2012年北京市高考数学试卷（文科）

参考答案与试题解析

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．（5分）已知集合 $A=\{x\in R|3x+2>0\}$，$B=\{x\in R|(x+1)(x-3)>0\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$(-\infty, -1)$　B．$(-1, -\frac{2}{3})$　C．$(-\frac{2}{3}, 3)$　D．$(3, +\infty)$

【考点】1E：交集及其运算；73：一元二次不等式及其应用．

【专题】5J：集合．

【分析】求出集合B，然后直接求解 $A\cap B$．

【解答】解：因为 $B=\{x\in R|(x+1)(x-3)>0\}=\{x|x<-1或x>3\}$，

又集合 $A=\{x\in R|3x+2>0\}=\{x|x>-\frac{2}{3}\}$，

所以 $A\cap B=\{x|x>-\frac{2}{3}\}\cap\{x|x<-1或x>3\}=\{x|x>3\}$，

故选：D．

【点评】本题考查一元二次不等式的解法，交集及其运算，考查计算能力．

2．（5分）在复平面内，复数 $\frac{10i}{3+i}$ 对应的点的坐标为（　　）

A．(1，3)　B．(3，1)　C．(－1，3)　D．(3，－1)

【考点】A4：复数的代数表示法及其几何意义；A5：复数的运算．

【专题】5N：数系的扩充和复数．

【分析】由 $\frac{10i}{3+i}=\frac{10i(3-i)}{(3+i)(3-i)}=1+3i$，能求出在复平面内，复数 $\frac{10i}{3+i}$ 对应的点的坐标．

【解答】解：$\because \frac{10i}{3+i}=\frac{10i(3-i)}{(3+i)(3-i)}$

$=\frac{30i+10}{10}=1+3i$，

∴在复平面内，复数$\frac{10i}{3+i}$对应的点的坐标为（1，3），

故选：A.

【点评】本题考查复数的代数形式的乘积运算，是基础题．解题时要认真审题，注意复数的几何意义的求法．

3．（5 分）设不等式组$\begin{cases}0\leqslant x\leqslant 2\\0\leqslant y\leqslant 2\end{cases}$，表示的平面区域为 D，在区域 D 内随机取一个点，则此点到坐标原点的距离大于 2 的概率是（　　）

A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi-2}{2}$　　C．$\frac{\pi}{6}$　　D．$\frac{4-\pi}{4}$

【考点】7B：二元一次不等式（组）与平面区域；CF：几何概型．

【专题】5I：概率与统计．

【分析】本题属于几何概型，利用“测度”求概率，本例的测度即为区域的面积，故只要求出题中两个区域：由不等式组表示的区域 和到原点的距离大于 2 的点构成的区域的面积后再求它们的比值即可．

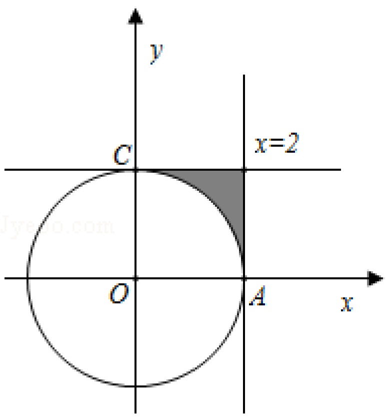
【解答】解：其构成的区域 D 如图所示的边长为 2 的正方形，面积为 $S_1=4$，

满足到原点的距离大于 2 所表示的平面区域是以原点为圆心，以 2 为半径的圆外部，

面积为$S_2=4-\frac{\pi\times 2^2}{4}=4-\pi$，

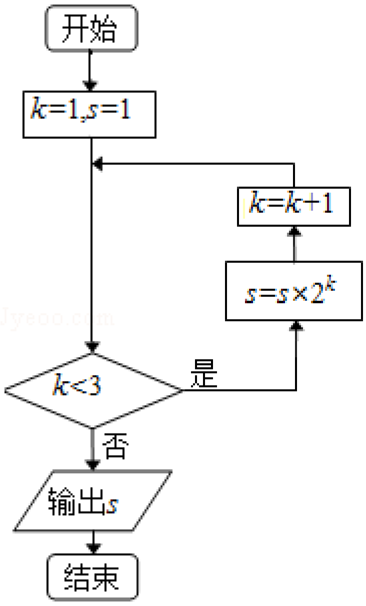
∴在区域 D 内随机取一个点，则此点到坐标原点的距离大于 2 的概率 P=$\frac{4-\pi}{4}$

故选：D.



