

## 2012年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给同的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (5分) 已知集合 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B=\{(x, y) \mid x \in A, y \in A, x - y \in A\}$ , 则B中所含元素的个数为 ( )

- A. 3                      B. 6                      C. 8                      D. 10

2. (5分) 将2名教师, 4名学生分成2个小组, 分别安排到甲、乙两地参加社会实践活动, 每个小组由1名教师和2名学生组成, 不同的安排方案共有 ( )

- A. 12种                      B. 10种                      C. 9种                      D. 8种

3. (5分) 下面是关于复数 $z=\frac{2}{-1+i}$ 的四个命题: 其中的真命题为 ( ),

$p_1: |z|=2,$

$p_2: z^2=2i,$

$p_3: z$ 的共轭复数为 $1+i,$

$p_4: z$ 的虚部为 $-1.$

- A.  $p_2, p_3$                       B.  $p_1, p_2$                       C.  $p_2, p_4$                       D.  $p_3, p_4$

4. (5分) 设 $F_1, F_2$ 是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的左、右焦点, P为直线 $x =$

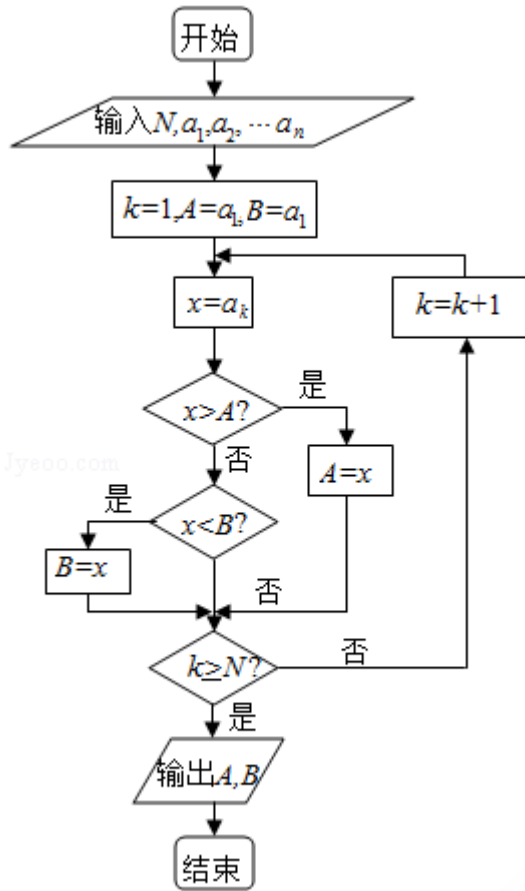
$\frac{3a}{2}$ 上一点,  $\triangle F_2PF_1$ 是底角为 $30^\circ$ 的等腰三角形, 则E的离心率为 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{2}{3}$                       C.  $\frac{3}{4}$                       D.  $\frac{4}{5}$

5. (5分) 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列,  $a_4 + a_7 = 2$ ,  $a_5 a_6 = -8$ , 则 $a_1 + a_{10} =$  ( )

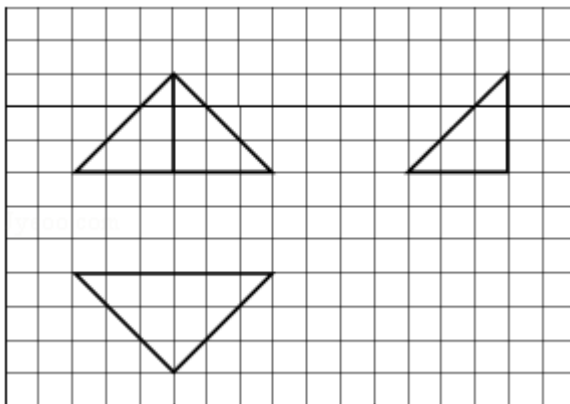
- A. 7                      B. 5                      C. -5                      D. -7

6. (5分) 如果执行右边的程序框图, 输入正整数 $N$  ( $N \geq 2$ ) 和实数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ , 输出A, B, 则 ( )



- A.  $A+B$ 为 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的和
- B.  $\frac{A+B}{2}$ 为 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的算术平均数
- C.  $A$ 和 $B$ 分别是 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 中最大的数和最小的数
- D.  $A$ 和 $B$ 分别是 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 中最小的数和最大的数

