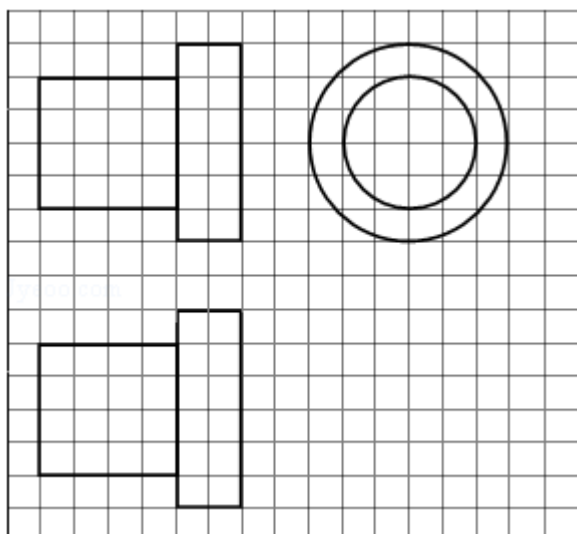


2014年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅱ）

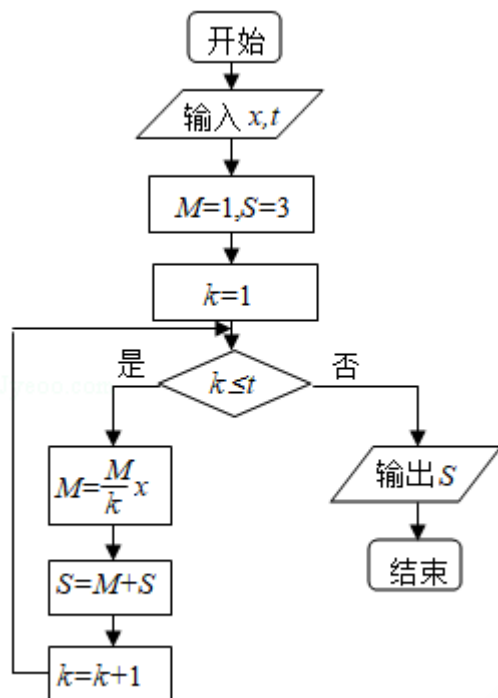
一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求.

1. (5分) 设集合 $M = \{0, 1, 2\}$, $N = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$, 则 $M \cap N =$ ()
A. $\{1\}$ B. $\{2\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{1, 2\}$
2. (5分) 设复数 z_1, z_2 在复平面内的对应点关于虚轴对称, $z_1 = 2 + i$, 则 $z_1 z_2 =$ ()
A. -5 B. 5 C. $-4 + i$ D. $-4 - i$
3. (5分) 设向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{10}$, $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{6}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 5
4. (5分) 钝角三角形 ABC 的面积是 $\frac{1}{2}$, $AB = 1$, $BC = \sqrt{2}$, 则 $AC =$ ()
A. 5 B. $\sqrt{5}$ C. 2 D. 1
5. (5分) 某地区空气质量监测资料表明, 一天的空气质量为优良的概率是 0.75 , 连续两天为优良的概率是 0.6 , 已知某天的空气质量为优良, 则随后一天的空气质量为优良的概率是 ()
A. 0.8 B. 0.75 C. 0.6 D. 0.45
6. (5分) 如图, 网格纸上正方形小格的边长为 1 (表示 1cm), 图中粗线画出的是某零件的三视图, 该零件由一个底面半径为 3cm , 高为 6cm 的圆柱体毛坯切削得到, 则切削掉部分的体积与原来毛坯体积的比值为 ()



- A. $\frac{17}{27}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{10}{27}$ D. $\frac{1}{3}$

7. (5分) 执行如图所示的程序框图，若输入的 x, t 均为2，则输出的 $S=$ ()



- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

8. (5分) 设曲线 $y=ax - \ln(x+1)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为 $y=2x$ ，则 $a=$ ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

9. (5分) 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-7 \leq 0 \\ x-3y+1 \leq 0 \\ 3x-y-5 \geq 0 \end{cases}$ ，则 $z=2x - y$ 的最大值为 ()

- A. 10 B. 8 C. 3 D. 2

10. (5分) 设 F 为抛物线 $C: y^2=3x$ 的焦点，过 F 且倾斜角为 30° 的直线交 C 于 A, B 两点， O 为坐标原点，则 $\triangle OAB$ 的面积为 ()

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{9\sqrt{3}}{8}$ C. $\frac{63}{32}$ D. $\frac{9}{4}$

11. (5分) 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $\angle BCA=90^\circ$ ， M, N 分别是 A_1B_1, A_1C_1 的中点， $BC=CA=CC_1$ ，则 BM 与 AN 所成角的余弦值为 ()

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{\sqrt{30}}{10}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

