

2016年浙江省高考数学试卷（理科）

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一个符合题目要求的。

1. (5分) (2016•浙江) 已知集合 $P = \{x \in \mathbb{R} | 1 \leq x \leq 3\}$, $Q = \{x \in \mathbb{R} | x^2 \geq 4\}$, 则 $P \cup (C_{\mathbb{R}}Q) =$ ()
 A. $[2, 3]$ B. $(-2, 3]$ C. $[1, 2)$ D. $(-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$

2. (5分) (2016•浙江) 已知互相垂直的平面 α, β 交于直线 l , 若直线 m, n 满足 $m \parallel \alpha, n \perp \beta$, 则 ()

A. $m \parallel l$ B. $m \parallel n$ C. $n \perp l$ D. $m \perp n$

3. (5分) (2016•浙江) 在平面上, 过点 P 作直线 l 的垂线所得的垂足称为点 P 在直线 l 上的投影, 由区域

中的点在直线 $x+y-2=0$ 上的投影构成的线段记为 AB , 则

$$\begin{cases} x-2 \leq 0 \\ x+y \geq 0 \\ x-3y+4 \geq 0 \end{cases}$$

$|AB| =$ ()

A. $2\sqrt{2}$ B. 4 C. $3\sqrt{2}$ D. 6

4. (5分) (2016•浙江) 命题“ $\forall x \in \mathbb{R}, \exists n \in \mathbb{N}^*$, 使得 $n \geq x^2$ ”的否定形式是 ()

A. $\forall x \in \mathbb{R}, \exists n \in \mathbb{N}^*$, 使得 $n < x^2$ B. $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}^*$, 使得 $n < x^2$

C. $\exists x \in \mathbb{R}, \exists n \in \mathbb{N}^*$, 使得 $n < x^2$ D. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}^*$, 使得 $n < x^2$

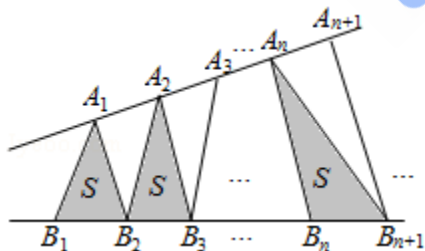
5. (5分) (2016•浙江) 设函数 $f(x) = \sin^2 x + b \sin x + c$, 则 $f(x)$ 的最小正周期 ()

A. 与 b 有关, 且与 c 有关 B. 与 b 有关, 但与 c 无关

C. 与 b 无关, 且与 c 无关 D. 与 b 无关, 但与 c 有关

6. (5分) (2016•浙江) 如图, 点列 $\{A_n\}, \{B_n\}$ 分别在某锐角的两边上, 且

$|A_n A_{n+1}| = |A_{n+1} A_{n+2}|, A_n \neq A_{n+1}, n \in \mathbb{N}^*, |B_n B_{n+1}| = |B_{n+1} B_{n+2}|, B_n \neq B_{n+1}, n \in \mathbb{N}^*$, ($P \neq Q$ 表示点 P 与 Q 不重合) 若 $d_n = |A_n B_n|, S_n$ 为 $\triangle A_n B_n B_{n+1}$ 的面积, 则 ()



A. $\{S_n\}$ 是等差数列 B. $\{S_n^2\}$ 是等差数列

C. $\{d_n\}$ 是等差数列 D. $\{d_n^2\}$ 是等差数列

7. (5分) (2016•浙江) 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{m^2} + y^2 = 1 (m > 1)$ 与双曲线 $C_2: \frac{x^2}{n^2} - y^2 = 1 (n > 0)$

的焦点重合, e_1, e_2 分别为 C_1, C_2 的离心率, 则 ()

A. $m > n$ 且 $e_1 e_2 > 1$ B. $m > n$ 且 $e_1 e_2 < 1$ C. $m < n$ 且 $e_1 e_2 > 1$ D. $m < n$ 且 $e_1 e_2 < 1$

8. (5分) (2016•浙江) 已知实数 a, b, c . ()

A. 若 $|a^2+b+c| + |a+b^2+c| \leq 1$, 则 $a^2+b^2+c^2 < 100$

B. 若 $|a^2+b+c| + |a^2+b-c| \leq 1$, 则 $a^2+b^2+c^2 < 100$

C. 若 $|a+b+c^2| + |a+b-c^2| \leq 1$, 则 $a^2+b^2+c^2 < 100$

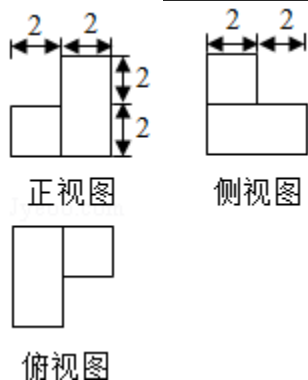
D. 若 $|a^2+b+c|+|a+b^2-c|\leq 1$, 则 $a^2+b^2+c^2 < 100$

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分.

