2008年辽宁高考理科数学真题

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分．第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至4页，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

第Ⅰ卷（选择题共60分）

参考公式：

如果事件 A，B 互斥，那么

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

如果事件 A，B 相互独立，那么

$$P(A\bullet B)=P(A)\bullet P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P，那么 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k)=C_n^kP^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\cdots,\ n)$$

球的表面积公式

$$S=4\pi R^2$$

其中 R 表示球的半径

球的体积公式

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $M=x=\left\{x\,|\,\frac{x+3}{x-1}<0\right\}$，$N=\{x\,|\,x\leqslant -3\}$，则集合 $\{x\,|\,x\geqslant 1\}=$（　　）

A．$M\cap N$　　B．$M\cup N$　　C．$\eth_M(M\cap N)$　　D．$\eth_M(M\cup N)$

2．$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1+3+5+\cdots+(2n-1)}{n(2n+1)}=$（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．1　　D．2

3．圆 $x^2+y^2=1$ 与直线 $y=kx+2$ 没有公共点的充要条件是（　　）

A．$k\in(-\sqrt{2},\sqrt{2})$　　B．$k\in(-\infty,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$

C．$k\in(-\sqrt{3},\sqrt{3})$　　D．$k\in(-\infty,-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3},+\infty)$

4．复数 $\frac{1}{-2+i}+\frac{1}{1-2i}$ 的虚部是（　　）

A．$\frac{1}{5}i$　　B．$\frac{1}{5}$　　C．$-\frac{1}{5}i$　　D．$-\frac{1}{5}$

5．已知O，A，B是平面上的三个点，直线AB上有一点C，满足 $2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=0$，则 $\overrightarrow{OC}=$（　　）

A. $2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$ B. $-\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}$ C. $\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$ D. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$

6．设P为曲线C：$y=x^2+2x+3$上的点，且曲线C在点P处切线倾斜角的取值范围为

$\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$，则点$P$横坐标的取值范围为（　　）

A. $\left[-1,-\frac{1}{2}\right]$ B. $[-1,0]$ C. $[0,1]$ D. $\left[\frac{1}{2},1\right]$

7．4张卡片上分别写有数字1，2，3，4，从这4张卡片中随机抽取2张，则取出的2张卡片上的数字之和为奇数的概率为（　　）

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

8．将函数$y=2^x+1$的图象按向量$\boldsymbol{a}$平移得到函数$y=2^{x+1}$的图象，则（　　）

A. $\boldsymbol{a}=(-1,-1)$ B. $\boldsymbol{a}=(1,-1)$ C. $\boldsymbol{a}=(1,1)$ D. $\boldsymbol{a}=(-1,1)$

9．一生产过程有4道工序，每道工序需要安排一人照看．现从甲、乙、丙等6名工人中安排4人分别照看一道工序，第一道工序只能从甲、乙两工人中安排1人，第四道工序只能从甲、丙两工人中安排1人，则不同的安排方案共有（　　）

A．24种 B．36种 C．48种 D．72种

10．已知点P是抛物线$y^2=2x$上的一个动点，则点P到点（0，2）的距离与P到该抛物线准线的距离之和的最小值为（　　）

A. $\frac{\sqrt{17}}{2}$ B. 3 C. $\sqrt{5}$ D. $\frac{9}{2}$

11．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E，F分别为棱AA_1，CC_1的中点，则在空间中与三条直线A_1D_1、EF、CD都相交的直线（　　）

A．不存在 B．有且只有两条 C．有且只有三条 D．有无数条

12．设$f(x)$是连续的偶函数，且当$x>0$时$f(x)$是单调函数，则满足$f(x)=f\left(\frac{x+3}{x+4}\right)$的所有$x$之和为（　　）

A. -3 B. 3 C. -8 D. 8

第Ⅱ卷（非选择题共90分）

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分．

13．函数$y=\begin{cases}x+1, & x<0,\\ e^x, & x\geqslant 0\end{cases}$的反函数是__________．

14．在体积为$4\sqrt{3}\pi$的球的表面上有A，B，C三点，AB=1，BC=$\sqrt{2}$，A，C两点的球面距离

为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi$，则球心到平面ABC的距离为________.