【点评】本题考查几何概型，几何概型的概率的值是通过长度、面积、和体积、的比值得到，本题是通过两个图形的面积之比得到概率的值．

4．（5 分）执行如图所示的程序框图，输出的 S 值为（　　）



A．2　　B．4　　C．8　　D．16

【考点】EF：程序框图．

【专题】5K：算法和程序框图．

【分析】列出循环过程中 S 与 K 的数值，不满足判断框的条件即可结束循环．

【解答】解：第 1 次判断后 S=1，k=1，

第 2 次判断后 S=2，k=2，

第 3 次判断后 S=8，k=3，

第 4 次判断后 3＜3，不满足判断框的条件，结束循环，输出结果：8．

故选：C．

【点评】本题考查循环框图的应用，注意判断框的条件的应用，考查计算能力．

5．（5 分）函数 $f（x）=x^{\frac{1}{2}}-（\frac{1}{2}）^{x}$ 的零点个数为（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

【考点】53：函数的零点与方程根的关系.

【专题】51：函数的性质及应用.

【分析】先判断函数的单调性，由于在定义域上两个增函数的和仍为增函数，故函数 f（x）为单调增函数，而 f（0）<0，f（$\frac{1}{2}$）>0

由零点存在性定理可判断此函数仅有一个零点

【解答】解：函数 f（x）的定义域为[0，+∞）

∵$y=x^{\frac{1}{2}}$在定义域上为增函数，$y=-\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$在定义域上为增函数

∴函数 $f(x)=x^{\frac{1}{2}}-\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$在定义域上为增函数

而 f（0）=﹣1<0，f（1）=$\frac{1}{2}$>0

故函数 $f(x)=x^{\frac{1}{2}}-\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$的零点个数为 1 个

故选：B.

【点评】本题主要考查了函数零点的判断方法，零点存在性定理的意义和运用，函数单调性的判断和意义，属基础题

6.（5 分）已知{a_n}为等比数列，下面结论中正确的是（　　）

A．$a_1+a_3\geqslant 2a_2$　　B．$a_1^2+a_3^2\geqslant 2a_2^2$

C．若 $a_1=a_3$，则 $a_1=a_2$　　D．若 $a_3>a_1$，则 $a_4>a_2$

【考点】87：等比数列的性质.

【专题】54：等差数列与等比数列.

【分析】$a_1+a_3=\frac{a_2}{q}+a_2q$，当且仅当 a_2，q 同为正时，$a_1+a_3\geqslant 2a_2$ 成立；$a_1^2+a_3^2=\left(\frac{a_2}{q}\right)^2+(a_2q)^2\geqslant 2a_2^2$，所以 $a_1^2+a_3^2\geqslant 2a_2^2$；若 $a_1=a_3$，则 $a_1=a_1q^2$，从而可知 $a_1=a_2$ 或 $a_1=-a_2$；若 $a_3>a_1$，则 $a_1q^2>a_1$，而 $a_4-a_2=a_1q(q^2-1)$，其正负由 q 的符号确定，故可得结论.

【解答】解：设等比数列的公比为 q，则 $a_1+a_3=\frac{a_2}{q}+a_2q$，当且仅当 a_2，q 同为正时，$a_1+a_3\geqslant 2a_2$ 成立，故 A 不正确；

$a_1^2+a_3^2=\left(\frac{a_2}{q}\right)^2+(a_2q)^2\geqslant 2a_2^2$，$\therefore a_1^2+a_3^2\geqslant 2a_2^2$，故 B 正确；

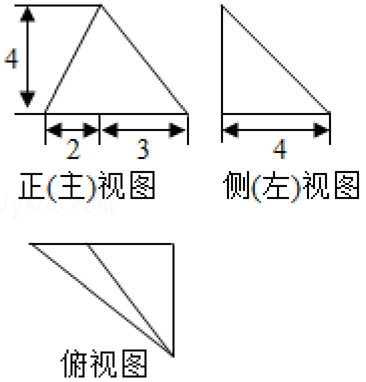
若 $a_1=a_3$，则 $a_1=a_1q^2$，$\therefore q^2=1$，$\therefore q=\pm 1$，$\therefore a_1=a_2$ 或 $a_1=-a_2$，故 C 不正确；

