2011年山东省高考数学试卷（理科）

一、选择题（共12小题，每小题3分，满分36分）

1．（3分）（2011•山东）设集合 $M=\{x|x^2+x-6<0\}$，$N=\{x|1\le x\le 3\}$，则$M\cap N=$（　　）

A．$[1,2)$　　B．$[1,2]$　　C．$(2,3]$　　D．$[2,3]$

2．（3分）（2011•山东）复数$z=\frac{2-i}{1+i}$（i是虚数单位）在复平面内对应的点位于象限为（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．（3分）（2011•山东）若点（a，9）在函数$y=3^x$的图象上，则$\tan\frac{a\pi}{6}$的值为（　　）

A．0　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．1　　D．$\sqrt{3}$

4．（3分）（2011•山东）不等式$|x-5|+|x+3|\ge 10$的解集是（　　）

A．$[-5,7]$　　B．$[-4,6]$　　C．$(-\infty,-5]\cup[7,+\infty)$　　D．$(-\infty,-4]\cup[6,+\infty)$

5．（3分）（2011•山东）对于函数$y=f(x)$，$x\in R$，"$y=|f(x)|$的图象关于y轴对称"是"$y=f(x)$是奇函数"的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

6．（3分）（2011•山东）若函数$f(x)=\sin\omega x$（$\omega>0$）在区间$[0,\frac{\pi}{3}]$上单调递增，在区间$[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}]$上单调递减，则$\omega=$（　　）

A．8　　B．2　　C．$\frac{3}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

7．（3分）（2011•山东）某产品的广告费用x与销售额y的统计数据如下表

广告费用x（万元）	4	2	3	5
销售额y（万元）	49	26	39	54

根据上表可得回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$的$\hat{b}$为9.4，据此模型预报广告费用为6万元时销售额为（　　）

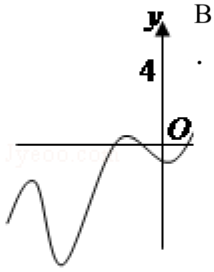
A．63.6万元　　B．65.5万元　　C．67.7万元　　D．72.0万元

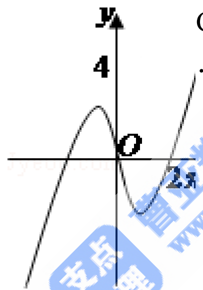
8．（3分）（2011•山东）已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的两条渐近线均和圆C：$x^2+y^2-6x+5=0$相切，且双曲线的右焦点为圆C的圆心，则该双曲线的方程为（　　）

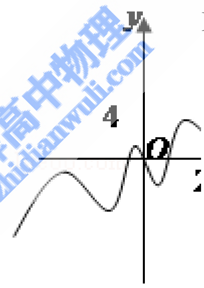
A．$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$　　B．$\frac{x^2}{4^2}-\frac{y^2}{5^2}=1$

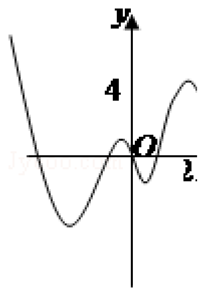
C．$\frac{x^2}{3^2}-\frac{y^2}{6^2}=1$　　D．$\frac{x^2}{6^2}-\frac{y^2}{3^2}=1$

9．（3分）（2011•山东）函数$y=\frac{x}{2}-2\sin x$的图象大致是（　　）

A．


B．


C．


D．


10．（3分）（2011•山东）已知f（x）是R上最小正周期为2的周期函数，且当0≤x＜2时，f（x）$=x^3-x$，则函数y=f（x）的图象在区间[0，6]上与x轴的交点的个数为（　　）

A．6　　B．7　　C．8　　D．9

11．（3分）（2011•山东）如图是长和宽分别相等的两个矩形．给定下列三个命题：

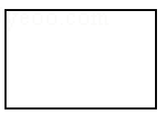
①存在三棱柱，其正（主）视图、俯视图如图；

②存在四棱柱，其正（主）视图、俯视图如图；

③存在圆柱，其正（主）视图、俯视图如图．

其中真命题的个数是（　　）


正（主）视图


俯视图

A．3	B．2	C．1	D．0

12．（3分）（2011•山东）设A_1，A_2，A_3，A_4是平面直角坐标系中两两不同的四点，若$\overrightarrow{A_1A_3}=\lambda\overrightarrow{A_1A_2}$（λ∈R），$\overrightarrow{A_1A_4}=\mu\overrightarrow{A_1A_2}$（μ∈R），且$\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu}=2$，则称$A_3$，$A_4$调和分割$A_1$，$A_2$，已知点C（c，0），D（d，O）（c，d∈R）调和分割点A（0，0），B（1，0），则下面说法正确的是（　　）

A．C可能是线段AB的中点

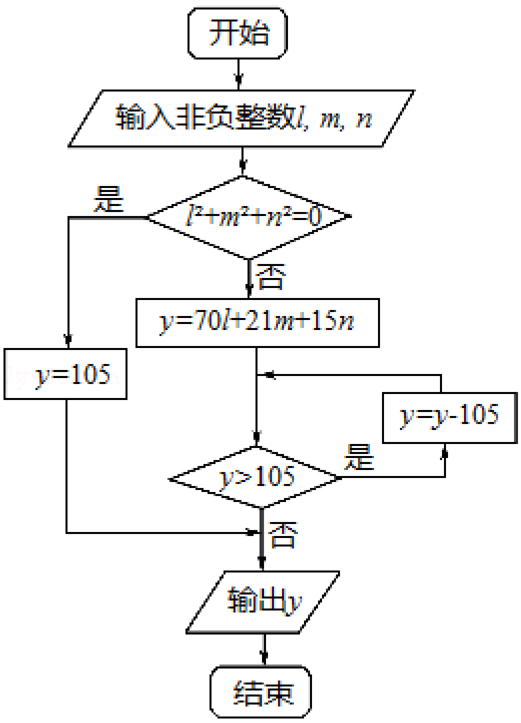
B．D可能是线段AB的中点

C．C，D可能同时在线段AB上

D．C，D不可能同时在线段AB的延长线上

二、填空题（共4小题，每小题3分，满分12分）

13．（3分）（2011•山东）执行如图所示的程序框图，输入l=2，m=3，n=5，则输出的y的值是______．



14．（3分）（2011•山东）若$\left(x-\frac{\sqrt{a}}{x^2}\right)^6$式的常数项为60，则常数a的值为____________

.

