1997 年陕西高考文科数学真题及答案

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分．第Ⅰ卷 1 至 2 页．第Ⅱ卷 3 至 8 页．共 150 分．考试时间 120 分钟．

第Ⅰ卷(选择题共 65 分)

注意事项：

1．答第Ⅰ卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目用铅笔涂写在答题卡上．

2．每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案，不能答在试题卷上．

3．考试结束，监考人将本试卷和答题卡一并收回．

一、选择题：本大题共 15 小题；第(1)—(10)题每小题 4 分，第(11)—(15)题每小题 5 分，共 65 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

(1) 设集合 $M=\{x|0\leqslant x<2\}$，集合 $N=\{x|x^2-2x-3<0\}$，集合 $M\cap N=$ ( )

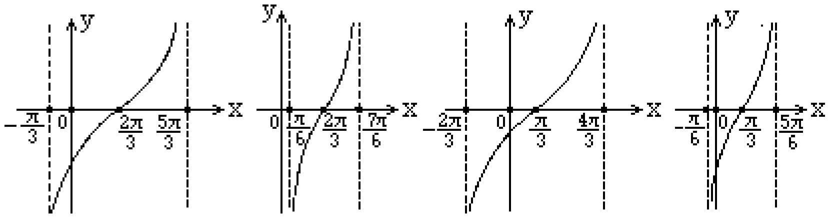
(A) $\{x|0\leqslant x<1\}$　　(B) $\{x|0\leqslant x<2\}$

(C) $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$　　(D) $\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$

(2) 如果直线 $ax+2y+2=0$ 与直线 $3x-y-2=0$ 平行，那么系数 $a=$ ( )

(A) -3　　(B) -6　　(C) $-\dfrac{3}{2}$　　(D) $\dfrac{2}{3}$

(3) 函数 $y=\mathrm{tg}\left(\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{3}\pi\right)$ 在一个周期内的图像是 ( )



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

(4) 已知三棱锥 $D—ABC$ 的三个侧面与底面全等，且 $AB=AC=\sqrt{3}$，$BC=2$，则以 BC 为棱，以面 BCD 与面 BCA 为面的二面角的大小是 ( )

(A) $\dfrac{\pi}{4}$　　(B) $\dfrac{\pi}{3}$　　(C) $\dfrac{\pi}{2}$　　(D) $\dfrac{2\pi}{3}$

(5) 函数 $y=\sin(\dfrac{\pi}{3}-2x)+\sin 2x$ 的最小正周期是　　(　　)

(A) $\dfrac{\pi}{2}$　　(B) π　　(C) 2π　　(D) 4π

(6) 满足 $\mathrm{tg}\ a\geqslant\mathrm{ctg}\ a$ 的角 a 的一个取值区间是　　(　　)

(A) $\left(0,\ \dfrac{\pi}{4}\right]$　　(B) $\left[0,\ \dfrac{\pi}{4}\right]$　　(C) $\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right)$　　(D) $\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right]$

(7) 设函数 $y=f(x)$ 定义在实数集上，则函数 $y=f(x-1)$ 与 $y=f(1-x)$ 的图像关于　　(　　)

(A) 直线 $y=0$ 对称　　(B) 直线 $x=0$ 对称

(C) 直线 $y=1$ 对称　　(D) 直线 $x=1$ 对称

(8) 长方体一个顶点上三条棱的长分别是 3，4，5 且它的八个顶点都在同一个球面上，这个球的表面积是　　(　　)

(A) $20\sqrt{2}\ \pi$　　(B) $25\sqrt{2}\ \pi$　　(C) 50π　　(D) 200π

(9)如果直线 l 将圆：$x^2+y^2-2x-4y=0$ 平分，且不通过第四象限，那么 l 的斜率的取值范围是　　(　　)

(A) [0，2]　　(B) [0，1]　　(C) $[0，\dfrac{1}{2}]$　　(D) $\left[0,\ \dfrac{1}{2}\right)$

(10) 函数 $y=\cos^2x-3\cos x+2$ 的最小值为　　(　　)