若 $a_3>a_1$，则 $a_1q^2>a_1$，$\therefore a_4-a_2=a_1q(q^2-1)$，其正负由 q 的符号确定，故 D 不正确

故选：B．

【点评】本题主要考查了等比数列的性质．属基础题．

7．（5 分）某三棱锥的三视图如图所示，该三棱锥的表面积是（　　）



A．$28+6\sqrt{5}$　　B．$30+6\sqrt{5}$　　C．$56+12\sqrt{5}$　　D．$60+12\sqrt{5}$

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】5Q：立体几何．

【分析】通过三视图复原的几何体的形状，利用三视图的数据求出几何体的表面积即可．

【解答】解：三视图复原的几何体是底面为直角边长为 4 和 5 的三角形，

一个侧面垂直底面的等腰三角形，高为 4，底边长为 5，如图，

所以 $S_{底}=\frac{1}{2}\times 4\times 5=10$，

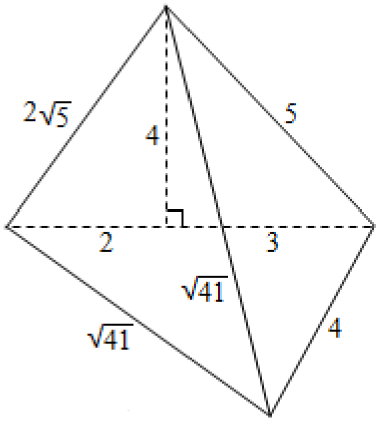
$S_{后}=\frac{1}{2}\times 5\times 4=10$，

$S_{右}=\frac{1}{2}\times 4\times 5=10$，

$S_{左}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\times\sqrt{(\sqrt{41})^2-(\sqrt{5})^2}=6\sqrt{5}$.

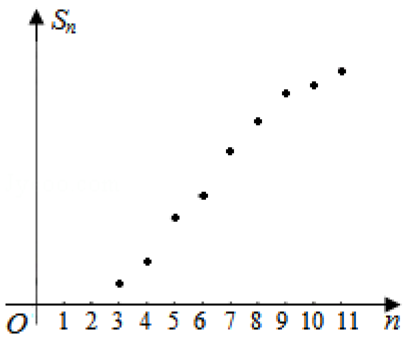
几何体的表面积为：$S=S_{底}+S_{后}+S_{右}+S_{左}=30+6\sqrt{5}$.

故选：B.



【点评】本题考查三视图与几何体的关系，注意表面积的求法，考查空间想象能力计算能力.

8.（5 分）某棵果树前 n 年的总产量 S_n 与 n 之间的关系如图所示．从目前记录的结果看，前 m 年的年平均产量最高，则 m 的值为（　　）



A．5　　B．7　　C．9　　D．11

【考点】38：函数的表示方法；3A：函数的图象与图象的变换．

【专题】51：函数的性质及应用．

【分析】由已知中图象表示某棵果树前 n 年的总产量 S 与 n 之间的关系，可分析出平均产量的几何意义为原点与该点边线的斜率，结合图象可得答案．

【解答】解：若果树前 n 年的总产量 S 与 n 在图中对应 P（S，n）点

则前 n 年的年平均产量即为直线 OP 的斜率

由图易得当 n=9 时，直线 OP 的斜率最大

即前 9 年的年平均产量最高，

故选：C．

【点评】本题以函数的图象与图象变化为载体考查了斜率的几何意义，其中正确分析出平均产量的几何意义是解答本题的关键．

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．

9．（5 分）直线 y=x 被圆 $x^2+(y-2)^2=4$ 截得的弦长为__$2\sqrt{2}$__．

【考点】J8：直线与圆相交的性质．

【专题】5B：直线与圆．

【分析】确定圆的圆心坐标与半径，求得圆心到直线 y=x 的距离，利用垂径定理构造直角三角形，即可求得弦长．

【解答】解：圆 $x^2+(y-2)^2=4$ 的圆心坐标为（0，2），半径为 2

∵圆心到直线 y=x 的距离为 $\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

∴直线 y=x 被圆 $x^2+(y-2)^2=4$ 截得的弦长为 $2\sqrt{4-2}=2\sqrt{2}$

故答案为：$2\sqrt{2}$

【点评】本题考查直线与圆相交，考查圆的弦长，解题的关键是求得圆心到直线 y=x 的距离，利用垂径定理构造直角三角形求得弦长．

10．（5 分）已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，S_n 为其前 n 项和，若 $a_1=\frac{1}{2}$，$S_2=a_3$，则 $a_2=$__1__，$S_n=$__$\frac{1}{4}n(n+1)$__．

