

2017年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅲ）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

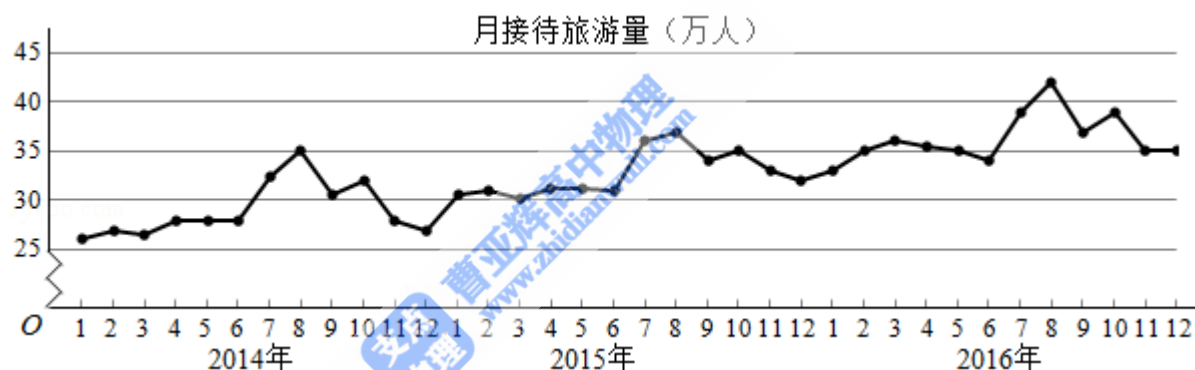
1. （5分）已知集合 $A=\{(x, y) \mid x^2+y^2=1\}$ ， $B=\{(x, y) \mid y=x\}$ ，则 $A \cap B$ 中元素的个数为（ ）

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

2. （5分）设复数 z 满足 $(1+i)z=2i$ ，则 $|z|$ 为（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2

3. （5分）某城市为了解游客人数的变化规律，提高旅游服务质量，收集并整理了2014年1月至2016年12月期间月接待游客量（单位：万人）的数据，绘制了下面的折线图。



根据该折线图，下列结论错误的是（ ）

- A. 月接待游客量逐月增加
B. 年接待游客量逐年增加
C. 各年的月接待游客量高峰期大致在7，8月
D. 各年1月至6月的月接待游客量相对于7月至12月，波动性更小，变化比较平稳

4. （5分） $(x+y)(2x-y)^5$ 的展开式中的 x^3y^3 系数为（ ）

- A. -80 B. -40 C. 40 D. 80

5. （5分）已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ （ $a>0$ ， $b>0$ ）的一条渐近线方程为 $y =$

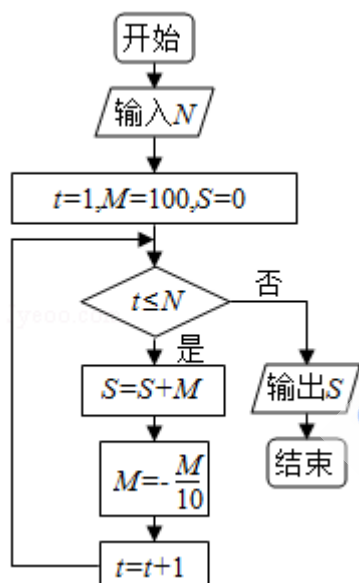
$\frac{\sqrt{5}}{2}x$ ，且与椭圆 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$ 有公共焦点，则 C 的方程为（ ）

A. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{10} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ C. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ D. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$

6. (5分) 设函数 $f(x) = \cos(x + \frac{\pi}{3})$ ，则下列结论错误的是 ()

- A. $f(x)$ 的一个周期为 -2π
 B. $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{8\pi}{3}$ 对称
 C. $f(x+\pi)$ 的一个零点为 $x = \frac{\pi}{6}$
 D. $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 单调递减

7. (5分) 执行如图的程序框图，为使输出 S 的值小于 91，则输入的正整数 N 的最小值为 ()



- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

8. (5分) 已知圆柱的高为 1，它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上，则该圆柱的体积为 ()

- A. π B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

9. (5分) 等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 1，公差不为 0. 若 a_2, a_3, a_6 成等比数列，则 $\{a_n\}$ 前 6 项的和为 ()

- A. -24 B. -3 C. 3 D. 8

10. (5分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 ,

且以线段 A_1A_2 为直径的圆与直线 $bx - ay + 2ab = 0$ 相切, 则C的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

11. (5分) 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + a(e^{x-1} + e^{-x+1})$ 有唯一零点, 则 $a =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

12. (5分) 在矩形ABCD中, $AB=1$, $AD=2$, 动点P在以点C为圆心且与BD相切的圆上. 若 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AD}$, 则 $\lambda + \mu$ 的最大值为 ()

- A. 3 B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{5}$ D. 2

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。

13. (5分) 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x+y-2 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z=3x-4y$ 的最小值为_____.

