

2000年北京高考文科数学真题及答案

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。第 I 卷 1 至 2 页。第 II 卷 3 至 8 页。共 150 分。考试时间 120 分钟。

第 I 卷(选择题共 60 分)

参考公式:

三角函数和差化积公式

$$\begin{aligned} \sin \theta + \sin \Phi &= 2 \sin \frac{\theta + \Phi}{2} \cos \frac{\theta - \Phi}{2} \\ \sin \theta - \sin \Phi &= 2 \cos \frac{\theta + \Phi}{2} \sin \frac{\theta - \Phi}{2} \end{aligned}$$

L 表

正棱台、圆台的侧面积公式

$$S_{\text{台侧}} = \frac{1}{2} (c' + c)L$$

其中 c' 、 c 分别表示上、下底面周长,

L 表示棱高或母线长

$$\begin{aligned} \cos \theta + \cos \Phi &= 2 \cos \frac{\theta + \Phi}{2} \cos \frac{\theta - \Phi}{2} \\ \cos \theta - \cos \Phi &= -2 \sin \frac{\theta + \Phi}{2} \sin \frac{\theta - \Phi}{2} \end{aligned}$$

台体的体积公式 $V_{\text{台体}} = \frac{1}{3} (S' + \sqrt{S'S} + S)h$

其中 S' 、 S 分别表示上、下底面积, h 表示高

一、选择题: 本大题共 14 小题; 第(1)–(10)题每小题 4 分, 第(11)–(14)题每小题 5 分, 共 50 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 复数 $z_1 = 3 + i$, $z_2 = 1 - i$, 则 $z = z_1 z_2$ 在复平面内的对应点位于

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 设全集 $I = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $M = \{a, c, d\}$, $N = \{b, d, e\}$, 那么 $\overline{M} \cap \overline{N}$ 是

- A. \emptyset B. $\{d\}$ C. $\{a, c\}$ D. $\{b, e\}$

3. 双曲线 $\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$ 的两条渐近线互相垂直, 那么该双曲线的离心率是

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $3/2$

4. 下列方程的曲线关于 $x = y$ 对称的是

- A. $x^2 - x + y^2 = 1$ B. $x^2 y + x y^2 = 1$ C. $x - y = 1$ D. $x^2 - y^2 = 1$

5. 一个圆锥的底面直径和高都同一个球的直径相等, 那么圆锥的体积之比是

- A. 1:3 B. 2:3 C. 1:2 D. 2:9

6. 直线 $(\sqrt{3} - \sqrt{2})x + y = 3$ 和直线 $x + (\sqrt{2} - \sqrt{3})y = 2$ 的位置关系是

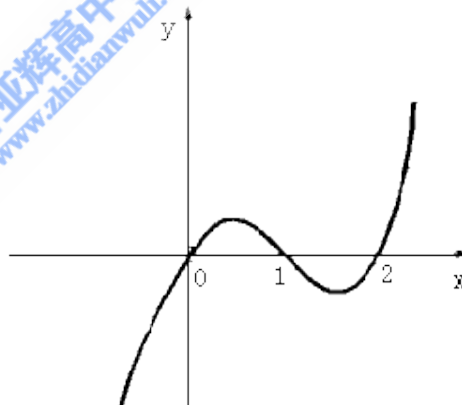
- A. 相交不垂直 B. 垂直 C. 平行 D. 重合

7. 函数 $y = \lg|x|$

- A. 是偶函数, 在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递增
B. 是偶函数, 在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递减
C. 是奇函数, 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增
D. 是奇函数, 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减