【考点】84：等差数列的通项公式；85：等差数列的前 n 项和．

【专题】54：等差数列与等比数列．

【分析】根据等差数列的性质可求出公差，从而可求出第二项，以及等差数列的前 n 项和．

【解答】解：根据 $\{a_n\}$ 为等差数列，$S_2=a_1+a_2=a_3=\frac{1}{2}+a_2$；

$\therefore d=a_3-a_2=\frac{1}{2}$

$\therefore a_2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

$S_n=\frac{1}{2}n+\frac{n(n-1)}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}n(n+1)$

故答案为：1，$\frac{1}{4}n(n+1)$

【点评】本题主要考查了等差数列的前 n 项和，以及等差数列的通项公式，属于容易题.

11．（5 分）在△ABC 中，若 a=3，b=$\sqrt{3}$，$\angle A=\frac{\pi}{3}$，则∠C 的大小为__$\frac{\pi}{2}$__.

【考点】HP：正弦定理.

【专题】58：解三角形.

【分析】利用正弦定理$\frac{a}{\sin\angle A}=\frac{b}{\sin\angle B}$，可求得∠B，从而可得∠C 的大小.

【解答】解：∵△ABC 中，a=3，b=$\sqrt{3}$，$\angle A=\frac{\pi}{3}$，

∴由正弦定理$\frac{a}{\sin\angle A}=\frac{b}{\sin\angle B}$得：$\frac{3}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{\sin\angle B}$，

$\therefore \sin\angle B=\frac{1}{2}$．又 b＜a，

$\therefore \angle B<\angle A=\frac{\pi}{3}$.

$\therefore \angle B=\frac{\pi}{6}$.

$\therefore \angle C=\pi-\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$.

故答案为：$\frac{\pi}{2}$.

【点评】本题考查正弦定理，求得∠B 是关键，易错点在于忽视“△中大变对大角，小边对小角”结论的应用，属于基础题.

12．（5 分）已知函数 f（x）=lgx，若 f（ab）=1，则 f（a^2）+f（b^2）=__2__.

【考点】4H：对数的运算性质．

【专题】51：函数的性质及应用．

【分析】由函数 $f(x)=\lg x$，$f(ab)=\lg(ab)=1$，知 $f(a^2)+f(b^2)=\lg a^2+\lg b^2=2\lg(ab)$．由此能求出结果．

【解答】解：∵函数 $f(x)=\lg x$，$f(ab)=\lg(ab)=1$，

$f(a^2)+f(b^2)=\lg a^2+\lg b^2$

$=\lg(ab)^2=2\lg(ab)=2$．

故答案为：2．

【点评】本题考查对数的运算性质，是基础题．解题时要认真审题，仔细解答．

13．（5 分）已知正方形 ABCD 的边长为 1，点 E 是 AB 边上的动点．则 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{CB}$的值为___1___．

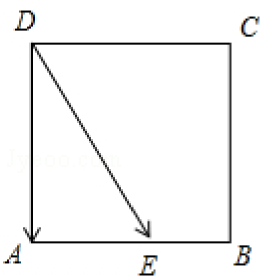
【考点】9O：平面向量数量积的性质及其运算．

【专题】5A：平面向量及应用．

【分析】直接利用向量转化，求出数量积即可．

【解答】解：因为 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DA}=|\overrightarrow{DE}|\cdot|\overrightarrow{DA}|\cos<\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DA}>=\overrightarrow{DA}^2=1$．

故答案为：1



【点评】本题考查平面向量数量积的应用，考查计算能力．

14．（5 分）已知 $f(x)=m(x-2m)(x+m+3)$，$g(x)=2^x-2$．若 $\forall x\in R$，$f(x)<0$ 或 $g(x)<0$，则 m 的取值范围是___$(-4,0)$___．

【考点】2E：复合命题及其真假；2H：全称量词和全称命题．

【专题】5L：简易逻辑．

【分析】由于 $g(x)=2^x-2\geqslant 0$ 时，$x\geqslant 1$，根据题意有 $f(x)=m(x-2m)(x+m+3)<0$ 在 $x>1$ 时成立，根据二次函数的性质可求