14. (5分) 设等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = -1$, $a_1 - a_3 = -3$, 则 $a_4 =$ _____.

15. (5分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ 2^x, & x > 0 \end{cases}$, 则满足 $f(x) + f(x - \frac{1}{2}) > 1$ 的 x 的取值范围是_____.

16. (5分) a, b 为空间中两条互相垂直的直线, 等腰直角三角形ABC的直角边AC所在直线与 a, b 都垂直, 斜边AB以直线AC为旋转轴旋转, 有下列结论:

- ①当直线AB与 a 成 60° 角时, AB与 b 成 30° 角;
- ②当直线AB与 a 成 60° 角时, AB与 b 成 60° 角;
- ③直线AB与 a 所成角的最小值为 45° ;
- ④直线AB与 a 所成角的最小值为 60° ;

其中正确的是_____. (填写所有正确结论的编号)

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。（一）必考题：60分。

17. （12分） $\triangle ABC$ 的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知 $\sin A + \sqrt{3}\cos A = 0$ ， $a = 2\sqrt{7}$ ， $b = 2$.
- （1）求c；
- （2）设D为BC边上一点，且 $AD \perp AC$ ，求 $\triangle ABD$ 的面积.

18. （12分）某超市计划按月订购一种酸奶，每天进货量相同，进货成本每瓶4元，售价每瓶6元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶2元的价格当天全部处理完. 根据往年销售经验，每天需求量与当天最高气温（单位： $^{\circ}\text{C}$ ）有关. 如果最高气温不低于25，需求量为500瓶；如果最高气温位于区间 $[20, 25)$ ，需求量为300瓶；如果最高气温低于20，需求量为200瓶. 为了确定六月份的订购计划，统计了前三年六月份各天的最高气温数据，得下面的频数分布表：

最高气温	$[10, 15)$	$[15, 20)$	$[20, 25)$	$[25, 30)$	$[30, 35)$	$[35, 40)$
天数	2	16	36	25	7	4

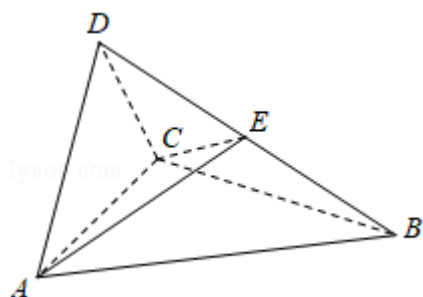
以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率.

- （1）求六月份这种酸奶一天的需求量 X （单位：瓶）的分布列；
- （2）设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y （单位：元），当六月份这种酸奶一天的进货量 n （单位：瓶）为多少时， Y 的数学期望达到最大值？

19. (12分) 如图, 四面体 $ABCD$ 中, $\triangle ABC$ 是正三角形, $\triangle ACD$ 是直角三角形, $\angle ABD = \angle CBD$, $AB = BD$.

(1) 证明: 平面 $ACD \perp$ 平面 ABC ;

(2) 过 AC 的平面交 BD 于点 E , 若平面 AEC 把四面体 $ABCD$ 分成体积相等的两部分, 求二面角 $D - AE - C$ 的余弦值.



20. (12分) 已知抛物线 $C: y^2 = 2x$, 过点 $(2, 0)$ 的直线 l 交 C 于 A, B 两点, 圆 M 是以线段 AB 为直径的圆.

(1) 证明: 坐标原点 O 在圆 M 上;

(2) 设圆 M 过点 $P(4, -2)$, 求直线 l 与圆 M 的方程.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = x - 1 - a \ln x$.

(1) 若 $f(x) \geq 0$, 求 a 的值;

(2) 设 m 为整数, 且对于任意正整数 n , $(1 + \frac{1}{2})(1 + \frac{1}{2^2}) \dots (1 + \frac{1}{2^n}) < m$, 求 m 的最小值.

(二) 选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。[选修4-4：坐标系与参数方程]

22. (10分) 在直角坐标系xOy中，直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+t \\ y=kt \end{cases}$ ，(t为参数)，直线 l_2 的参数方程为 $\begin{cases} x=-2+m \\ y=\frac{m}{k} \end{cases}$ ，(m为参数)。设 l_1 与 l_2 的交点为P，当k变化时，P的轨迹为曲线C。

(1) 写出C的普通方程；

(2) 以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，设 $l_3: \rho(\cos\theta + \sin\theta) - \sqrt{2} = 0$ ，M为 l_3 与C的交点，求M的极径。

[选修4-5：不等式选讲]

23. 已知函数 $f(x) = |x+1| - |x-2|$ 。

(1) 求不等式 $f(x) \geq 1$ 的解集；

(2) 若不等式 $f(x) \geq x^2 - x + m$ 的解集非空，求m的取值范围。