$ 为直线 AN 与平面 PMN 所成角。然后求解直角三角形可得直线 AN 与平面 PMN 所成角的正弦值。

【解答】 (1) 证明：法一、如图，取 PB 中点 G ，连接 AG ， NG ，

$\because N$ 为 PC 的中点，

$\therefore NG \parallel BC$ ，且 $NG = \frac{1}{2}BC$ ，

又 $AM = \frac{2}{3}AD = 2$ ， $BC = 4$ ，且 $AD \parallel BC$ ，

$\therefore AM \parallel BC$ ，且 $AM = \frac{1}{2}BC$ ，

则 $NG \parallel AM$ ，且 $NG = AM$ ，

$\therefore$ 四边形 $AMNG$ 为平行四边形，则 $NM \parallel AG$ ，

$\because AG \subset$ 平面 PAB ， $NM \not\subset$ 平面 PAB ，

$\therefore MN \parallel$ 平面 PAB ；

法二、

在 $\triangle PAC$ 中，过 N 作 $NE \perp AC$ ，垂足为 E ，连接 ME ，

在 $\triangle ABC$ 中，由已知 $AB = AC = 3$ ， $BC = 4$ ，得 $\cos \angle ACB = \frac{4^2 + 3^2 - 3^2}{2 \times 4 \times 3} = \frac{2}{3}$ ，

$\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore \cos \angle EAM = \frac{2}{3}$ ，则 $\sin \angle EAM = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ，

在 $\triangle EAM$ 中，

$\because AM = \frac{2}{3}AD = 2$ ， $AE = \frac{1}{2}AC = \frac{3}{2}$ ，

由余弦定理得： $EM = \sqrt{AE^2 + AM^2 - 2AE \cdot AM \cdot \cos \angle EAM} = \sqrt{\frac{9}{4} + 4 - 2 \times \frac{3}{2} \times 2 \times \frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$ ，

$$\therefore \cos \angle AEM = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4}{2 \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}} = \frac{1}{9},$$

$$\text{而在} \triangle ABC \text{中, } \cos \angle BAC = \frac{3^2 + 3^2 - 4^2}{2 \times 3 \times 3} = \frac{1}{9},$$

$$\therefore \cos \angle AEM = \cos \angle BAC, \text{ 即 } \angle AEM = \angle BAC,$$

$$\therefore AB \parallel EM, \text{ 则 } EM \parallel \text{平面 } PAB.$$

$$\text{由 } PA \perp \text{底面 } ABCD, \text{ 得 } PA \perp AC, \text{ 又 } NE \perp AC,$$

$$\therefore NE \parallel PA, \text{ 则 } NE \parallel \text{平面 } PAB.$$

$$\therefore NE \cap EM = E,$$

$$\therefore \text{平面 } NEM \parallel \text{平面 } PAB, \text{ 则 } MN \parallel \text{平面 } PAB;$$

$$(2) \text{ 解: 在 } \triangle AMC \text{ 中, 由 } AM=2, AC=3, \cos \angle MAC = \frac{2}{3}, \text{ 得 } CM^2 = AC^2 + AM^2 - 2AC \cdot$$

$$AM \cdot \cos \angle MAC = 9 + 4 - 2 \times 3 \times 2 \times \frac{2}{3} = 5.$$

$$\therefore AM^2 + MC^2 = AC^2, \text{ 则 } AM \perp MC,$$

$$\therefore PA \perp \text{底面 } ABCD, PA \subset \text{平面 } PAD,$$

$$\therefore \text{平面 } ABCD \perp \text{平面 } PAD, \text{ 且平面 } ABCD \cap \text{平面 } PAD = AD,$$

$$\therefore CM \perp \text{平面 } PAD, \text{ 则平面 } PNM \perp \text{平面 } PAD.$$

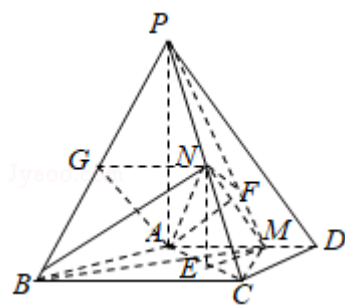
在平面PAD内, 过A作AF⊥PM, 交PM于F, 连接NF, 则∠ANF为直线AN与平面PMN所成角.