【解答】解：∵$g(x)=2^x-2$，当 $x\geqslant 1$ 时，$g(x)\geqslant 0$，

又∵$\forall x\in R$，$f(x)<0$ 或 $g(x)<0$

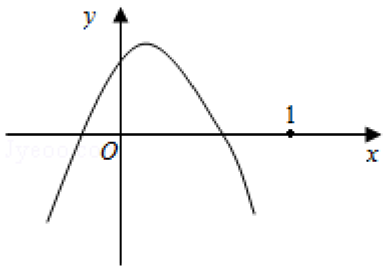
∴此时 $f(x)=m(x-2m)(x+m+3)<0$ 在 $x\geqslant 1$ 时恒成立

则由二次函数的性质可知开口只能向下，且二次函数与 x 轴交点都在（1，0）的左面

则 $\begin{cases} m<0 \\ -m-3<1 \\ 2m<1 \end{cases}$

∴ $-4<m<0$

故答案为：$(-4,0)$



【点评】本题主要考查了全称命题与特称命题的成立，指数函数与二次函数性质的应用是解答本题的关键

三、解答题共 6 小题，共 80 分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

15．（13 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{(\sin x-\cos x)\sin 2x}{\sin x}$．

（1）求 f（x）的定义域及最小正周期；

（2）求 f（x）的单调递减区间．

【考点】GL：三角函数中的恒等变换应用；H4：正弦函数的定义域和值域；HM：复合三角函数的单调性．

【专题】57：三角函数的图像与性质．

【分析】（1）由 $\sin x\neq 0$ 可得 $x\neq k\pi$（$k\in Z$），将 f（x）化为 $f(x)=\sqrt{2}\sin$

（$2x-\frac{\pi}{4}$）－1 即可求其最小正周期；

（2）由（1）得 f（x）$=\sqrt{2}\sin$（$2x-\frac{\pi}{4}$）－1，再由 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant 2x-\frac{\pi}{4}\leqslant 2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，x≠kπ（k∈Z）即可求 f（x）的单调递减区间.

【解答】解：（1）由 sinx≠0 得 x≠kπ（k∈Z），

故求 f（x）的定义域为{x|x≠kπ，k∈Z}.

∵f（x）$=\frac{(\sin x-\cos x)\sin 2x}{\sin x}$

=2cosx（sinx－cosx）

=sin2x－cos2x－1

$=\sqrt{2}\sin$（$2x-\frac{\pi}{4}$）－1

∴f（x）的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

（2）∵函数 y=sinx 的单调递减区间为[$2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$2k\pi+\frac{3\pi}{2}$]（k∈Z）

∴由 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant 2x-\frac{\pi}{4}\leqslant 2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，x≠kπ（k∈Z）

得 $k\pi+\frac{3\pi}{8}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{7\pi}{8}$，（k∈Z）

∴f（x）的单调递减区间为：[$k\pi+\frac{3\pi}{8}$，$k\pi+\frac{7\pi}{8}$]（k∈Z）

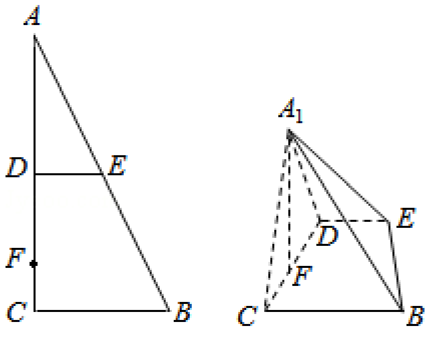
【点评】本题考查三角函数中的恒等变换应用，着重考查正弦函数的单调性，注重辅助角公式的考察应用，求得 f（x$=\sqrt{2}\sin$（$2x-\frac{\pi}{4}$）－1 是关键，属于中档题.

16.（14 分）如图 1，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，D，E 分别为 AC，AB 的中点，点 F 为线段 CD 上的一点，将△ADE 沿 DE 折起到△A_1DE 的位置，使 $A_1F\perp CD$，如图 2.

（1）求证：DE∥平面 A_1CB；

（2）求证：$A_1F\perp BE$；

（3）线段 A_1B 上是否存在点 Q，使 $A_1C\perp$平面 DEQ？说明理由.