15．（3分）（2011•山东）设函数$f(x)=\frac{x}{x+2}$（x＞0），观察：

$f_1(x)=f(x)=\frac{x}{x+2}$,

$f_2(x)=f(f_1(x))=\frac{x}{3x+4}$,

$f_3(x)=f(f_2(x))=\frac{x}{7x+8}$,

$f_4(x)=f(f_3(x))=\frac{x}{15x+16}$,

...

根据以上事实，由归纳推理可得：

当$n\in N^*$且$n\geq 2$时，$f_n(x)=f(f_{n-1}(x))=$____________.

16．（3分）（2011•山东）已知函数$f(x)=\log_a x+x-b$（a＞0，且a≠1）．当2＜a＜3＜b＜4时，函数f（x）的零点$x_0\in(n,n+1)$，$n\in N^*$，则n=____________.

三、解答题（共6小题，满分74分）

17．（12分）（2011•山东）在ABC中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$\frac{\cos A-2\cos C}{\cos B}=\frac{2c-a}{b}$

（Ⅰ）求$\frac{\sin C}{\sin A}$的值；

（Ⅱ）若$\cos B=\frac{1}{4}$，b=2，求△ABC的面积S.

18．（12分）（2011•山东）红队队员甲、乙、丙与蓝队队员A、B、C进行围棋比赛，甲对A，乙对B，丙对C各一盘，已知甲胜A，乙胜B，丙胜C的概率分别为0.6，0.5，0.5，假设各盘比赛结果相互独立.

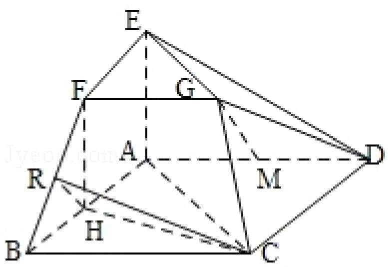
（Ⅰ）求红队至少两名队员获胜的概率；

（Ⅱ）用ξ表示红队队员获胜的总盘数，求ξ的分布列和数学期望Eξ.

19．（12分）（2011•山东）在如图所示的几何体中，四边形ABCD为平行四边形，∠ACB=90°，EA⊥平面ABCD，EF∥AB，FG∥BC，EG∥AC．AB=2EF.

（Ⅰ）若M是线段AD的中点，求证：GM∥平面ABFE；

（Ⅱ）若AC=BC=2AE，求二面角A﹣BF﹣C的大小.



20．（12分）（2011•山东）等比数列$\{a_n\}$中．a_1，a_2，a_3分别是下表第一、二、三行中的某一个数．且a_1，a_2，a_3中的任何两个数不在下表的同一列．

	第一列	第二列	第三列
第一行	3	2	10
第二行	6	4	14
第三行	9	8	18

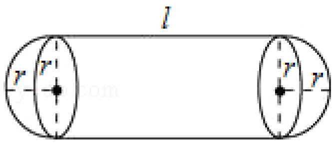
（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）如数列$\{b_n\}$满足$b_n=a_n+(-1)^n\ln a_n$，求数列b_n的前n项和s_n．

21．（12分）（2011•山东）某企业拟建造如图所示的容器（不计厚度，长度单位：米），其中容器的中间为圆柱形，左右两端均为半球形，按照设计要求容器的体积为$\frac{80\pi}{3}$立方米，且$l\geq 2r$．假设该容器的建造费用仅与其表面积有关．已知圆柱形部分每平方米建造费用为3千元，半球形部分每平方米建造费用为c（c＞3）千元．设该容器的建造费用为y千元．

（Ⅰ）写出y关于r的函数表达式，并求该函数的定义域；

（Ⅱ）求该容器的建造费用最小时的r．



22．（14分）（2011•山东）已知直线l与椭圆C：$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$交于P（$x_1$，$y_1$），Q（$x_2$，$y_2$）两不同点，且△OPQ的面积$S_{\triangle OPQ}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，其中O为坐标原点．

（Ⅰ）证明$x_1^2+x_2^2$和$y_1^2+y_2^2$均为定值；

（Ⅱ）设线段PQ的中点为M，求|OM|•|PQ|的最大值；

（Ⅲ）椭圆C上是否存在点D，E，G，使得$S_{\triangle ODE}=S_{\triangle ODG}=S_{\triangle OEG}=\frac{\sqrt{6}}{2}$？若存在，判断△DEG的形状；若不存在，请说明理由．

2011年山东省高考数学试卷（理科）

参考答案与试题解析

一、选择题（共12小题，每小题3分，满分36分）

1．（3分）（2011•山东）设集合 $M=\{x|x^2+x-6<0\}$，$N=\{x|1\le x\le 3\}$，则$M\cap N=$（　　）

A．$[1,2)$　　B．$[1,2]$　　C．$(2,3]$　　D．$[2,3]$

考点：交集及其运算．

专题：集合．

分析：根据已知角一元二次不等式可以求出集合M，将M，N化为区间的形式后，根据集合交集运算的定义，我们即可求出$M\cap N$的结果．

解答：解：$\because M=\{x|x^2+x-6<0\}=\{x|-3<x<2\}=(-3,2)$，

$N=\{x|1\le x\le 3\}=[1,3]$，

$\therefore M\cap N=[1,2)$

故选A

点评：本题考查的知识点是交集及其运算，求出集合M，N并画出区间的形式，是解答本题的关键．

2．（3分）（2011•山东）复数$z=\frac{2-i}{1+i}$（i是虚数单位）在复平面内对应的点位于象限为（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

考点：复数代数形式的乘除运算；复数的基本概念．

专题：数系的扩充和复数．

分析：把所给的复数先进行复数的除法运算，分子和分母同乘以分母的共轭复数，整理后得到最简形式，写出复数在复平面上对应的点的坐标，根据坐标的正负得到所在的象限．

解答：解：$\because z=\frac{2-i}{1+i}=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$，

$\therefore$复数在复平面对应的点的坐标是$\left(\frac{1}{2},\ -\frac{3}{2}\right)$

$\therefore$它对应的点在第四象限，

故选D

点评：判断复数对应的点所在的位置，只要看出实部和虚部与零的关系即可，把所给的式子展开变为复数的代数形式，得到实部和虚部的取值范围，得到结果．

3．（3分）（2011•山东）若点（a，9）在函数$y=3^x$的图象上，则$\tan\frac{a\pi}{6}$的值为（　　）

A．0　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．1　　D．$\sqrt{3}$

考点：指数函数的图像与性质．

专题：函数的性质及应用．

分析：先将点代入到解析式中，解出a的值，再根据特殊三角函数值进行解答．

解答：解：将（a，9）代入到$y=3^x$中，得$3^a=9$，

解得a=2．

$\therefore\tan\frac{a\pi}{6}=\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$.