7. (5分) 如图, 网格纸上小正方形的边长为1, 粗线画出的是某几何体的三视图, 则此几何体的体积为 ( )



- A. 6
- B. 9
- C. 12
- D. 18

8. (5分) 等轴双曲线 $C$ 的中心在原点, 焦点在 $x$ 轴上,  $C$ 与抛物线 $y^2=16x$ 的准线

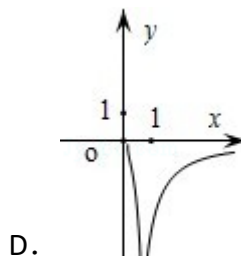
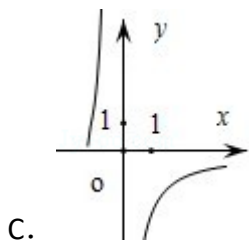
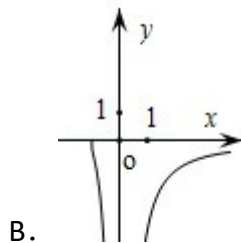
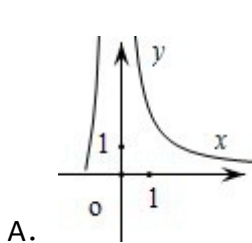
交于点A和点B,  $|AB|=4\sqrt{3}$ , 则C的实轴长为 ( )

- A.  $\sqrt{2}$       B.  $2\sqrt{2}$       C. 4      D. 8

9. (5分) 已知 $\omega > 0$ , 函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{4})$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, \pi]$ 上单调递减, 则实数 $\omega$ 的取值范围是 ( )

- A.  $[\frac{1}{2}, \frac{5}{4}]$       B.  $[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$       C.  $(0, \frac{1}{2}]$       D.  $(0, 2]$

10. (5分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{\ln(x+1)-x}$ , 则 $y=f(x)$ 的图象大致为 ( )



11. (5分) 已知三棱锥S - ABC的所有顶点都在球O的表面上,  $\triangle ABC$ 是边长为1的正三角形, SC为球O的直径, 且 $SC=2$ , 则此三棱锥的体积为 ( )

- A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{6}$       D.  $\frac{\sqrt{2}}{12}$

12. (5分) 设点P在曲线 $y = \frac{1}{2}e^x$ 上, 点Q在曲线 $y = \ln(2x)$ 上, 则 $|PQ|$ 最小值为 ( )

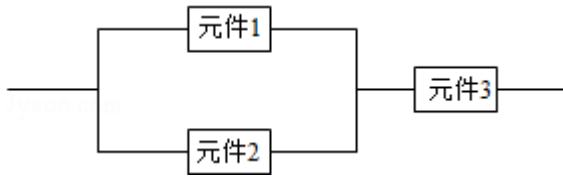
- A.  $1 - \ln 2$       B.  $\sqrt{2}(1 - \ln 2)$       C.  $1 + \ln 2$       D.  $\sqrt{2}(1 + \ln 2)$

二. 填空题: 本大题共4小题, 每小题5分.

13. (5分) 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 夹角为 $45^\circ$ , 且 $|\vec{a}|=1, |2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{10}$ , 则 $|\vec{b}|=$ \_\_\_\_\_

14. (5分) 设 $x, y$ 满足约束条件: 
$$\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ x - y \geq -1 \\ x + y \leq 3 \end{cases}$$
; 则 $z = x - 2y$ 的取值范围为\_\_\_\_\_

15. (5分) 某个部件由三个元件按下图方式连接而成, 元件1或元件2正常工作, 且元件3正常工作, 则部件正常工作, 设三个电子元件的使用寿命(单位: 小时)均服从正态分布 $N(1000, 50^2)$ , 且各个元件能否正常相互独立, 那么该部件的使用寿命超过1000小时的概率为\_\_\_\_\_.



16. (5分) 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} + (-1)^n a_n = 2n - 1$ , 则 $\{a_n\}$ 的前60项和为\_\_\_\_\_

**三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.**

17. (12分) 已知 $a, b, c$ 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 $A, B, C$ 的对边,  $a \cos C + \sqrt{3} a \sin C - b - c = 0$

(1) 求 $A$ ;

(2) 若 $a=2$ ,  $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$ ; 求 $b, c$ .

18. (12分) 某花店每天以每枝5元的价格从农场购进若干枝玫瑰花, 然后以每枝10元的价格出售, 如果当天卖不完, 剩下的玫瑰花作垃圾处理.