【考点】LS：直线与平面平行；LW：直线与平面垂直．

【专题】5F：空间位置关系与距离；5Q：立体几何．

【分析】（1）D，E 分别为 AC，AB 的中点，易证 DE∥平面 A_1CB；

（2）由题意可证 DE⊥平面 A_1DC，从而有 DE⊥A_1F，又 A_1F⊥CD，可证 A_1F⊥平面 BCDE，问题解决；

（3）取 A_1C，A_1B 的中点 P，Q，则 PQ∥BC，平面 DEQ 即为平面 DEP，由 DE⊥平面，P 是等腰三角形 DA_1C 底边 A_1C 的中点，可证 A_1C⊥平面 DEP，从而 A_1C⊥平面 DEQ.

【解答】解：（1）∵D，E 分别为 AC，AB 的中点，

∴DE∥BC，又 DE⊄平面 A_1CB，

∴DE∥平面 A_1CB．

（2）由已知得 AC⊥BC 且 DE∥BC，

∴DE⊥AC，

∴DE⊥A_1D，又 DE⊥CD，

∴DE⊥平面 A_1DC，而 A_1F⊂平面 A_1DC，

∴DE⊥A_1F，又 A_1F⊥CD，

∴A_1F⊥平面 BCDE，

∴A_1F⊥BE．

（3）线段 A_1B 上存在点 Q，使 A_1C⊥平面 DEQ．理由如下：如图，分别取 A_1C，A_1B 的中点 P，Q，则 PQ∥BC．

∵DE∥BC，

∴DE∥PQ．

∴平面 DEQ 即为平面 DEP．

由（Ⅱ）知 DE⊥平面 A_1DC，

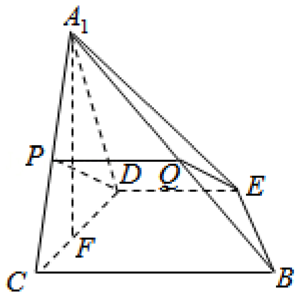
∴DE⊥A_1C，

又∵P 是等腰三角形 DA_1C 底边 A_1C 的中点，

∴A_1C⊥DP，

∴A_1C⊥平面 DEP，从而 A_1C⊥平面 DEQ，

故线段 A_1B 上存在点 Q，使 A_1C⊥平面 DEQ．



【点评】本题考查直线与平面平行的判定，直线与平面垂直的判定与性质，考查学生的分析推理证明与逻辑思维能力，综合性强，属于难题．

17．（13 分）近年来，某市为促进生活垃圾的分类处理，将生活垃圾分为厨余垃圾、可回收物和其他垃圾三类，并分别设置了相应的垃圾箱，为调查居民生活垃圾分类投放情况，先随机抽取了该市三类垃圾箱总计 1000 吨生活垃圾，数据统计如下（单位：吨）；

	“厨余垃圾”箱	“可回收物”箱	“其他垃圾”箱
厨余垃圾	400	100	100
可回收物	30	240	30
其他垃圾	20	20	60

（1）试估计厨余垃圾投放正确的概率；

（2）试估计生活垃圾投放错误的概率；

（3）假设厨余垃圾在“厨余垃圾”箱、“可回收物”箱、“其他垃圾”箱的投放量分别为 a，b，c，其中 a＞0，a+b+c=600．当数据 a，b，c 的方差 s^2 最大时，写出

a，b，c 的值（结论不要求证明），并求此时 s^2 的值．

（求：$S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\ldots+(x_n-\overline{x})^2]$，其中 $\overline{x}$ 为数据 x_1，x_2，…，x_n 的平均数）

【考点】BC：极差、方差与标准差；CE：模拟方法估计概率．

【专题】5I：概率与统计．

【分析】（1）厨余垃圾 600 吨，投放到“厨余垃圾”箱 400 吨，故可求厨余垃圾投放正确的概率；

（2）生活垃圾投放错误有 200+60+20+20=300，故可求生活垃圾投放错误的概率；

（3）计算方差可得 $s^2=\frac{1}{3}[(a-200)^2+(b-200)^2+(c-200)^2]=\frac{1}{3}(a^2+b^2+c^2-120000)$，因此有当 a=600，b=0，c=0 时，有 $s^2=80000$．

【解答】解：（1）由题意可知：厨余垃圾 600 吨，投放到“厨余垃圾”箱 400 吨，故厨余垃圾投放正确的概率为 $\frac{400}{600}=\frac{2}{3}$；