故选D．

点评：对于基本初等函数的考查，历年来多数以选择填空的形式出现．在解答这些知识点时，多数要结合着图象，利用数形结合的方式研究，一般的问题往往都可以迎刃而解．

4．（3分）（2011•山东）不等式$|x-5|+|x+3|\geq10$的解集是（　　）

A．$[-5，7]$　　B．$[-4，6]$　　C．$(-\infty，-5]\cup[7，+\infty)$　　D．$(-\infty，-4]\cup[6，+\infty)$

考点：绝对值不等式的解法．

专题：集合．

分析：解法一：利用特值法我们可以用排除法解答本题，分别取x=0，x=﹣4根据满足条件的答案可能正确，不满足条件的答案一定错误，易得到答案．

解法二：我们利用零点分段法，我们分类讨论三种情况下不等式的解，最后将三种情况下x的取值范围并起来，即可得到答案．

解答：解：法一：当x=0时，$|x-5|+|x+3|=8\geq10$不成立

可排除A，B

当x=﹣4时，$|x-5|+|x+3|=10\geq10$成立

可排除C

故选D

法二：当$x<-3$时

不等式$|x-5|+|x+3|\geq10$可化为：$-(x-5)-(x+3)\geq10$

解得：$x\leq-4$

当$-3\leq x\leq5$时

不等式$|x-5|+|x+3|\geq10$可化为：$-(x-5)+(x+3)=8\geq10$恒不成立

当$x>5$时

不等式$|x-5|+|x+3|\geq10$可化为：$(x-5)+(x+3)\geq10$

解得：$x\geq6$

故不等式$|x-5|+|x+3|\geq10$解集为：$(-\infty，-4]\cup[6，+\infty)$

故选D

点评：本题考查的知识点是绝对值不等式的解法，其中利用零点分段法进行分类讨论，将绝对值不等式转化为整式不等式是解答本题的关键．

5．（3分）（2011•山东）对于函数y=f（x），x∈R，“y=|f（x）|的图象关于y轴对称”是“y=f（x）是奇函数”的（　　）

A．充分而不必要条件　B．必要而不充分条件

C．充要条件　D．既不充分也不必要条件

考点：奇偶函数图象的对称性；充要条件．

专题：函数的性质及应用；简易逻辑．

分析：通过举反例判断出前面的命题推不出后面的命题；利用奇函数的定义，后面的命题能推出前面的命题；利用充要条件的定义得到结论．

解答：解：例如f（x）=x^2-4满足|f（x）|的图象关于y轴对称，但f（x）不是奇函数，

所以，“y=|f（x）|的图象关于y轴对称”推不出“y=f（x）是奇函数”

当“y=f（x）是奇函数”⇒f（﹣x）=﹣f（x）⇒|f（﹣x）|=|f（x）|⇒y=|f（x）|为偶函数⇒，“y=|f（x）|的图象关于y轴对称”

所以，“y=|f（x）|的图象关于y轴对称”是“y=f（x）是奇函数”的必要而不充分条件

故选B

点评：本题考查奇函数的定义、判断一个命题是另一个命题的条件问题常用判断是否相互推出，利用条件的定义得到结论．

6．（3分）（2011•山东）若函数f（x）=sinωx（ω>0）在区间$[0,\frac{\pi}{3}]$上单调递增，在区间$[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}]$上单调递减，则ω=（　　）

A．8　B．2　C．$\frac{3}{2}$　D．$\frac{2}{3}$

考点：由y=Asin（ωx+ϕ）的部分图象确定其解析式．

专题：三角函数的图像与性质．

分析：由题意可知函数在x=$\frac{\pi}{3}$时确定最大值，就是$\frac{\omega\pi}{3}=2k\pi+\frac{\pi}{2}$，求出ω的值即可．

解答：解：由题意可知函数在x=$\frac{\pi}{3}$时确定最大值，就是$\frac{\omega\pi}{3}=2k\pi+\frac{\pi}{2}$，k∈Z，

所以ω=6k+$\frac{3}{2}$；k=0时，ω=$\frac{3}{2}$

故选C

点评：本题是基础题，考查三角函数的性质，函数解析式的求法，常考题型．

7. （3分）（2011•山东）某产品的广告费用x与销售额y的统计数据如下表

广告费用x（万元）	4	2	3	5
销售额y（万元）	49	26	39	54

根据上表可得回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$的$\hat{b}$为9.4，据此模型预报广告费用为6万元时销售额为（　　）

A．63.6万元　　B．65.5万元　　C．67.7万元　　D．72.0万元

考点：线性回归方程．

专题：概率与统计．

分析：首先求出所给数据的平均数，得到样本中心点，根据线性回归直线过样本中心点，求出方程中的一个系数，得到线性回归方程，把自变量为6代入，预报出结果．

解答：解：∵$\overline{x}=\frac{4+2+3+5}{4}=3.5$，

$\overline{y}=\frac{49+26+39+54}{4}=42$，

∵数据的样本中心点在线性回归直线上，

回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$中的$\hat{b}$为9.4，

∴42=9.4×3.5+a，

∴$\hat{a}$=9.1，

∴线性回归方程是y=9.4x+9.1，

∴广告费用为6万元时销售额为9.4×6+9.1=65.5，

故选：B．

点评：本题考查线性回归方程．考查预报变量的值，考查样本中心点的应用，本题是一个基础题，这个原题在2011年山东卷第八题出现．

8. （3分）（2011•山东）已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的两条渐近线均和圆C：$x^2+y^2-6x+5=0$相切，且双曲线的右焦点为圆C的圆心，则该双曲线的方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$　　B．$\frac{x^2}{4^2}-\frac{y^2}{5^2}=1$

C．$\frac{x^2}{3^2}-\frac{y^2}{6^2}=1$　　D．$\frac{x^2}{6^2}-\frac{y^2}{3^2}=1$

考点：　圆与圆锥曲线的综合．

专题：　圆锥曲线的定义、性质与方程．

分析：　由题意因为圆C：$x^2+y^2-6x+5=0$把它变成圆的标准方程知其圆心为（3，0），利用双曲线的右焦点为圆C的圆心及双曲线的标准方程建立a，b的方程．再利用双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的两条渐近线均和圆C：$x^2+y^2-6x+5=0$相切，建立另一个a，b的方程．

解答：　解：因为圆C：$x^2+y^2-6x+5=0\Leftrightarrow(x-3)^2+y^2=4$，由此知道圆心C（3，0），圆的半径为2，又因为双曲线的右焦点为圆C的圆心而双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0），∴$a^2+b^2=9$①又双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的两条渐近线均和圆C：$x^2+y^2-6x+5=0$相切，而双曲线的渐近线方程为：$y=\pm\frac{b}{a}x\Leftrightarrow bx\pm ay=0$