$$\text{在Rt} \triangle PAC \text{ 中, 由N是PC的中点, 得 } AN = \frac{1}{2} PC = \frac{1}{2} \sqrt{PA^2 + PC^2} = \frac{5}{2},$$

$$\text{在Rt} \triangle PAM \text{ 中, 由 } PA \cdot AM = PM \cdot AF, \text{ 得 } AF = \frac{PA \cdot AM}{PM} = \frac{4 \times 2}{\sqrt{4^2 + 2^2}} = \frac{4\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \sin \angle ANF = \frac{AF}{AN} = \frac{\frac{4\sqrt{5}}{5}}{\frac{5}{2}} = \frac{8\sqrt{5}}{25}.$$

$$\therefore \text{直线AN与平面PMN所成角的正弦值为} \frac{8\sqrt{5}}{25}.$$



【点评】 本题考查直线与平面平行的判定，考查直线与平面所成角的求法，考查数学转化思想方法，考查了空间想象能力和计算能力，是中档题.

20. (12分) 已知抛物线C: $y^2=2x$ 的焦点为F, 平行于x轴的两条直线 l_1 , l_2 分别交C于A, B两点, 交C的准线于P, Q两点.

(I) 若F在线段AB上, R是PQ的中点, 证明 $AR \parallel FQ$;

(II) 若 $\triangle PQF$ 的面积是 $\triangle ABF$ 的面积的两倍, 求AB中点的轨迹方程.

【考点】 J3: 轨迹方程; K8: 抛物线的性质.

【专题】 15: 综合题; 35: 转化思想; 49: 综合法; 5D: 圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】 (I) 连接RF, PF, 利用等角的余角相等, 证明 $\angle PRA = \angle PQF$, 即可证明 $AR \parallel FQ$;

(II) 利用 $\triangle PQF$ 的面积是 $\triangle ABF$ 的面积的两倍, 求出N的坐标, 利用点差法求AB中点的轨迹方程.

【解答】 (I) 证明: 连接RF, PF,

由 $AP=AF$, $BQ=BF$ 及 $AP \parallel BQ$, 得 $\angle AFP + \angle BFQ = 90^\circ$,

$\therefore \angle PFQ = 90^\circ$,

$\because R$ 是PQ的中点,

$\therefore RF = RP = RQ$,

$\therefore \triangle PAR \cong \triangle FAR$,

$\therefore \angle PAR = \angle FAR$, $\angle PRA = \angle FRA$,

$\because \angle BQF + \angle BFQ = 180^\circ - \angle QBF = \angle PAF = 2\angle PAR$,

$\therefore \angle FQB = \angle PAR$,

$$\therefore \angle PRA = \angle PQF,$$

$$\therefore AR \parallel FQ.$$

$$(\text{II}) \text{ 设 } A(x_1, y_1), B(x_2, y_2),$$

$$F\left(\frac{1}{2}, 0\right), \text{ 准线为 } x = -\frac{1}{2},$$

$$S_{\triangle PQF} = \frac{1}{2} |PQ| = \frac{1}{2} |y_1 - y_2|,$$

设直线AB与x轴交点为N,

$$\therefore S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2} |FN| |y_1 - y_2|,$$

$\therefore \triangle PQF$ 的面积是 $\triangle ABF$ 的面积的两倍,

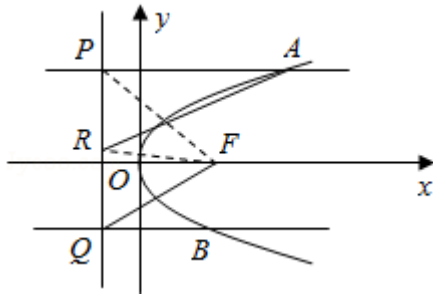
$$\therefore 2|FN| = 1, \therefore x_N = 1, \text{ 即 } N(1, 0).$$

$$\text{设AB中点为 } M(x, y), \text{ 由 } \begin{cases} y_1^2 = 2x_1 \\ y_2^2 = 2x_2 \end{cases} \text{ 得 } y_1^2 - y_2^2 = 2(x_1 - x_2),$$

$$\text{又 } \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y}{x-1},$$

$$\therefore \frac{y}{x-1} = \frac{1}{y}, \text{ 即 } y^2 = x - 1.$$

$$\therefore \text{AB中点轨迹方程为 } y^2 = x - 1.$$



【点评】 本题考查抛物线的方程与性质，考查轨迹方程，考查学生的计算能力，属于中档题.

21. (12分) 设函数 $f(x) = a \cos 2x + (a-1)(\cos x + 1)$, 其中 $a > 0$, 记 $|f(x)|$ 的最大值为 A .