（2）由题意可知：生活垃圾投放错误有 200+60+20+20=300，故生活垃圾投放错误的概率为 $\frac{300}{1000}=\frac{3}{10}$；

（3）由题意可知：∵a+b+c=600，∴a，b，c 的平均数为 200

∴ $s^2=\frac{1}{3}[(a-200)^2+(b-200)^2+(c-200)^2]=\frac{1}{3}(a^2+b^2+c^2-120000)$，

∵ $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac\geqslant a^2+b^2+c^2$，因此有当 a=600，b=0，c=0 时，有 $s^2=80000$．

【点评】本题考查概率知识的运用，考查学生的阅读能力，属于中档题．

18．（13 分）已知函数 $f(x)=ax^2+1$（$a>0$），$g(x)=x^3+bx$．

（1）若曲线 y=f（x）与曲线 y=g（x）在它们的交点（1，c）处有公切线，求 a，b 的值；

（2）当 a=3，b=－9 时，函数 f（x）+g（x）在区间[k，2]上的最大值为 28，求 k 的取值范围．

【考点】6E：利用导数研究函数的最值；6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】53：导数的综合应用．

【分析】（1）根据曲线 y=f（x）与曲线 y=g（x）在它们的交点（1，c）处具有公共切线，可知切点处的函数值相等，切点处的斜率相等，故可求 a、b 的值；

（2）当 a=3，b=﹣9 时，设 h（x）=f（x）+g（x）$=x^3+3x^2-9x+1$，求导函数，确定函数的极值点，进而可得 k≤﹣3 时，函数 h（x）在区间[k，2]上的最大值为 h（﹣3）=28；﹣3＜k＜2 时，函数 h（x）在区间[k，2]上的最大值小于 28，由此可得结论．

【解答】解：（1）f（x）$=ax^2+1$（a＞0），则 f′（x）=2ax，$k_1=2a$，

g（x）$=x^3+bx$，则 g′（x）$=3x^2+b$，$k_2=3+b$，

由（1，c）为公共切点，可得：2a=3+b　①

又 f（1）=a+1，g（1）=1+b，

∴a+1=1+b，

即 a=b，代入①式，可得：a=3，b=3．

（2）当 a=3，b=﹣9 时，设 h（x）=f（x）+g（x）$=x^3+3x^2-9x+1$

则 h′（x）$=3x^2+6x-9$，

令 h'（x）=0，

解得：$x_1=-3$，$x_2=1$；

∴k≤﹣3 时，函数 h（x）在（﹣∞，﹣3）上单调增，在（﹣3，1]上单调减，（1，2）上单调增，所以在区间[k，2]上的最大值为 h（﹣3）=28

﹣3＜k＜2 时，函数 h（x）在区间[k，2]上的最大值小于 28

所以 k 的取值范围是（﹣∞，﹣3]

【点评】本题考查导数知识的运用，考查导数的几何意义，考查函数的单调性与最值，解题的关键是正确求出导函数．

19．（14 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的一个长轴顶点为 A（2，0），

离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，直线 y=k（x﹣1）与椭圆 C 交于不同的两点 M，N，

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）当△AMN 的面积为$\frac{\sqrt{10}}{3}$时，求 k 的值.

【考点】K3：椭圆的标准方程；KH：直线与圆锥曲线的综合.

【专题】5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】（Ⅰ）根据椭圆一个顶点为 A （2，0），离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，可建立方程组，从而可求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）直线 y=k（x﹣1）与椭圆 C 联立$\begin{cases}y=k(x-1)\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1\end{cases}$，消元可得（$1+2k^2$）$x^2-4k^2x+2k^2-4=0$，从而可求|MN|，A（2，0）到直线 y=k（x﹣1）的距离，利用△AMN 的面积为$\frac{\sqrt{10}}{3}$，可求 k 的值.