15．已知$(1+x+x^2)\left(x+\dfrac{1}{x^3}\right)^n$的展开式中没有常数项，$n\in\mathbf{N}^*$，且2≤$n$≤8，则$n$=______

.

16．已知$f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$，$f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$，且$f(x)$在区间$\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}\right)$有最小

值，无最大值，则$\omega=$_________.

三、解答题：本大题共6小题，共74分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17．（本小题满分12分）

在$\triangle ABC$中，内角A，B，C对边的边长分别是a，b，c，已知$c=2$，$C=\dfrac{\pi}{3}$．

（Ⅰ）若$\triangle ABC$的面积等于$\sqrt{3}$，求a，b；

（Ⅱ）若$\sin C+\sin(B-A)=2\sin 2A$，求$\triangle ABC$的面积．

18．（本小题满分12分）

某批发市场对某种商品的周销售量（单位：吨）进行统计，最近100周的统计结果如下表所示：

周销售量	2	3	4
频数	20	50	30

（Ⅰ）根据上面统计结果，求周销售量分别为2吨，3吨和4吨的频率；

（Ⅱ）已知每吨该商品的销售利润为2千元，ξ表示该种商品两周销售利润的和（单位：千元）．若以上述频率作为概率，且各周的销售量相互独立，求ξ的分布列和数学期望．

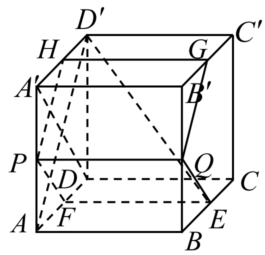
19．（本小题满分12分）

如图，在棱长为1的正方体$ABCD-A'B'C'D'$中，$AP=BQ=b$（$0<b<1$），截面$PQEF$∥$A'D$，截面$PQGH$∥AD'．

（Ⅰ）证明：平面$PQEF$和平面$PQGH$互相垂直；

（Ⅱ）证明：截面$PQEF$和截面$PQGH$面积之和是定值，并求出这个值；

（Ⅲ）若$D'E$与平面$PQEF$所成的角为45°，求$D'E$与平面$PQGH$所成角的正弦值．



20．（本小题满分12分）

在直角坐标系xOy中，点P到两点$(0,-\sqrt{3})$，$(0,\sqrt{3})$的距离之和等于4，设点P的轨迹

为C，直线$y=kx+1$与C交于A，B两点．

（Ⅰ）写出C的方程；

（Ⅱ）若$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，求$k$的值；

（Ⅲ）若点A在第一象限，证明：当k>0时，恒有$|\overrightarrow{OA}|>|\overrightarrow{OB}|$．

21．（本小题满分12分）

在数列$|a_n|$，$|b_n|$中，a_1=2，b_1=4，且a_n，b_n，a_{n+1}成等差数列，b_n，a_{n+1}，b_{n+1}成等比数列（$n\in\mathbf{N}^*$）

（Ⅰ）求a_2，a_3，a_4及b_2，b_3，b_4，由此猜测$|a_n|$，$|b_n|$的通项公式，并证明你的结论；

（Ⅱ）证明：$\dfrac{1}{a_1+b_1}+\dfrac{1}{a_2+b_2}+\dots+\dfrac{1}{a_n+b_n}<\dfrac{5}{12}$．

22．（本小题满分14分）

设函数$f(x)=\dfrac{\ln x}{1+x}-\ln x+\ln(x+1)$．

（Ⅰ）求$f(x)$的单调区间和极值；

（Ⅱ）是否存在实数a，使得关于x的不等式$f(x)\geqslant a$的解集为（0，+∞）？若存在，求a的取值范围；若不存在，试说明理由．