(I) 求 $f'(x)$;

(II) 求 A ;

(III) 证明: $|f'(x)| \leq 2A$.

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性.

【专题】32：分类讨论；35：转化思想；4J：换元法；51：函数的性质及应用；53：导数的综合应用；56：三角函数的求值.

【分析】（Ⅰ）根据复合函数的导数公式进行求解即可求 $f'(x)$ ；

（Ⅱ）讨论 a 的取值，利用分类讨论的思想方法，结合换元法，以及一元二次函数的最值的性质进行求解；

（Ⅲ）由（Ⅰ），结合绝对值不等式的性质即可证明： $|f'(x)| \leq 2A$.

【解答】（Ⅰ）解： $f'(x) = -2a\sin 2x - (a-1)\sin x$.

（Ⅱ）当 $a \geq 1$ 时， $|f(x)| = |a\cos 2x + (a-1)(\cos x + 1)| \leq a|\cos 2x| + (a-1)|\cos x + 1| \leq a|\cos 2x| + (a-1)(|\cos x| + 1) \leq a + 2(a-1) = 3a - 2 = f(0)$ ，
因此 $A = 3a - 2$.

当 $0 < a < 1$ 时， $f(x) = a\cos 2x + (a-1)(\cos x + 1) = 2a\cos^2 x + (a-1)\cos x - 1$ ，

令 $g(t) = 2at^2 + (a-1)t - 1$ ，

则 A 是 $|g(t)|$ 在 $[-1, 1]$ 上的最大值， $g(-1) = a$ ， $g(1) = 3a - 2$ ，

且当 $t = \frac{1-a}{4a}$ 时， $g(t)$ 取得极小值，极小值为 $g(\frac{1-a}{4a}) = -\frac{(a-1)^2}{8a} - 1 = -\frac{a^2 + 6a + 1}{8a}$ ，（二次函数在对称轴处取得极值）

令 $-1 < \frac{1-a}{4a} < 1$ ，得 $a < \frac{1}{3}$ （舍）或 $a > \frac{1}{5}$.

①当 $0 < a \leq \frac{1}{5}$ 时， $g(t)$ 在 $(-1, 1)$ 内无极值点， $|g(-1)| = a$ ， $|g(1)| = 2 - 3a$ ， $|g(-1)| < |g(1)|$ ，

$\therefore A = 2 - 3a$ ，

②当 $\frac{1}{5} < a < 1$ 时，由 $g(-1) - g(1) = 2(1-a) > 0$ ，得 $g(-1) > g(1) > g(\frac{1-a}{4a})$ ，

又 $|g(\frac{1-a}{4a})| - |g(-1)| = \frac{(1-a)(1+7a)}{8a} > 0$ ，

$\therefore A = |g(\frac{1-a}{4a})| = \frac{a^2 + 6a + 1}{8a}$ ，

$$\text{综上, } A = \begin{cases} 2-3a, & 0 < a \leq \frac{1}{5} \\ \frac{a^2+6a+1}{8a}, & \frac{1}{5} < a < 1 \\ 3a-2, & a \geq 1 \end{cases}$$

(Ⅲ) 证明: 由(I)可得: $|f'(x)| = |-2a\sin 2x - (a-1)\sin x| \leq 2a + |a-1|$,

当 $0 < a \leq \frac{1}{5}$ 时, $|f'(x)| < 1+a \leq 2-4a < 2(2-3a) = 2A$,

当 $\frac{1}{5} < a < 1$ 时, $A = \frac{a^2+6a+1}{8a} = \frac{a}{8} + \frac{1}{8a} + \frac{3}{4} > 1$,

$\therefore |f'(x)| \leq 1+a \leq 2A$,

当 $a \geq 1$ 时, $|f'(x)| \leq 3a-1 \leq 6a-4 = 2A$,

综上: $|f'(x)| \leq 2A$.

【点评】 本题主要考查函数的导数以及函数最值的应用, 求函数的导数, 以及换元法, 转化法转化为一元二次函数是解决本题的关键. 综合性较强, 难度较大.

请考生在第22-

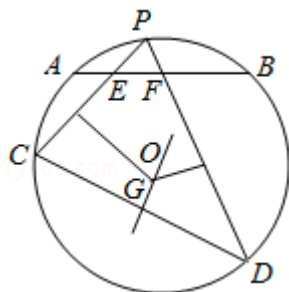
24题中任选一题做答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.[选修4-

1: 几何证明选讲]

22. (10分) 如图, $\odot O$ 中 $\widehat{AB}$ 的中点为 P , 弦 PC , PD 分别交 AB 于 E , F 两点.