(1) 若花店一天购进16枝玫瑰花, 求当天的利润 $y$  (单位: 元) 关于当天需求量 $n$  (单位: 枝,  $n \in \mathbb{N}$ ) 的函数解析式.

(2) 花店记录了100天玫瑰花的日需求量 (单位: 枝), 整理得如表:

日需求量 $n$	14	15	16	17	18	19	20
频数	10	20	16	16	15	13	10

以100天记录的各需求量的频率作为各需求量发生的概率.

(i) 若花店一天购进16枝玫瑰花,  $X$ 表示当天的利润 (单位: 元), 求 $X$ 的分布列、数学期望及方差;

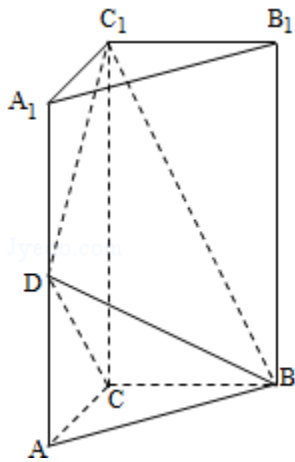
(ii) 若花店计划一天购进16枝或17枝玫瑰花, 你认为应购进16枝还是17枝? 请说明理由.

19. (12分) 如图, 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中,  $AC=BC=\frac{1}{2}AA_1$ ,  $D$ 是棱 $AA_1$ 的中点

,  $DC_1 \perp BD$

(1) 证明:  $DC_1 \perp BC$ ;

(2) 求二面角 $A_1 - BD - C_1$ 的大小.



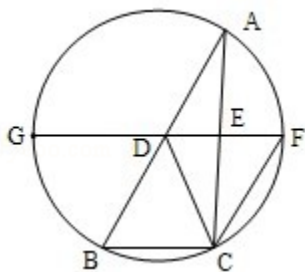
20. (12分) 设抛物线 $C: x^2=2py$  ( $p>0$ ) 的焦点为 $F$ , 准线为 $l$ ,  $A \in C$ , 已知以 $F$ 为圆心,  $FA$ 为半径的圆 $F$ 交 $l$ 于 $B, D$ 两点;
- (1) 若 $\angle BFD=90^\circ$ ,  $\triangle ABD$ 的面积为 $4\sqrt{2}$ , 求 $p$ 的值及圆 $F$ 的方程;
  - (2) 若 $A, B, F$ 三点在同一直线 $m$ 上, 直线 $n$ 与 $m$ 平行, 且 $n$ 与 $C$ 只有一个公共点, 求坐标原点到 $m, n$ 距离的比值.

21. (12分) 已知函数 $f(x)$  满足 $f(x) = f'(1) e^{x-1} - f(0) x + \frac{1}{2}x^2$ ;
- (1) 求 $f(x)$  的解析式及单调区间;
  - (2) 若 $f(x) \geq \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ , 求 $(a+1)b$  的最大值.

四、请考生在第22, 23, 24题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时请写清题号.

22. (10分) 如图, D, E分别为 $\triangle ABC$ 边AB, AC的中点, 直线DE交 $\triangle ABC$ 的外接圆于F, G两点, 若 $CF \parallel AB$ , 证明:

- (1)  $CD=BC$ ;
- (2)  $\triangle BCD \sim \triangle GBD$ .



23. 选修4 - 4; 坐标系与参数方程

已知曲线 $C_1$ 的参数方程是 
$$\begin{cases} x=2\cos\phi \\ y=3\sin\phi \end{cases} \quad (\phi \text{ 为参数})$$
, 以坐标原点为极点, x轴的正半轴为极轴建立坐标系, 曲线 $C_2$ 的坐标系方程是 $\rho=2$ , 正方形ABCD的顶点

都在 $C_2$ 上, 且A, B, C, D依逆时针次序排列, 点A的极坐标为  $(2, \frac{\pi}{3})$ .

- (1) 求点A, B, C, D的直角坐标;
- (2) 设P为 $C_1$ 上任意一点, 求  $|PA|^2 + |PB|^2 + |PC|^2 + |PD|^2$  的取值范围.

24. 已知函数  $f(x) = |x+a| + |x-2|$

① 当  $a = -3$  时, 求不等式  $f(x) \geq 3$  的解集;

②  $f(x) \leq |x-4|$  若的解集包含  $[1, 2]$ , 求  $a$  的取值范围.