【解答】解：（Ⅰ）∵椭圆一个顶点为 A （2，0），离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$$\therefore\begin{cases}a=2\\ \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$$

∴$b=\sqrt{2}$

∴椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$；

（Ⅱ）直线 y=k（x﹣1）与椭圆 C 联立$\begin{cases}y=k(x-1)\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1\end{cases}$，消元可得（$1+2k^2$）$x^2-4k^2x+2k^2-4=0$

设 M（x_1，y_1），N（x_2，y_2），则 $x_1+x_2=\frac{4k^2}{1+2k^2}$，$x_1x_2=\frac{2k^2-4}{1+2k^2}$

∴$|MN|=\sqrt{1+k^2}\times\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\frac{2\sqrt{(1+k^2)(4+6k^2)}}{1+2k^2}$

∵A（2，0）到直线 y=k（x－1）的距离为 $d=\frac{|k|}{\sqrt{1+k^2}}$

∴△AMN 的面积 $S=\frac{1}{2}|MN|d=\frac{|k|\sqrt{4+6k^2}}{1+2k^2}$

∵△AMN 的面积为$\frac{\sqrt{10}}{3}$，

∴$\frac{|k|\sqrt{4+6k^2}}{1+2k^2}=\frac{\sqrt{10}}{3}$

∴k=±1．

【点评】本题考查椭圆的标准方程，考查直线与椭圆的位置关系，考查三角形面积的计算，解题的关键是正确求出|MN|．

20．（13 分）设 A 是如下形式的 2 行 3 列的数表，

a	b	c
d	e	f

满足性质 P：a，b，c，d，e，f∈[－1，1]，且 a+b+c+d+e+f=0．

记 r_i（A）为 A 的第 i 行各数之和（i=1，2），C_j（A）为 A 的第 j 列各数之和（j=1，2，3）；记 k（A）为|r_1（A）|，|r_2（A）|，|c_1（A）|，|c_2（A）|，|c_3（A）|中的最小值．

（1）对如下数表 A，求 k（A）的值

1	1	－0.8
0.1	－0.3	－1

（2）设数表 A 形如

1	1	－1－2d
d	d	－1

其中－1≤d≤0．求 k（A）的最大值；

（Ⅲ）对所有满足性质 P 的 2 行 3 列的数表 A，求 k（A）的最大值．

【考点】F5：演绎推理．

【专题】5M：推理和证明．

【分析】（1）根据 r_i（A）为 A 的第 i 行各数之和（i=1，2），C_j（A）为 A 的第 j 列各数之和（j=1，2，3）；记 k（A）为$|r_1(A)|$，$|r_2(A)|$，$|c_1(A)|$，$|c_2(A)|$，$|c_3(A)|$中的最小值可求出所求；

（2）k（A）的定义可求出 k（A）=1+d，然后根据 d 的取值范围可求出所求；

（III）任意改变 A 三维行次序或列次序，或把 A 中的每个数换成它的相反数，所得数表 A^*仍满足性质 P，并且 k（A）=k（A^*）

因此，不防设 r_1（A）≥0，c_1（A）≥0，c_2（A）≥0，然后利用不等式的性质可知 3k（A）≤r_1（A）+c_1（A）+c_2（A），从而求出 k（A）的最大值．

【解答】解：（1）因为 r_1（A）=1.2，r_2（A）=﹣1.2，c_1（A）=1.1，c_2（A）=0.7，c_3（A）=﹣1.8，

所以 k（A）=0.7

（2）r_1（A）=1﹣2d，r_2（A）=﹣1+2d，c_1（A）=c_2（A）=1+d，c_3（A）=﹣2﹣2d

因为﹣1≤d≤0，

所以$|r_1(A)|=|r_2(A)|\geqslant 1+d\geqslant 0$，$|c_3(A)|\geqslant 1+d\geqslant 0$

所以 k（A）=1+d≤1

当 d=0 时，k（A）取得最大值 1

（III）任给满足性质 P 的数表 A（如下所示）

a	b	c
d	e	f

任意改变 A 三维行次序或列次序，或把 A 中的每个数换成它的相反数，所得数表 A^*仍满足性质 P，并且 k（A）=k（A^*）

因此，不防设 r_1（A）≥0，c_1（A）≥0，c_2（A）≥0，

由 k（A）的定义知，k（A）≤r_1（A），k（A）≤c_1（A），k（A）≤c_2（A），

从而 3k（A）≤r_1（A）+c_1（A）+c_2（A）=（a+b+c）+（a+d）+（b+e）=（a+b+c+d+e+f）+（a+b﹣f）=a+b﹣f≤3

所以 k（A）≤1

由（2）可知，存在满足性质 P 的数表 A 使 k（A）=1，故 k（A）的最大值为 1．

【点评】本题主要考查了进行简单的演绎推理，同时分析问题的能力以及不等式性质的应用，同时考查了转化的思想，属于中档题．