(1) 若 $\angle PFB = 2\angle PCD$, 求 $\angle PCD$ 的大小;

(2) 若 EC 的垂直平分线与 FD 的垂直平分线交于点 G , 证明: $OG \perp CD$.



【考点】 NC: 与圆有关的比例线段.

【专题】 35: 转化思想; 49: 综合法; 5M: 推理和证明.

【分析】（1）连接PA，PB，BC，设 $\angle PEB = \angle 1$ ， $\angle PCB = \angle 2$ ， $\angle ABC = \angle 3$ ， $\angle PBA = \angle 4$ ， $\angle PAB = \angle 5$ ，运用圆的性质和四点共圆的判断，可得E，C，D，F共圆，再由圆内接四边形的性质，即可得到所求 $\angle PCD$ 的度数；

（2）运用圆的定义和E，C，D，F共圆，可得G为圆心，G在CD的中垂线上，即可得证．

【解答】（1）解：连接PB，BC，

设 $\angle PEB = \angle 1$ ， $\angle PCB = \angle 2$ ， $\angle ABC = \angle 3$ ，

$\angle PBA = \angle 4$ ， $\angle PAB = \angle 5$ ，

由 $\odot O$ 中 $\widehat{AB}$ 的中点为P，可得 $\angle 4 = \angle 5$ ，

在 $\triangle EBC$ 中， $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$ ，

又 $\angle D = \angle 3 + \angle 4$ ， $\angle 2 = \angle 5$ ，

即有 $\angle 2 = \angle 4$ ，则 $\angle D = \angle 1$ ，

则四点E，C，D，F共圆，

可得 $\angle EFD + \angle PCD = 180^\circ$ ，

由 $\angle PFB = \angle EFD = 2\angle PCD$ ，

即有 $3\angle PCD = 180^\circ$ ，

可得 $\angle PCD = 60^\circ$ ；

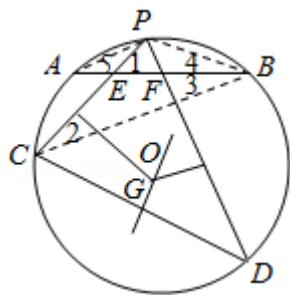
（2）证明：由C，D，E，F共圆，

由EC的垂直平分线与FD的垂直平分线交于点G

可得G为圆心，即有 $GC = GD$ ，

则G在CD的中垂线，又CD为圆G的弦，

则 $OG \perp CD$ ．



【点评】本题考查圆内接四边形的性质和四点共圆的判断，以及圆的垂径定理的运用，考查推理能力，属于中档题．

[选修4-4：坐标系与参数方程]

23. 在直角坐标系xOy中，曲线C₁的参数方程为 $\begin{cases} x=\sqrt{3}\cos\alpha \\ y=\sin\alpha \end{cases}$ （ α 为参数），以坐标原点为极点，以x轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线C₂的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}$.

(1) 写出C₁的普通方程和C₂的直角坐标方程；

(2) 设点P在C₁上，点Q在C₂上，求|PQ|的最小值及此时P的直角坐标.

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程；QH：参数方程化成普通方程.

【专题】34：方程思想；48：分析法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程；5S：坐标系和参数方程.

【分析】(1) 运用两边平方和同角的平方关系，即可得到C₁的普通方程，运用 $x=\rho\cos\theta$ ， $y=\rho\sin\theta$ ，以及两角和的正弦公式，化简可得C₂的直角坐标方程；

(2) 由题意可得当直线 $x+y-4=0$ 的平行线与椭圆相切时，|PQ|取得最值. 设与直线 $x+y-4=0$ 平行的直线方程为 $x+y+t=0$ ，代入椭圆方程，运用判别式为0，求得t，再由平行线的距离公式，可得|PQ|的最小值，解方程可得P的直角坐标.

另外：设P $(\sqrt{3}\cos\alpha, \sin\alpha)$ ，由点到直线的距离公式，结合辅助角公式和正弦函数的值域，即可得到所求最小值和P的坐标.

