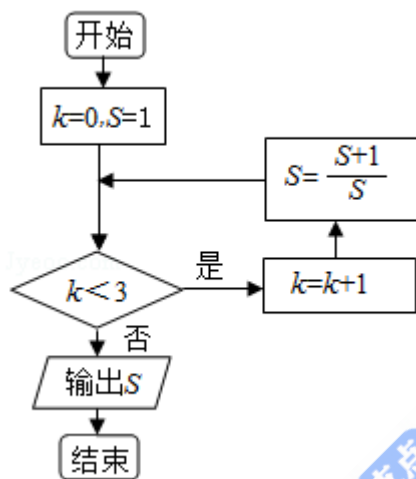


2017年北京市高考数学试卷（理科）

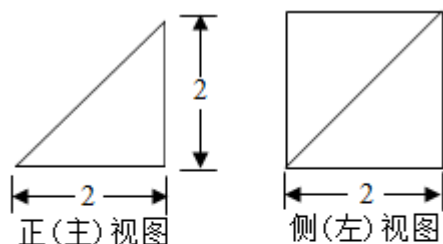
一、选择题. (每小题5分)

1. (5分) 若集合 $A = \{x \mid -2 < x < 1\}$, $B = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{x \mid -2 < x < -1\}$ B. $\{x \mid -2 < x < 3\}$
 C. $\{x \mid -1 < x < 1\}$ D. $\{x \mid 1 < x < 3\}$
2. (5分) 若复数 $(1 - i)(a + i)$ 在复平面内对应的点在第二象限, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, -1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-1, +\infty)$
3. (5分) 执行如图所示的程序框图, 输出的 S 值为 ()



- A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{8}{5}$
4. (5分) 若 x, y 满足 $\begin{cases} x \leq 3 \\ x+y \geq 2 \\ y \leq x \end{cases}$, 则 $x+2y$ 的最大值为 ()
 A. 1 B. 3 C. 5 D. 9
5. (5分) 已知函数 $f(x) = 3^x - (\frac{1}{3})^x$, 则 $f(x)$ ()
 A. 是奇函数, 且在 \mathbb{R} 上是增函数 B. 是偶函数, 且在 \mathbb{R} 上是增函数
 C. 是奇函数, 且在 \mathbb{R} 上是减函数 D. 是偶函数, 且在 \mathbb{R} 上是减函数
6. (5分) 设 \vec{m}, \vec{n} 为非零向量, 则“存在负数 λ , 使得 $\vec{m} = \lambda \vec{n}$ ”是“ $\vec{m} \cdot \vec{n} < 0$ ”的 ()
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. (5分) 某四棱锥的三视图如图所示, 则该四棱锥的最长棱的长度为 ()



俯视图

- A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 2

8. (5分) 根据有关资料, 围棋状态空间复杂度的上限M约为 3^{361} , 而可观测宇宙中普通物质的原子总数N约为 10^{80} , 则下列各数中与 $\frac{M}{N}$ 最接近的是 ()
(参考数据: $\lg 3 \approx 0.48$)

- A. 10^{33} B. 10^{53} C. 10^{73} D. 10^{93}

二、填空题 (每小题5分)

9. (5分) 若双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{m} = 1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$, 则实数 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. (5分) 若等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_1 = b_1 = -1$, $a_4 = b_4 = 8$, 则 $\frac{a_2}{b_2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. (5分) 在极坐标系中, 点A在圆 $\rho^2 - 2\rho\cos\theta - 4\rho\sin\theta + 4 = 0$ 上, 点P的坐标为(1, 0), 则 $|AP|$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

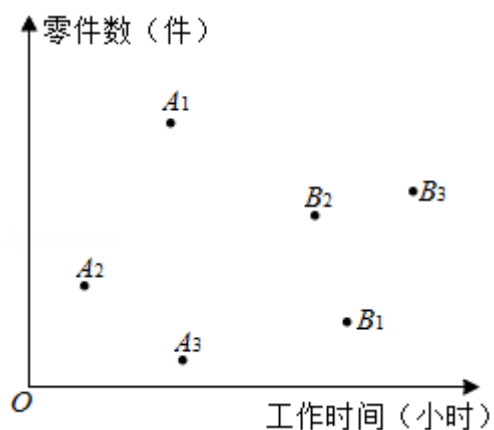
12. (5分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 α 与角 β 均以 Ox 为始边, 它们的终边关于 y 轴对称, 若 $\sin\alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\cos(\alpha - \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. (5分) 能够说明“设 a, b, c 是任意实数. 若 $a > b > c$, 则 $a + b > c$ ”是假命题的一组整数 a, b, c 的值依次为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. (5分) 三名工人加工同一种零件，他们在一天中的工作情况如图所示，其中 A_i 的横、纵坐标分别为第 i 名工人上午的工作时间和加工的零件数，点 B_i 的横、纵坐标分别为第 i 名工人下午的工作时间和加工的零件数， $i=1, 2, 3$.