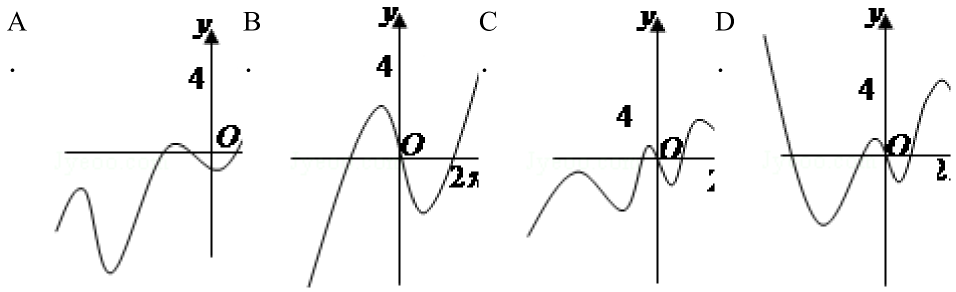
，∴$\frac{|3b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2$　　②　连接①②得$\begin{cases}b=2\\a^2=5\end{cases}$

所以双曲线的方程为：$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$，

故选A．

点评：　此题重点考查了直线与圆相切的等价条件，还考查了双曲线及圆的标准方程及利用方程的思想进行解题．

9．（3分）（2011•山东）函数$y=\frac{x}{2}-2\sin x$的图象大致是（　　）



考点：　函数的图象．

专题：　三角函数的图像与性质．

分析：　根据函数$y=\frac{x}{2}-2\sin x$的解析式，我们根据定义在R上的奇函数图象必要原点可以排除A，再求出其导函数，根据函数的单调区间呈周期性变化，分析四个答案，即可找到满足条件的结论．

解答：　解：当x=0时，y=0﹣2sin0=0

故函数图象过原点，

可排除A

又∵$y'=\frac{1}{2}-2\cos x$

故函数的单调区间呈周期性变化

分析四个答案，只有C满足要求

故选C

点评：本题考查的知识点是函数的图象，在分析非基本函数图象的形状时，特殊点、单调性、奇偶性是我们经常用的方法．

10．（3分）（2011•山东）已知f（x）是R上最小正周期为2的周期函数，且当0≤x＜2时，f（x）=x^3﹣x，则函数y=f（x）的图象在区间[0，6]上与x轴的交点的个数为（　　）

A．6　　B．7　　C．8　　D．9

考点：根的存在性及根的个数判断；函数的周期性．

专题：函数的性质及应用．

分析：当0≤x＜2时，f（x）=x^3﹣x=0解得x=0或x=1，由周期性可求得区间[0，6）上解的个数，再考虑x=6时的函数值即可．

解答：解：当0≤x＜2时，f（x）=x^3﹣x=0解得x=0或x=1，

因为f（x）是R上最小正周期为2的周期函数，

故f（x）=0在区间[0，6）上解的个数为6，

又因为f（6）=f（0）=0，故f（x）=0在区间[0，6]上解的个数为7，

即函数y=f（x）的图象在区间[0，6]上与x轴的交点的个数为7

故选B

点评：本题考查函数的零点个数问题、函数的周期性的应用，考查利用所学知识解决问题的能力．

11．（3分）（2011•山东）如图是长和宽分别相等的两个矩形．给定下列三个命题：

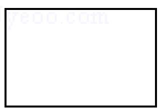
①存在三棱柱，其正（主）视图、俯视图如图；

②存在四棱柱，其正（主）视图、俯视图如图；

③存在圆柱，其正（主）视图、俯视图如图．

其中真命题的个数是（　　）

正（主）视图



俯视图

A．3　　B．2　　C．1　　D．0

考点：简单空间图形的三视图．

专题：　　立体几何．

分析：　　由三棱柱的三视图中，两个矩形，一个三角形可判断①的对错，由四棱柱的三视图中，三个均矩形，可判断②的对错，由圆柱的三视图中，两个矩形，一个圆可以判断③的真假．本题考查的知识点是简单空间图形的三视图，其中熟练掌握各种几何体的几何特征进而判断出各种几何体中三视图对应的平面图形的形状是解答本题的关键．

解答：　　解：存在正三棱柱，其三视图中有两个为矩形，一个为正三角形满足条件，故①为真命题；

存在正四棱柱，其三视图均为矩形，满足条件，故②为真命题；

对于任意的圆柱，其三视图中有两个为矩形，一个是以底面半径为半径的圆，也满足条件，故③为真命题；

故选：A

点评：　　本题考查的知识点是简单空间图形的三视图，其中熟练掌握各种几何体的几何特征进而判断出各种几何体中三视图对应的平面图形的形状是解答本题的关键．

12．（3分）（2011•山东）设A_1，A_2，A_3，A_4是平面直角坐标系中两两不同的四点，若$\overrightarrow{A_1A_3}=\lambda\overrightarrow{A_1A_2}$（λ∈R），$\overrightarrow{A_1A_4}=\mu\overrightarrow{A_1A_2}$（μ∈R），且$\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu}=2$，则称$A_3$，$A_4$调和分割$A_1$，$A_2$，已知点C（c，0），D（d，O）（c，d∈R）调和分割点A（0，0），B（1，0），则下面说法正确的是（　　）

A．C可能是线段AB的中点

B．D可能是线段AB的中点

C．C，D可能同时在线段AB上

D．C，D不可能同时在线段AB的延长线上

考点：　　平面向量坐标表示的应用．

专题：　　平面向量及应用．

分析：　　由题意可得到c和d的关系，$\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=2$，只需结合答案考查方程$\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=2$的解的问题即可．

A和B中方程无解，C中由c和d的范围可推出C和D点重合，由排除法选择答案即可．

解答：　　解：由已知可得（c，0）=λ（1，0），（d，0）=μ（1，0），

所以λ=c，μ=d，代入$\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu}=2$得$\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=2$（1）