12. (5分) 设函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin \frac{\pi x}{m}$, 若存在 $f(x)$ 的极值点 x_0 满足 $x_0^2 + [f(x_0)]^2 < m^2$, 则 m 的取值范围是 ()
- A. $(-\infty, -6) \cup (6, +\infty)$ B. $(-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$
 C. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题5分. (第13题~第21题为必考题, 每个试题考生都必须作答, 第22题~第24题为选考题, 考生根据要求作答)

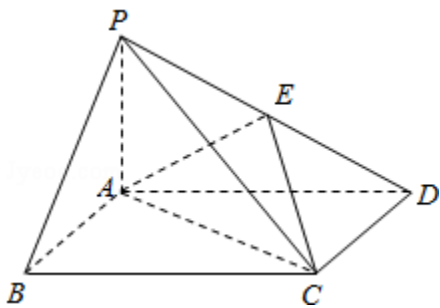
13. (5分) $(x+a)^{10}$ 的展开式中, x^7 的系数为15, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. (5分) 函数 $f(x) = \sin(x+2\phi) - 2\sin\phi\cos(x+\phi)$ 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
15. (5分) 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 单调递减, $f(2) = 0$, 若 $f(x-1) > 0$, 则 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
16. (5分) 设点 $M(x_0, 1)$, 若在圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 上存在点 N , 使得 $\angle OMN = 45^\circ$, 则 x_0 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或验算步骤.

17. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 3a_n + 1$.
- (I) 证明 $\{a_n + \frac{1}{2}\}$ 是等比数列, 并求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (II) 证明: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} < \frac{3}{2}$.

18. （12分）如图，四棱锥P - ABCD中，底面ABCD为矩形，PA⊥平面ABCD，E为PD的中点.

- （ I ）证明：PB∥平面AEC；
- （ II ）设二面角D - AE - C为60°，AP=1，AD=√3，求三棱锥E - ACD的体积.



19. （12分）某地区2007年至2013年农村居民家庭人均纯收入y（单位：千元）的数据如表：

年份	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
年份代号t	1	2	3	4	5	6	7
人均纯收入y	2.9	3.3	3.6	4.4	4.8	5.2	5.9

- （ I ）求y关于t的线性回归方程；
- （ II ）利用（ I ）中的回归方程，分析2007年至2013年该地区农村居民家庭人均纯收入的变化情况，并预测该地区2015年农村居民家庭人均纯收入.

附：回归直线的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为： $\widehat{b} =$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \overline{t})(y_i - \overline{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \overline{t})^2}, \widehat{a} = \overline{y} - \widehat{b} \overline{t}.$$

20. (12分) 设 F_1, F_2 分别是 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左, 右焦点, M 是 C 上

一点且 MF_2 与 x 轴垂直, 直线 MF_1 与 C 的另一个交点为 N .

(1) 若直线 MN 的斜率为 $\frac{3}{4}$, 求 C 的离心率;

(2) 若直线 MN 在 y 轴上的截距为2, 且 $|MN| = 5|F_1N|$, 求 a, b .

21. (12分) 已知函数 $f(x) = e^x - e^{-x} - 2x$.

(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 设 $g(x) = f(2x) - 4bf(x)$, 当 $x > 0$ 时, $g(x) > 0$, 求 b 的最大值;

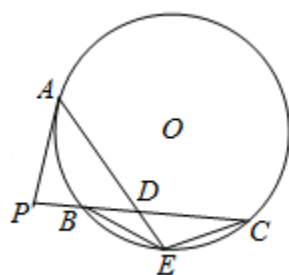
(III) 已知 $1.4142 < \sqrt{2} < 1.4143$, 估计 $\ln 2$ 的近似值 (精确到0.001).

请考生在第22、23、24三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分，作答时请写清题号.【选修4-1：几何证明选讲】

22. （10分）如图，P是 $\odot O$ 外一点，PA是切线，A为切点，割线PBC与 $\odot O$ 相交于点B，C，PC=2PA，D为PC的中点，AD的延长线交 $\odot O$ 于点E，证明：

（ I ） BE=EC；

（ II ） $AD \cdot DE = 2PB^2$.



【选修4-4：坐标系与参数方程】

23. 在直角坐标系xOy中，以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，半圆C的极坐标方程为 $\rho = 2\cos\theta$ ， $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$

（ I ） 求C的参数方程；

（ II ） 设点D在半圆C上，半圆C在D处的切线与直线l: $y = \sqrt{3}x + 2$ 垂直，根据（1）中你得到的参数方程，求直线CD的倾斜角及D的坐标.

六、解答题（共1小题，满分0分）

24. 设函数 $f(x) = \left|x + \frac{1}{a}\right| + |x - a|$ ($a > 0$).

(I) 证明: $f(x) \geq 2$;

(II) 若 $f(3) < 5$, 求 a 的取值范围.