(1) 记 Q_i 为第 i 名工人在这一天中加工的零件总数，则 Q_1, Q_2, Q_3 中最大的是__

(2) 记 p_i 为第 i 名工人在这一天中平均每小时加工的零件数，则 p_1, p_2, p_3 中最大的是_____.



三、解答题

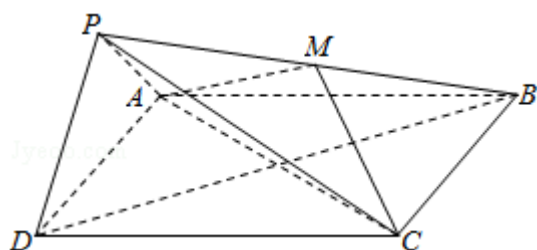
15. (13分) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=60^\circ$ ， $c=\frac{3}{7}a$.

(1) 求 $\sin C$ 的值；

(2) 若 $a=7$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积.

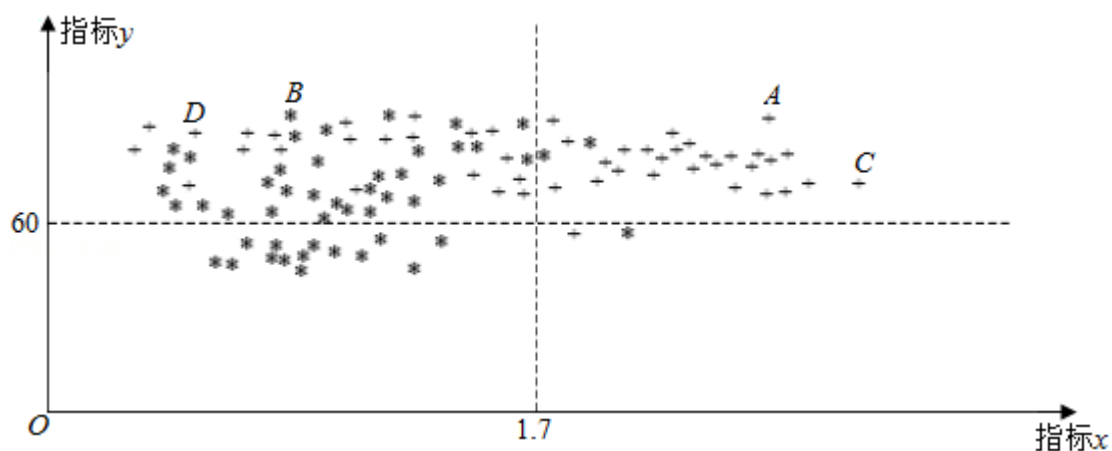
16. (14分) 如图, 在四棱锥P - ABCD中, 底面ABCD为正方形, 平面PAD ⊥ 平面ABCD, 点M在线段PB上, PD // 平面MAC, PA=PD=√6, AB=4.

- (1) 求证: M为PB的中点;
- (2) 求二面角B - PD - A的大小;
- (3) 求直线MC与平面BDP所成角的正弦值.



17. (13分) 为了研究一种新药的疗效, 选100名患者随机分成两组, 每组各50名, 一组服药, 另一组不服药. 一段时间后, 记录了两组患者的生理指标x和y的数据, 并制成如图, 其中“*”表示服药者, “+”表示未服药者.

- (1) 从服药的50名患者中随机选出一人, 求此人指标y的值小于60的概率;
- (2) 从图中A, B, C, D四人中随机选出两人, 记ξ为选出的两人中指标x的值大于1.7的人数, 求ξ的分布列和数学期望E(ξ);
- (3) 试判断这100名患者中服药者指标y数据的方差与未服药者指标y数据的方差的大小. (只需写出结论)



18. (14分) 已知抛物线C: $y^2=2px$ 过点P (1, 1). 过点 $(0, \frac{1}{2})$ 作直线l与抛物线C交于不同的两点M, N, 过点M作x轴的垂线分别与直线OP、ON交于点A, B, 其中O为原点.
- (1) 求抛物线C的方程, 并求其焦点坐标和准线方程;
- (2) 求证: A为线段BM的中点.

19. (13分) 已知函数 $f(x) = e^x \cos x - x$.
- (1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
- (2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.

20. (13分) 设 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 是两个等差数列, 记 $c_n = \max\{b_1 - a_1n, b_2 - a_2n, \dots, b_n - a_nn\}$ ($n=1, 2, 3, \dots$), 其中 $\max\{x_1, x_2, \dots, x_s\}$ 表示 x_1, x_2, \dots, x_s 这 s 个数中最大的数.

(1) 若 $a_n=n, b_n=2n-1$, 求 c_1, c_2, c_3 的值, 并证明 $\{c_n\}$ 是等差数列;

(2) 证明: 或者对任意正数 M , 存在正整数 m , 当 $n \geq m$ 时, $\frac{c_n}{n} > M$; 或者存在正整数 m , 使得 $c_m, c_{m+1}, c_{m+2}, \dots$ 是等差数列.