若C是线段AB的中点，则$c=\frac{1}{2}$，代入（1）d不存在，故C不可能是线段AB的中点，A错误；同理B错误；

若C，D同时在线段AB上，则0≤c≤1，0≤d≤1，代入（1）得c=d=1，此时C和D

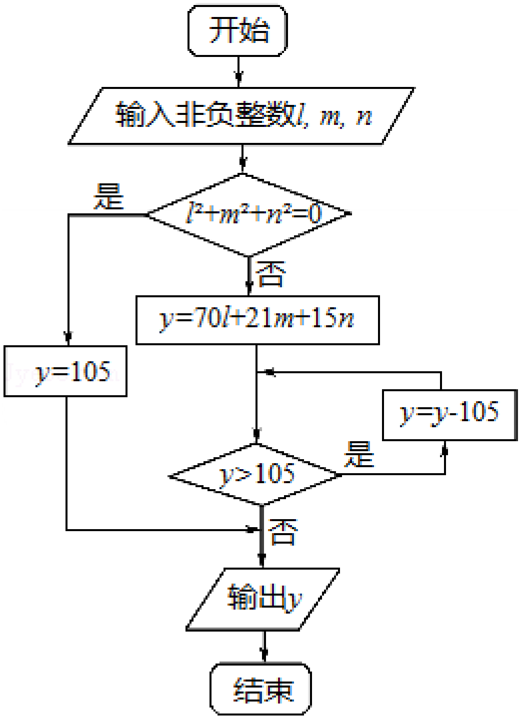
点重合，与条件矛盾，故C错误．

故选D

点评： 本题为新定义问题，考查信息的处理能力．正确理解新定义的含义是解决此题的关键．

二、填空题（共4小题，每小题3分，满分12分）

13．（3分）（2011•山东）执行如图所示的程序框图，输入l=2，m=3，n=5，则输出的y的值是 68 ．



考点： 程序框图．

专题： 算法和程序框图．

分析： 分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：该程序的作用是利用循环计算并输出y值．模拟程序的运行过程，用表格对程序运行过程中各变量的值进行分析，不难得到最终的输出结果．

解答： 解：程序在运行过程中各变量的值如下表示：

	L	m	n	y	是否继续循环
循环前	2	3	5		
第一圈	2	3	5	278	是
第二圈	2	3	5	173	是
第三圈	2	3	5	68	否

此时y值为68．

故答案为：68．

点评： 本题主要考查了程序框图，根据流程图（或伪代码）写程序的运行结果，是算法这一模块最重要的题型，属于基础题．

14．（3分）（2011•山东）若$(x-\frac{\sqrt{a}}{x^2})^6$式的常数项为60，则常数a的值为__4__．

考点：二项式系数的性质．

专题：二项式定理．

分析：利用二项展开式的通项公式求出通项，令x的指数等于0，求出常数项，列出方程求出a．

解答：解：展开式的通项为$T_{r+1}=(-\sqrt{a})^r C_6^r x^{6-3r}$

令6﹣3r=0得r=2

所以展开式的常数项为$aC_6^2=60$

解得a=4

故答案为：4

点评：本题考查利用二项展开式的通项公式解决二项展开式的特定项问题．

15．（3分）（2011•山东）设函数$f(x)=\frac{x}{x+2}$（x＞0），观察：

$f_1(x)=f(x)=\frac{x}{x+2}$，

$f_2(x)=f(f_1(x))=\frac{x}{3x+4}$，

$f_3(x)=f(f_2(x))=\frac{x}{7x+8}$，

$f_4(x)=f(f_3(x))=\frac{x}{15x+16}$，

…

根据以上事实，由归纳推理可得：

当n∈N*且n≥2时，$f_n(x)=f(f_{n-1}(x))=$__$\frac{x}{(2^n-1)x+2^n}$__．

考点：归纳推理．

专题：函数的性质及应用．

分析：观察所给的前四项的结构特点，先观察分子，只有一项组成，并且没有变化，在观察分母，有两部分组成，是一个一次函数，根据一次函数的一次项系数与常数项的变化特点，得到结果．

解答：解：∵函数$f(x)=\frac{x}{x+2}$（x＞0），观察：

$f_1(x)=f(x)=\frac{x}{x+2}$，

$f_2(x)=f(f_1(x))=\frac{x}{3x+4}$，

$f_3(x)=f(f_2(x))=\frac{x}{7x+8}$,

$f_4(x)=f(f_3(x))=\frac{x}{15x+16}$,

...

所给的函数式的分子不变都是x，

而分母是由两部分的和组成，

第一部分的系数分别是1，3，7，15...2^n-1，

第二部分的数分别是2，4，8，16...2^n

$\therefore f_n(x)=f(f_{n-1}(x))=\frac{x}{(2^n-1)x+2^n}$

故答案为：$\frac{x}{(2^n-1)x+2^n}$

点评：本题考查归纳推理，实际上本题考查的重点是给出一个数列的前几项写出数列的通项公式，本题是一个综合题目，知识点结合的比较巧妙．

16．（3分）（2011•山东）已知函数$f(x)=\log_a x+x-b$（$a>0$，且$a\neq 1$）．当$2<a<3<b<4$时，函数f（x）的零点$x_0\in(n,n+1)$，$n\in N^*$，则n=__2__．

考点：函数零点的判定定理．

专题：函数的性质及应用．

分析：把要求零点的函数，变成两个基本初等函数，根据所给的a，b的值，可以判断两个函数的交点的所在的位置，同所给的区间进行比较，得到n的值．

解答：解：设函数$y=\log_a x$，$m=-x+b$

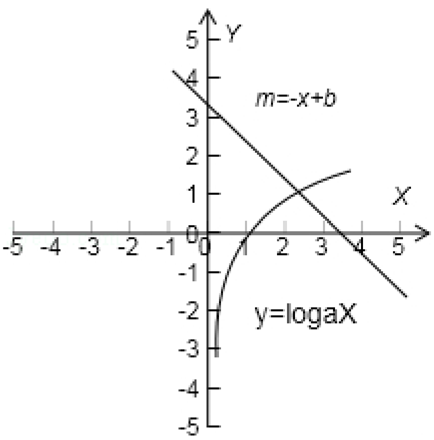
根据$2<a<3<b<4$，

对于函数$y=\log_a x$ 在x=2时，一定得到一个值小于1，

在同一坐标系中划出两个函数的图象，判断两个函数的图形的交点在（2，3）之间，

∴函数f（x）的零点$x_0\in(n,n+1)$时，n=2，

故答案为：2



点评：本题考查函数零点的判定定理，是一个基本初等函数的图象的应用，这种问

题一般应用数形结合思想来解决．

三、解答题（共6小题，满分74分）

17．（12分）（2011•山东）在ABC中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知 $\frac{\cos A-2\cos C}{\cos B}=\frac{2c-a}{b}$

（Ⅰ）求$\frac{\sin C}{\sin A}$的值；

（Ⅱ）若$\cos B=\frac{1}{4}$，b=2，求△ABC的面积S．

考点： 解三角形；三角函数中的恒等变换应用．

专题： 解三角形．

分析： （Ⅰ）利用正弦定理把题设等式中的边转化成角的正弦，整理后可求得sinC和sinA的关系式，则$\frac{\sin C}{\sin A}$的值可得．

（Ⅱ）先通过余弦定理可求得a和c的关系式，同时利用（Ⅰ）中的结论和正弦定理求得a和c的另一关系式，最后联立求得a和c，利用三角形面积公式即可求得答案．

解答： 解：（Ⅰ）由正弦定理设$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=k$

则$\frac{2c-a}{b}=\frac{2k\sin C-k\sin A}{k\sin B}=\frac{2\sin C-\sin A}{\sin B}=\frac{\cos A-2\cos C}{\cos B}$