9. (4 分) (2016•浙江) 若抛物线 $y^2=4x$ 上的点 M 到焦点的距离为 10, 则 M 到 y 轴的距离是_____.

10. (6 分) (2016•浙江) 已知 $2\cos^2x+\sin 2x=A\sin(\omega x+\phi)+b$ ($A>0$), 则 $A=$ _____, $b=$ _____.

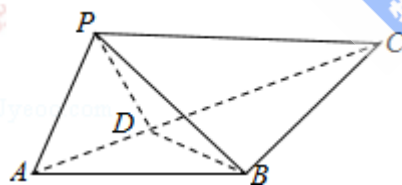
11. (6 分) (2016•浙江) 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的表面积是 cm^2 , 体积是_____ cm^3 .



12. (6 分) (2016•浙江) 已知 $a>b>1$, 若 $\log_a b + \log_b a = \frac{5}{2}$, $a^b = b^a$, 则 $a=$ _____, $b=$ _____.

13. (6 分) (2016•浙江) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_2=4$, $a_{n+1}=2S_n+1$, $n \in \mathbb{N}^*$, 则 $a_1=$ _____, $S_5=$ _____.

14. (4 分) (2016•浙江) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC=2$, $\angle ABC=120^\circ$. 若平面 ABC 外的点 P 和线段 AC 上的点 D, 满足 $PD=DA$, $PB=BA$, 则四面体 PBCD 的体积的最大值是_____.



15. (4 分) (2016•浙江) 已知向量 \vec{a} , \vec{b} , $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=2$, 若对任意单位向量 \vec{e} , 均有 $|\vec{a} \cdot \vec{e}| + |\vec{b} \cdot \vec{e}| \leq \sqrt{6}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 的最大值是_____.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

16. (14 分) (2016•浙江) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c, 已知 $b+c=2a\cos B$.

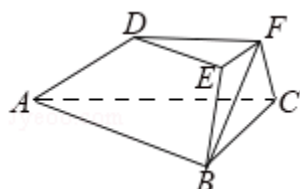
(I) 证明: $A=2B$

(II) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{a^2}{4}$, 求角 A 的大小.

17. (15分) (2016•浙江) 如图, 在三棱台 $ABC - DEF$ 中, 已知平面 $BCFE \perp$ 平面 ABC , $\angle ACB = 90^\circ$, $BE = EF = FC = 1$, $BC = 2$, $AC = 3$,

(I) 求证: $EF \perp$ 平面 $ACFD$;

(II) 求二面角 $B - AD - F$ 的余弦值.



18. (15分) (2016•浙江) 已知 $a \geq 3$, 函数 $F(x) = \min\{2|x - 1|, x^2 - 2ax + 4a - 2\}$, 其中 \min

$$(p, q) = \begin{cases} p, & p \leq q \\ q, & p > q \end{cases}$$

(I) 求使得等式 $F(x) = x^2 - 2ax + 4a - 2$ 成立的 x 的取值范围

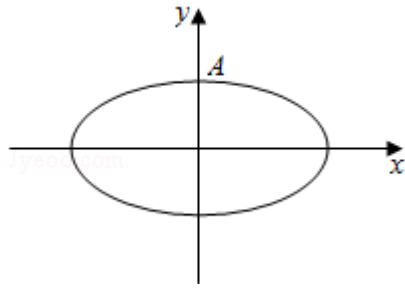
(II) (i) 求 $F(x)$ 的最小值 $m(a)$

(ii) 求 $F(x)$ 在 $[0, 6]$ 上的最大值 $M(a)$

19. (15分) (2016•浙江) 如图, 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ ($a > 1$)

(I) 求直线 $y = kx + 1$ 被椭圆截得到的弦长 (用 a, k 表示)

(II) 若任意以点 $A(0, 1)$ 为圆心的圆与椭圆至多有三个公共点, 求椭圆的离心率的取值范围.



20. (15分) (2016•浙江) 设数列满足 $|a_n - \frac{a_{n+1}}{2}| \leq 1, n \in \mathbb{N}^*$.

(I) 求证: $|a_n| \geq 2^{n-1} (|a_1| - 2) (n \in \mathbb{N}^*)$

(II) 若 $|a_n| \leq (\frac{3}{2})^n, n \in \mathbb{N}^*$, 证明: $|a_n| \leq 2, n \in \mathbb{N}^*$.