【解答】解：(1) 曲线C₁的参数方程为 $\begin{cases} x=\sqrt{3}\cos\alpha \\ y=\sin\alpha \end{cases}$ （ α 为参数），

移项后两边平方可得 $\frac{x^2}{3}+y^2=\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$,

即有椭圆C₁： $\frac{x^2}{3}+y^2=1$ ；

曲线C₂的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}$,

即有 $\rho\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\theta\right)=2\sqrt{2}$,

由 $x=\rho\cos\theta$ ， $y=\rho\sin\theta$ ，可得 $x+y-4=0$ ，

即有C₂的直角坐标方程为直线 $x+y-4=0$ ；

(2) 由题意可得当直线 $x+y-4=0$ 的平行线与椭圆相切时，

$|PQ|$ 取得最值.

设与直线 $x+y-4=0$ 平行的直线方程为 $x+y+t=0$,

$$\text{联立} \begin{cases} x+y+t=0 \\ x^2+3y^2=3 \end{cases} \text{ 可得 } 4x^2+6tx+3t^2-3=0,$$

由直线与椭圆相切, 可得 $\Delta=36t^2-16(3t^2-3)=0$,

解得 $t=\pm 2$,

显然 $t=-2$ 时, $|PQ|$ 取得最小值,

$$\text{即有 } |PQ| = \frac{|-4-(-2)|}{\sqrt{1+1}} = \sqrt{2},$$

此时 $4x^2-12x+9=0$, 解得 $x=\frac{3}{2}$,

即为 $P(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$.

另解: 设 $P(\sqrt{3}\cos\alpha, \sin\alpha)$,

$$\text{由 } P \text{ 到直线的距离为 } d = \frac{|\sqrt{3}\cos\alpha + \sin\alpha - 4|}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{|2\sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - 4|}{\sqrt{2}},$$

当 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) = 1$ 时, $|PQ|$ 的最小值为 $\sqrt{2}$,

此时可取 $\alpha = \frac{\pi}{6}$, 即有 $P(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$.

【点评】 本题考查参数方程和普通方程的互化、极坐标和直角坐标的互化, 同时考查直线与椭圆的位置关系, 主要是相切, 考查化简整理的运算能力, 属于中档题.

[选修4-5: 不等式选讲]

24. 已知函数 $f(x) = |2x - a| + a$.

(1) 当 $a=2$ 时, 求不等式 $f(x) \leq 6$ 的解集;

(2) 设函数 $g(x) = |2x - 1|$, 当 $x \in \mathbb{R}$ 时, $f(x) + g(x) \geq 3$, 求 a 的取值范围.

【考点】 R5: 绝对值不等式的解法.

【专题】 11: 计算题; 35: 转化思想; 49: 综合法; 59: 不等式的解法及应用

【分析】（1）当 $a=2$ 时，由已知得 $|2x-2|+2\leq 6$ ，由此能求出不等式 $f(x)\leq 6$ 的解集.

（2）由 $f(x)+g(x)=|2x-1|+|2x-a|+a\geq 3$ ，得 $|x-\frac{1}{2}|+|x-\frac{a}{2}|\geq \frac{3-a}{2}$ ，由此能求出 a 的取值范围.

【解答】解：（1）当 $a=2$ 时， $f(x)=|2x-2|+2$ ，

$$\because f(x)\leq 6, \therefore |2x-2|+2\leq 6,$$

$$|2x-2|\leq 4, |x-1|\leq 2,$$

$$\therefore -2\leq x-1\leq 2,$$

$$\text{解得 } -1\leq x\leq 3,$$

$\therefore$ 不等式 $f(x)\leq 6$ 的解集为 $\{x|-1\leq x\leq 3\}$.

$$(2) \because g(x)=|2x-1|,$$

$$\therefore f(x)+g(x)=|2x-1|+|2x-a|+a\geq 3,$$

$$2|x-\frac{1}{2}|+2|x-\frac{a}{2}|+a\geq 3,$$

$$|x-\frac{1}{2}|+|x-\frac{a}{2}|\geq \frac{3-a}{2},$$

当 $a\geq 3$ 时，成立，

$$\text{当 } a<3 \text{ 时， } |x-\frac{1}{2}|+|x-\frac{a}{2}|\geq \frac{1}{2}|a-1|\geq \frac{3-a}{2}>0,$$

$$\therefore (a-1)^2\geq (3-a)^2,$$

$$\text{解得 } 2\leq a<3,$$

$\therefore a$ 的取值范围是 $[2, +\infty)$.

【点评】本题考查含绝对值不等式的解法，考查实数的取值范围的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意不等式性质的合理运用.