整理求得sin（A+B）=2sin（B+C）

又A+B+C=π

∴sinC=2sinA，即$\frac{\sin C}{\sin A}=2$

（Ⅱ）由余弦定理可知$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{1}{4}$①

由（Ⅰ）可知$\frac{\sin C}{\sin A}=\frac{c}{a}=2$②

再由b=2，①②联立求得c=2，a=1

$\sin B=\sqrt{1-\frac{1}{16}}=\frac{\sqrt{15}}{4}$

∴$S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{\sqrt{15}}{4}$

点评： 本题主要考查了解三角形和三角函数中恒等变换的应用．考查了学生基本分析问题的能力和基本的运算能力．

18．（12分）（2011•山东）红队队员甲、乙、丙与蓝队队员A、B、C进行围棋比赛，甲对A，乙对B，丙对C各一盘，已知甲胜A，乙胜B，丙胜C的概率分别为0.6，0.5，0.5，假设各盘比赛结果相互独立．

（Ⅰ）求红队至少两名队员获胜的概率；

（Ⅱ）用ξ表示红队队员获胜的总盘数，求ξ的分布列和数学期望Eξ.

考点：　n次独立重复试验中恰好发生k次的概率；离散型随机变量及其分布列；离散型随机变量的期望与方差.

专题：　概率与统计.

分析：　（I）由题意知红队至少有两名队员获胜包括四种情况，一是只有甲输，二是只有乙输，三是只有丙输，四是三个人都赢，这四种情况是互斥的，根据相互独立事件同时发生的概率和互斥事件的概率得到结果.

（II）由题意知ξ的可能取值是0，1，2，3，结合变量对应的事件写出变量对应的概率，变量等于2使得概率可以用1减去其他的概率得到，写出分布列，算出期望.

解答：　解：（I）设甲胜A的事件为D，乙胜B的事件为E，丙胜C的事件为F，

∵甲胜A，乙胜B，丙胜C的概率分别为0.6，0.5，0.5

可以得到D，E，F的对立事件的概率分别为0.4，0，5，0.5

红队至少两名队员获胜包括四种情况：$DE\overline{F}$，$D\overline{E}F$，$\overline{D}EF$，DEF，

这四种情况是互斥的，

∴P=0.6×0.5×0.5+0.6×0.5×0.5+0.4×0.5×0.5+0.6×0.5×0.5=0.55

（II）由题意知ξ的可能取值是0，1，2，3

P（ξ=0）=0.4×0.5×0.5=0.1．，

P（ξ=1）=0.4×0.5×0.5+0.4×0.5×0.5+0.6×0.5×0.5=0.35

P（ξ=3）=0.6×0.5×0.5=0.15

P（ξ=2）=1﹣0.1﹣0.35﹣0.15=0.4

∴ξ的分布列是

ξ	0	1	2	3
P	0.1	0.35	0.4	0.15

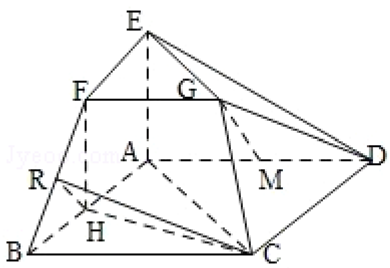
∴Eξ=0×0.1+1×0.35+2×0.4+3×0.15=1.6

点评：　本题考查互斥事件的概率，考查相互独立事件的概率，考查离散型随机变量的分布列和期望，解题时注意对立事件概率的使用，一般遇到从正面解决比较麻烦的，就选择利用对立事件来解决.

19．（12分）（2011•山东）在如图所示的几何体中，四边形ABCD为平行四边形，∠ACB=90°，EA⊥平面ABCD，EF∥AB，FG∥BC，EG∥AC．AB=2EF．

（Ⅰ）若M是线段AD的中点，求证：GM∥平面ABFE；

（Ⅱ）若AC=BC=2AE，求二面角A﹣BF﹣C的大小．



考点：　直线与平面平行的判定；二面角的平面角及求法.

专题：　空间位置关系与距离；空间角；立体几何.

分析：（Ⅰ）根据所给的一系列平行，得到三角形相似，根据平行四边形的判定和性质，得到线与线平行，根据线与面平行的判定定理，得到线面平行．

（Ⅱ）根据二面角的求解的过程，先做出，再证明，最后求出来，这样三个环节，先证∠HRC为二面角的平面角，再设出线段的长度，在直角三角形中求出角的正切值，得到二面角的大小．

解答：证明：（Ⅰ）∵EF∥AB，FG∥BC，EG∥AC，∠ACB=90°，

∴∠EGF=90°，△ABC～△EFG，

由于AB=2EF，

∴BC=2FG，

连接AF，

∵FG∥BC，FG=$\frac{1}{2}$BC，

在▱ABCD中，M是线段AD的中点，

∴AM∥BC，且AM=$\frac{1}{2}$BC，

∴FG∥AM且FG=AM，

∴四边形AFGM为平行四边形，

∴GM∥FA，

∵FA⊂平面ABFE，GM⊄平面ABFE，

∴GM∥平面ABFE．

（Ⅱ）由题意知，平面ABFE⊥平面ABCD，

取AB的中点H，连接CH，

∵AC=BC，

∴CH⊥AB

则CH⊥平面ABFE，

过H向BF引垂线交BF于R，连接CR，

由线面垂直的性质可得CR⊥BF，

∴∠HRC为二面角的平面角，

由题意，不妨设AC=BC=2AE=2，

在直角梯形ABFE中，连接FH，

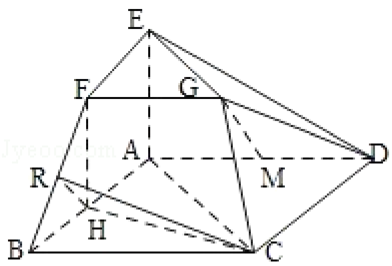
则FH⊥AB，

又AB=$2\sqrt{2}$，

∴HF=AE=1，HR=$\frac{S_{\triangle BHF}}{\frac{1}{2}\times BE}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，由于CH=$\frac{1}{2}$AB=$\sqrt{2}$，

∴在直角三角形CHR中，tan∠HRC=$\frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{6}}{3}}=\sqrt{3}$，