8. 从单词 “equation” 中选取 5 个不同的字母排成一排, 含有 “qu” (其中 “qu” 相连且顺序不变) 的不同排列共有

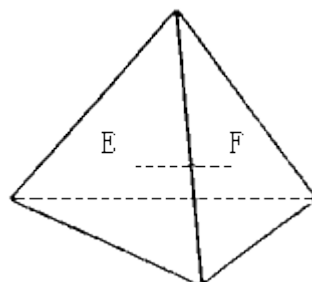
- A. 120 个 B. 480 个 C. 720 个 D. 840 个
9. 椭圆短轴长 2, 长短是短轴的 2 倍, 则椭圆中心到其准线的距离是
 A. $8/5\sqrt{5}$ B. $4/5$ C. $8/3\sqrt{3}$ D. $4/3\sqrt{3}$
10. 函数 $y = \sin x + \cos x + 2$ 的最小值是
 A. $2 - \sqrt{2}$ B. $2 + \sqrt{2}$ C. 0 D. 1
11. 设复数 $z_1 = -1 - i$ 在复平面上对应向量 \vec{OZ}_1 , 将 \vec{OZ}_1 按顺时针方向旋转 $\frac{5}{6}\pi$ 后得到向量 \vec{OZ}_2 , 令 \vec{OZ}_2 对应的复数 z_2 的辐角主值为 θ , 则 $\operatorname{tg} \theta =$
 A. $2 - \sqrt{3}$ B. $-2 + \sqrt{3}$ C. $2 + \sqrt{3}$ D. $-2 - \sqrt{3}$
12. 设 α, β 是一个钝角三角形的两个锐角, 下列四个不等式中不正确的是
 A. $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta < 1$ B. $\sin \alpha + \sin \beta < \sqrt{2}$
 C. $\cos \alpha + \cos \beta > 1$ D. $\frac{1}{2} \operatorname{tg}(\alpha + \beta) < (\operatorname{tg} \alpha + \beta) / 2$
13. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{101} = 0$ 则有
 A. $a_1 + a_{101} > 0$ B. $a_2 + a_{100} < 0$ C. $a_3 + a_{90} = 0$ D. $a_{51} = 51$
14. 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的图象如右图, 则
 A. $b \in (-\infty, 0)$ B. $b \in (0, 1)$
 C. $b \in (1, 2)$ D. $b \in (2, +\infty)$



第 II 卷 (非选择题共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题; 每小题 4 分, 共 16 分, 把答案填在题中横线上。

15. 函数 $y = \cos(2\pi/3 + \frac{\pi}{4})$ 的最小正周期是 _____
16. 右图是一体积为 72 的正四面体, 连结两个面的重心 E、F, 则线段 EF 的长是 _____



17. $(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^{10}$ 展开式中的常数项是_____

18. 在空间, 下列命题正确的是(注: 把你认为正确的命题的序号填上)

- ①如果两直线 a 、 b 分别与直线 l 平行, 那么 $a \parallel b$
- ②如果直线 a 与平面 β 内的一条直线 b 平行, 那么 $a \parallel \beta$
- ③如果直线 a 与平面 β 内的两条直线 b 、 c 都垂直, 那么 $a \perp \beta$
- ④如果平面 β 内的一条直线 a 垂直平面 γ , 那么 $\beta \perp \gamma$

三、解答题: 本大题共 6 小题; 共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

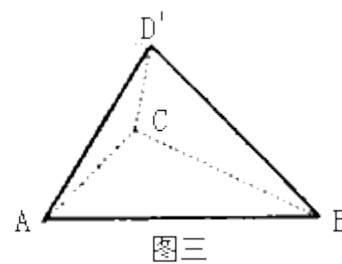
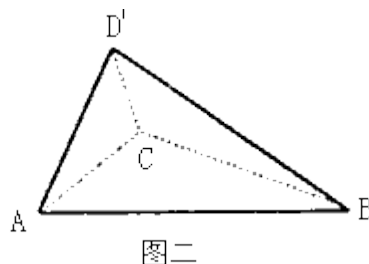
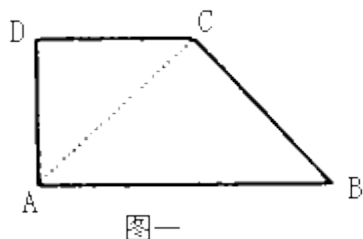
19. 已知二次函数 $f(x) = (1ga)x^2 + 2x + 4lga$ 的最大值为 3, 求 a 的值。