因此二面角A－BF－C的大小为60°



点评：　本题考查线面平行的判定定理，考查二面角的求法，考查求解二面角时的三个环节，本题是一个综合题目，题目的运算量不大．

20．（12分）（2011•山东）等比数列$\{a_n\}$中．a_1，a_2，a_3分别是下表第一、二、三行中的某一个数．且a_1，a_2，a_3中的任何两个数不在下表的同一列．

	第一列	第二列	第三列
第一行	3	2	10
第二行	6	4	14
第三行	9	8	18

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）如数列$\{b_n\}$满足$b_n=a_n+(-1)^n\ln a_n$，求数列b_n的前n项和s_n．

考点：　等比数列的通项公式；数列的求和．

专题：　等差数列与等比数列．

分析：　（Ⅰ）由表格可看出a_1，a_2，a_3分别是2，6，18，由此可求出$\{a_n\}$的首项和公比，继而可求通项公式

（Ⅱ）先写出b_n发现b_n由一个等比数列、一个等差数列乘$(-1)^n$的和构成，故可分组求和．

解答：　解：（Ⅰ）当$a_1=3$时，不合题意

当$a_1=2$时，当且仅当$a_2=6$，$a_3=18$时符合题意

当$a_1=10$时，不合题意

因此$a_1=2$，$a_2=6$，$a_3=18$，所以$q=3$，

所以$a_n=2\cdot 3^{n-1}$．

（Ⅱ）$b_n=a_n+(-1)^n\ln a_n$

$=2\cdot 3^{n-1}+(-1)^n[(n-1)\ln 3+\ln 2]$

$=2\cdot 3^{n-1}+(-1)^n(\ln 2-\ln 3)+(-1)^n n\ln 3$

所以$s_n=2(1+3+\ldots+3^{n-1})+[-1+1-1+1+\ldots+(-1)^n](\ln 2-\ln 3)+[-1+2-3+4-\ldots+(-1)^n n]\ln 3$

所以当n为偶数时，$s_n=2\times\dfrac{1-3^n}{1-3}+\dfrac{n}{2}\ln 3=3^n+\dfrac{n}{2}\ln 3-1$

当n为奇数时，$s_n=2\times\dfrac{1-3^n}{1-3}-(\ln 2-\ln 3)+(\dfrac{n-1}{2}-n)\ln 3=$

$3^n-\dfrac{n-1}{2}\ln 3-\ln 2-1$

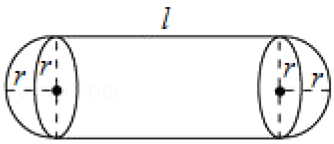
综上所述$s_n=\begin{cases}3^n+\frac{n}{2}\ln3-1 & n为偶数\\ 3^n-\frac{n-1}{2}\ln3-\ln2-1 & n为奇数\end{cases}$

点评： 本题考查了等比数列的通项公式，以及数列求和的方法，只要简单数字运算时不出错，问题可解，是个中档题．

21．（12分）（2011•山东）某企业拟建造如图所示的容器（不计厚度，长度单位：米），其中容器的中间为圆柱形，左右两端均为半球形，按照设计要求容器的体积为$\frac{80\pi}{3}$立方米，且$l\geq2r$．假设该容器的建造费用仅与其表面积有关．已知圆柱形部分每平方米建造费用为3千元，半球形部分每平方米建造费用为c（$c>3$）千元．设该容器的建造费用为y千元．

（Ⅰ）写出y关于r的函数表达式，并求该函数的定义域；

（Ⅱ）求该容器的建造费用最小时的r．



考点： 利用导数求闭区间上函数的最值；函数解析式的求解及常用方法．

专题： 函数的性质及应用；导数的概念及应用．

分析： （1）由圆柱和球的体积的表达式，得到l和r的关系．再由圆柱和球的表面积公式建立关系式，将表达式中的l用r表示．并注意到写定义域时，利用$l\geq2r$，求出自变量r的范围．

（2）用导数的知识解决，注意到定义域的限制，在区间（0，2]中，极值未必存在，将极值点在区间内和在区间外进行分类讨论．

解答：

解：（1）由体积$V=\frac{4}{3}\pi r^3+\pi r^2 l=\frac{80\pi}{3}$，解得$l=\frac{80-4r^3}{3r^2}$，

$\therefore y=2\pi rl\times3+4\pi r^2\times c$

$=6\pi r\times\frac{80-4r^3}{3r^2}+4c\pi r^2$

$=2\pi\bullet\frac{80+(2c-4)r^3}{r}$，

又$l\geq2r$，即$\frac{80-4r^3}{3r^2}\geq2r$，解得$0<r\leq2$

$\therefore$其定义域为（0，2]．

（2）由（1）得，$y'=8\pi(c-2)r-\frac{160\pi}{r^2}$，

$=\frac{8\pi(c-2)}{r^2}(r^3-\frac{20}{c-2})$，$0<r\le 2$

由于$c>3$，所以$c-2>0$

当$r^3-\frac{20}{c-2}=0$时，则$r=\sqrt[3]{\frac{20}{c-2}}$

令$\sqrt[3]{\frac{20}{c-2}}=m$，（$m>0$）

所以$y'=\frac{8\pi(c-2)}{r^2}(r-m)(r^2+rm+m^2)$

①当$0<m<2$即$c>\frac{9}{2}$时，

当$r=m$时，$y'=0$

当$r\in(0,m)$时，$y'<0$

当$r\in(m,2)$时，$y'>0$

所以$r=m$是函数y的极小值点，也是最小值点.

②当$m\ge 2$即$3<c\le\frac{9}{2}$时，

当$r\in(0,2)$时，$y'<0$，函数单调递减.

所以$r=2$是函数y的最小值点.

综上所述，当$3<c\le\frac{9}{2}$时，建造费用最小时$r=2$；

当$c>\frac{9}{2}$时，建造费用最小时$r=\sqrt[3]{\frac{20}{c-2}}$

点评：利用导数的知识研究函数单调性，函数最值问题是高考经常考查的知识点，同时分类讨论的思想也蕴含在其中.

22．（14分）（2011•山东）已知直线l与椭圆C：$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$交于P（$x_1$，$y_1$），Q（$x_2$，$y_2$）两不同点，且△OPQ的面积$S_{\triangle OPQ}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，其中O为坐标原点.

（Ⅰ）证明$x_1^2+x_2^2$和$y_1^2+y_2^2$均为定值；

（Ⅱ）设线段PQ的中点为M，求|OM|•|PQ|的最大值；

（Ⅲ）椭圆C上是否存在点D，E，G，使得$S_{\triangle ODE}=S_{\triangle ODG}=S_{\triangle OEG}=\frac{\sqrt{6}}{2}$？若存在，判断△DEG的形状；若不存在，请说明理由.