20. (本小题满分 12 分)。

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 对边分别为 a 、 b 、 c 。证明: $(a^2 - b^2)/c^2 = \sin(A - B)/\sin C$

21. (本小题满分 12 分)

在直角梯形 $ABCD$ 中, $\angle D = \angle BAD = 90^\circ$, $AD = DC = \frac{1}{2} AB = a$ (如图一), 将 $\triangle ADC$ 沿 AC 折起, 使 D 到 D' 。记面 ACD' 为 α , 面 ABC 为 β , 面 BCD' 为 γ 。



(1) 若二面角 $\alpha - AC - \beta$ 为直二面角(如图二)求二面角 $\beta - BC - \gamma$ 的大小;

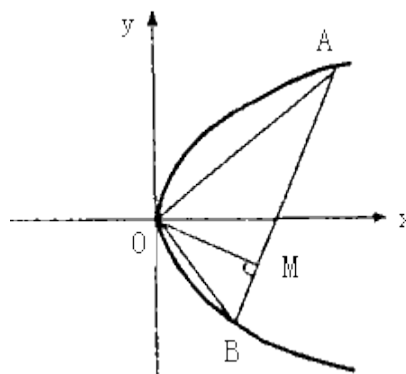
(2) 若二面角 $\alpha - AC - \beta$ 为 60° (如图三), 求三棱锥 $D' - ABC$ 的体积。

22. (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差和等比数列 $\{b_n\}$ 的公比相等, 且都等于 d ($d > 0, d \neq 1$), 若 $a_1 = b_1, a_3 = 3b_3, a_5 = 5b_5$, 求 a_n, b_n 。

23. (本小题满分 12 分)

如图，设点 A 和 B 为抛物线 $y^2=4x$ ($p>0$) 上原点以外的两个动点。已知 $OA \perp OB$ ， $OM \perp AB$ 。求点 M 的轨迹方程，并说明它表示什么曲线。



24. (本小题满分 12 分)

某地区上年度电价为 0.8 元/kW·h，年用电量为 a kW·h。本年度计划将电价降到 0.55 元/kW·h 至 0.75 元/kW·h 之间，而用户期望电价为 0.4 元/kW·h。经测算，下调电价后新增的用电量与实际电价和用户期望电价的差成反比(比例系数为 k)。该地区电力的成本价为 0.3 元/kW·h

(1) 写出本年度电价下调后，电力部门的收益 y 与实际电价 x 的函数关系式；

(2) 设 $k=0.2a$ ，当电价最低定为多少时仍可保证电部门的收益比上年至少增长 20%？

(注：收益 = 实际用电量 × (实际电价 - 成本价))

2000 年普通高等到学校春季招生考试（北京、安徽卷）

数学试题（文史类）参考解答及评分标准

说明：

一、本解答指出了每题考查的主要知识和能力，并给出了一种或几种解法供参考。如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制订相应的评分细则。

二、对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应得分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分。

三、解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数。

四、只给整数分数，选择题和填空题不给中间分。

一、选择题 本题考查基本知识的基本运算，第 1—10 题每小题 4 分，第 11—14 题每小题 5 分，满分 60 分。

- | | | | | |
|------|------|------|------|------|
| 1、D | 2、A | 3、C | 4、B | 5、C |
| 6、B | 7、B | 8、B | 9、D | 10、A |
| 11、C | 12、D | 13、C | 14、A | |

二、填空题：本题考查基本知识和基本运算，每小题 4 分，满分 16 分。

15、3 16、 $2\sqrt{2}$ 17、-252 18、①，④

三、解答题

19. 本小题主要考查二次函数最大值和最小值的概念，以及对于配方法、对数方程、二次方程的解法的运用能力。满分 12 分。

解：原函数可化成

$$f(x) = \lg a(x + \frac{1}{\lg a})^2 - \frac{1}{\lg a} + 4 \lg a \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

由已知， $f(x)$ 有最大值 3，所以 $\lg a < 0$ ，并且

$$-\frac{1}{\lg a} + 4 \lg a = 3$$

整理得 $4(\lg a)^2 - 3 \lg a - 1 = 0 \quad \dots\dots\dots 8 \text{分}$

解得 $\lg a = 1, \lg a = -1/4 \quad \dots\dots\dots 10 \text{分}$

$\therefore \lg a < 0$

故取 $\lg a = -1/4$

$$\therefore a = 10^{-\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt[4]{1000}}{10} \quad \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

20. 本小题主要考查三角形的正弦定理、余弦定理等基础知识，考查三角函数简单的变形技能。满分 12 分。

证明：由余弦定理 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \quad \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$\therefore a^2 - b^2 = b^2 - a^2 - 2bc \cos A + 2ac \cos B$$

整理得 $\frac{a^2 - b^2}{c^2} = \frac{a \cos B - b \cos A}{c} \quad \dots\dots\dots 6 \text{分}$

依正弦定理，有 $\frac{a}{c} = \frac{\sin A}{\sin C}, \frac{b}{c} = \frac{\sin B}{\sin C} \quad \dots\dots\dots 9 \text{分}$

$$\therefore \frac{a^2 - b^2}{c^2} = \frac{\sin A \cos B - \sin B \cos A}{\sin C}$$

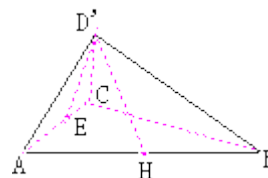
$$= \frac{\sin(A - B)}{\sin C} \quad \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

21. 本小题主要考查空间线面关系，及运算、推理、空间想象能力。(满分 12 分)

解：(1) 在直角梯形 ABCD 中 由已知 $\triangle DAC$ 为等腰直角三角形，

$\therefore AC = \sqrt{2}a, \quad \angle CAB = 45^\circ$

过 C 作 $CH \perp AB$, 由 $AB = 2a$ 可推得 $AC = BC = \sqrt{2}a$



$AC \perp BC$

.....2 分

取 AC 的中点 E, 连结 $D'E$, 则 $D'E \perp AC$

又 \because 二面角 $\alpha - AC - \beta$ 为直二面角, $\therefore D'E \perp \beta$

又 $\because BC \subset \text{平面 } \beta \quad \therefore BC \perp D'E$

$\therefore BC \perp \alpha$, 而 $D'C \subset \alpha \quad \therefore BC \perp D'C$ 4 分

$\therefore \angle D'CA$ 为二面角 $\beta - BC - \gamma$ 的平面角

由于 $\angle D'CA = 45^\circ$

\therefore 二面角 $\beta - BC - \gamma$ 为 45° 。6 分

(2) 取 AC 的中点 E, 连结 $D'E$, 再过 D' 作 $D'O \perp \beta$, 垂足为 O, 连结 OE。

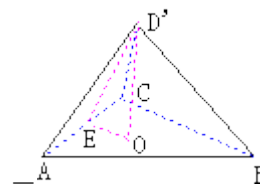
$\because AC \perp D'E \quad \therefore AC \perp OE$

$\therefore \angle D'EO$ 为二面角 $\alpha - AC - \beta$ 的平面角,

$\therefore \angle D'EO$

60°

.....9 分



在 $Rt\triangle D'OE$ 中, $D'E = AC/2 = \sqrt{2}a/2$

$\therefore V_{D'-ABC} = (1/3)S_{\triangle ABC} \cdot D'O = (1/3) \times (1/2)AC \cdot BC \cdot D'O$

$= (1/6) \times \sqrt{2}a \times \sqrt{2}a \times \sqrt{6}a/4 = (\sqrt{6}/12)a^3$ 12 分

22. 本小题考查等差数列和等比数列的概念、性质, 方程组的解法, 以及运算能力和分析能力。满分 12 分。

解: 由已知

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 3a_1d^2 & \text{①} \\ a_1 + 4d = 5a_1d^2 & \text{②} \end{cases}$$