考点：直线与圆锥曲线的综合问题.

专题：圆锥曲线的定义、性质与方程；圆锥曲线中的最值与范围问题.

分析：（Ⅰ）根据已知设出直线l的方程，利用弦长公式求出|PQ|的长，利用点到直线的距离公式求点O到直线l的距离，根据三角形面积公式，即可求得$x_1^2+x_2^2$和$y_1^2+y_2^2$均为定值；

（Ⅱ）由（Ⅰ）可求线段PQ的中点为M，代入|OM|•|PQ|并利用基本不等式求最值；（Ⅲ）假设存在D（u，v），E（x_1，y_1），G（x_2，y_2），使得$S_{\triangle ODE}=S_{\triangle ODG}=S_{\triangle OEG}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

由（Ⅰ）得$u^2+x_1^2=3$，$u^2+x_2^2=3$，$x_1^2+x_2^2=3$；$v^2+y_1^2=2$，$v^2+y_2^2=2$，$y_1^2+y_2^2=2$，从而求得点D，E，G，的坐标，可以求出直线DE、DG、EG的方程，从而得到结论．

解答：

解：（Ⅰ）1°当直线l的斜率不存在时，P，Q两点关于x轴对称，

所以$x_1=x_2$，$y_1=-y_2$，

∵P（x_1，y_1）在椭圆上，

$\therefore\frac{x_1^2}{3}+\frac{y_1^2}{2}=1$　①

又∵$S_{\triangle OPQ}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

$\therefore|x_1||y_1|=\frac{\sqrt{6}}{2}$　②

由①②得$|x_1|=\frac{\sqrt{6}}{2}$，$|y_1|=1$．此时$x_1^2+x_2^2=3$，$y_1^2+y_2^2=2$；

2°当直线l的斜率存在时，是直线l的方程为y=kx+m（m≠0），将其代入

$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$得

$(3k^2+2)x^2+6kmx+3(m^2-2)=0$，$\triangle=36k^2m^2-12(3k^2+2)(m^2-2)>0$

即$3k^2+2>m^2$，

又$x_1+x_2=-\frac{6km}{3k^2+2}$，$x_1\bullet x_2=\frac{3(m^2-2)}{3k^2+2}$，

$\therefore|PQ|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{1+k^2}\frac{2\sqrt{6}\sqrt{3k^2+2-m^2}}{3k^2+2}$，

∵点O到直线l的距离为$d=\frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}$，

$\therefore S_{\triangle OPQ}=\frac{1}{2}\sqrt{1+k^2}\frac{2\sqrt{6}\sqrt{3k^2+2-m^2}}{3k^2+2}\bullet\frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{\sqrt{6}\sqrt{3k^2+2-m^2}|m|}{3k^2+2}$，

又$S_{\triangle OPQ}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

整理得$3k^2+2=2m^2$，此时$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(-\frac{6km}{3k^2+2})^2-2$

$\frac{3(m^2-2)}{3k^2+2}=3$，

$y_1^2+y_2^2=\frac{2}{3}(3-x_1^2)+\frac{2}{3}(3-x_2^2)=4-\frac{2}{3}(x_1^2+x_2^2)=2$；

综上所述$x_1^2+x_2^2=3$，$y_1^2+y_2^2=2$．结论成立．

（Ⅱ）1°当直线l的斜率不存在时，由（Ⅰ）知

$|OM|=|x_1|=\frac{\sqrt{6}}{2}$，$|PQ|=2|y_1|=2$，

因此$|OM|\bullet|PQ|=\sqrt{6}$．

2°当直线l的斜率存在时，由（Ⅰ）知

$\frac{x_1+x_2}{2}=-\frac{3k}{2m}$，$\frac{y_1+y_2}{2}=k\frac{x_1+x_2}{2}+m=\frac{-3k^2+2m^2}{2m}=\frac{1}{m}$

$|OM|^2=\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2+\left(\frac{y_1+y_2}{2}\right)^2=\frac{9k^2}{4m^2}+\frac{1}{m^2}=\frac{6m^2-2}{4m^2}=\frac{1}{2}\left(3-\frac{1}{m^2}\right)$，

$|PQ|^2=(1+k^2)\frac{24(3k^2+2-m^2)}{(2+3k^2)^2}=\frac{2(2m^2-1)}{m^2}=2\left(2+\frac{1}{m^2}\right)$，

所以$|OM|^2|PQ|^2=\frac{1}{2}\left(3-\frac{1}{m^2}\right)\times2\times\left(2+\frac{1}{m^2}\right)=\left(3-\frac{1}{m^2}\right)\left(2+\frac{1}{m^2}\right)$

$\leqslant\left(\frac{3-\frac{1}{m^2}+2+\frac{1}{m^2}}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$．

$|OM|\bullet|PQ|\leqslant\frac{5}{2}$．当且仅当$3-\frac{1}{m^2}=2+\frac{1}{m^2}$，

即$m=\pm\sqrt{2}$时，等号成立．

综合1°2°得$|OM|\bullet|PQ|$的最大值为$\frac{5}{2}$；

（Ⅲ）椭圆C上不存在三点D，E，G，使得$S_{\triangle ODE}=S_{\triangle ODG}=S_{\triangle OEG}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

证明：假设存在D（u，v），E（x_1，y_1），G（x_2，y_2），使得$S_{\triangle ODE}=S_{\triangle ODG}=S_{\triangle OEG}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

由（Ⅰ）得

$u^2+x_1^2=3$，$u^2+x_2^2=3$，$x_1^2+x_2^2=3$；$v^2+y_1^2=2$，$v^2+y_2^2=2$，$y_1^2+y_2^2=2$

解得$u^2=x_1^2=x_2^2=\frac{3}{2}$；$v^2=y_1^2=y_2^2=1$．

因此u，x_1，x_2只能从$\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$中选取，

v，y_1，y_2只能从±1中选取，

因此点D，E，G，只能在（$\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$，±1）这四点中选取三个不同点，

而这三点的两两连线中必有一条过原点，与$S_{\triangle ODE}=S_{\triangle ODG}=S_{\triangle OEG}=\frac{\sqrt{6}}{2}$矛盾.

所以椭圆C上不存在满足条件的三点D，E，G.

点评：此题是个难题．本题考查了直线与椭圆的位置关系，弦长公式和点到直线的距离公式，是一道综合性的试题，考查了学生综合运用知识解决问题的能力．其中问题（III）是一个开放性问题，考查了同学们观察、推理以及创造性地分析问题、解决问题的能力．