.....4 分

由①得 $a_1(3d^2 - 1) = 2d$ ③

由②得 $a_1(5d^4 - 1) = 4d$ ④

因为 $d \neq 0$, 由③式和④式得 $2(3d^2 - 1) = 5d^4 - 1$

即 $5d^4 - 6d^2 + 1 = 0$ 7分

解得 $d = \pm 1, d = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$

$\because d > 0, d \neq 1, \therefore d = \frac{\sqrt{5}}{5}$

代入③, 得 $a_1 = -\sqrt{5},$ 故 $b_1 = -\sqrt{5}$

$a_n = -\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{5}(n-1) = \frac{\sqrt{5}}{5}(n-6)$ 10分

$b_1 = -\sqrt{5} \times \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{n-1}$ 12分

23. 本小题考查直线、抛物线的基础知识, 考查由动点轨迹方程的基本方法以及方程化简的基本技能。满分 12 分。

解: 如图, 点 A, B 在抛物线 $y^2 = 4px$ 上

设 $A(4p, y_A), B(4p, y_B),$ OA, OB 的斜率分别为 $k_{OA}, k_{OB}.$

$\therefore k_{OA} = \frac{y_A}{4p} = 4p/y_A, \quad k_{OB} = 4p/y_B$ 2分

由 $OA \perp OB,$ 得 $k_{OA} \cdot k_{OB} = \frac{16p^2}{y_B y_A} = -1$
①4分

依点 A 在 AB 上, 得直线 AB 方程

$(y_A + y_B)(y - y_A) = 4p(x - 4p)$ ②6分

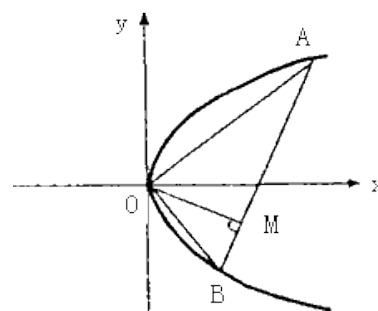
由 $OM \perp AB,$ 得直线 OM 方程 $y = -\frac{y_A + y_B}{4p} x$ ③8分

设点 M(x, y), 则 x, y 满足②、③现式, 将②式两边同时乘以 $-x/4p,$ 并利用③式整理得

$x \cdot \frac{y_A^2}{4p} + yy_A - (x^2 + y^2) = 0$ ④10分

由③、④两式得 $(-x/4p)y_A y_B - (x^2 + y^2) = 0$

由①式知 $y_A y_B = -16p^2 \quad \therefore x^2 + y^2 - 4px = 0$



因为 A、B 是原点以外的两点，所以 $x \neq 0$ 。

所以点 M 的轨迹是以 $(2p, 0)$ 为圆心，以 $2p$ 为半径的圆，去掉坐标原点。……12 分

24. 本小题主要考查建立函数关系、解不等式基础知识，考查综合应用数学知识、思想和方法解决实际问题的能力，满分 12 分。

解：(1) 设下调后的电价为 x 元/ $\text{kW} \cdot \text{h}$ ，依题意知用电量增至 $\frac{K}{x-0.4}+a$ ，电力部门的收益为

$$y = \frac{K}{(x-0.4)+a} (x-0.3) \quad (0.55 \leq x \leq 0.75)$$

(2) 依题意有

$$\begin{cases} \left(\frac{0.2a}{x-0.4} + a\right)(x-0.3) \geq [a \times (0.8-0.3)](1+20\%) \\ 0.55 \leq x \leq 0.75 \end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases} x^2 - 1.1x + 0.3 \geq 0 \\ 0.55 \leq x \leq 0.75 \end{cases}$$

解此不等式得 $0.60 \leq x \leq 0.75$

答：当电价最低定为 0.60 元/ $\text{kW} \cdot \text{h}$ ，仍可保证电力部门的收益比上年至少增长 20%。