(A) 2　　(B) 0　　(C) $-\dfrac{1}{4}$　　(D) 6

(11) 椭圆 C 与椭圆 $\dfrac{(x-3)^2}{9}+\dfrac{(y-2)^2}{4}=1$ 关于直线 $x+y=0$ 对称，椭圆 C 的方程是(　　)

(A) $\dfrac{(x+2)^2}{4}+\dfrac{(y+3)^2}{9}=1$　　(B) $\dfrac{(x-2)^2}{9}+\dfrac{(y-3)^2}{4}=1$

(C) $\dfrac{(x+2)^2}{9}+\dfrac{(y+3)^2}{4}=1$　　(D) $\dfrac{(x-2)^2}{4}+\dfrac{(y-3)^2}{9}=1$

(12) 圆台上、下底面积分别为 π、4π，侧面积为 6π，这个圆台的体积是　　(　　)

(A) $\dfrac{2\sqrt{3}\pi}{3}$　　(B) $2\sqrt{3}\pi$　　(C) $\dfrac{7\sqrt{3}\pi}{6}$　　(D) $\dfrac{7\sqrt{3}\pi}{3}$

(13) 定义在区间$(-\infty，+\infty)$的奇函数 $f(x)$ 为增函数；偶函数 $g(x)$ 在区间 $[0,\ +\infty)$ 的

图像与 $f(x)$ 的图像重合．设 $a>b>0$，给出下列不等式　　（　　）

① $f(b)-f(-a)>g(a)-g(-b)$；② $f(b)-f(-a) < g(a)-g(-b)$；

③ $f(a)-f(-b)>g(b)-g(-a)$；④ $f(a)-f(-b)<g(b)-g(a)$．

(A) ①与④　　(B) ②与③　　(C) ①与③　　(D) ②与④

(14) 不等式组 $\begin{cases} x>0 \\ \dfrac{3-x}{3+x}>\left|\dfrac{2-x}{2+x}\right| \end{cases}$ 的解集是　　（　　）

(A) $\{x|0<x<2\}$　　(B) $\{x|0<x<2.5\}$

(C) $\{x|0<x<\sqrt{6}\}$　　(D) $\{x|0<x<3\}$

(15)四面体的一个顶点为 A，从其它顶点与各棱的中点中取 3 个点，使它们和点 A 在同一平面上，不同的取法有　　（　　）

(A) 30 种　　(B) 33 种　　(C) 36 种　　(D) 39 种

第Ⅱ卷(非选择题 共 85 分)

注意事项：

1．第Ⅱ卷共 6 页，用钢笔或圆珠笔直接答在试题卷中．

2．答卷前将密封线内的项目填写清楚．

二、填空题：本大题共 4 小题；每小题 4 分，共 16 分．把答案填在题中横线上．

(16)已知 $\left(\dfrac{a}{x}-\sqrt{\dfrac{x}{2}}\right)^9$ 的展开式中 x^3 的系数为 $\dfrac{9}{4}$，常数 a 的值为__________.

(17)已知直线 $x-y=2$ 与抛物线 $y^2=4x$ 交于 A、B 两点，那么线段的中点坐标是_______.

(18) $\dfrac{\sin 7^\circ+\cos 15^\circ \sin 8^\circ}{\cos 7^\circ-\sin 15^\circ \sin 8^\circ}$ 的值为_________.

(19)已知 m、l 是直线，α、β 是平面，给出下列命题：

①若 l 垂直于 α 内的两条相交直线，则 $l\perp\alpha$；

②若 l 平行于 α，则 l 平行于 α 内的所有直线；

③若 $m\subset\alpha$，$l\subset\beta$，且 $l\perp m$，则 $\alpha\perp\beta$；

④若 $l\subset\beta$，且 $l\perp\alpha$，则 $\alpha\perp\beta$；

⑤若 $m\subset\alpha$，$l\subset\beta$，且 $\alpha\parallel\beta$，则 $m\parallel l$.

其中正确的命题的序号是____________.（注：把你认为正确的命题的序号都填上）

三、解答题：本大题共 6 小题；共 69 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

(20)（本小题满分 10 分）

已知复数 $z=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$，$\omega=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$．求复数 $z\omega+z\omega^3$ 的模及辐角主值．

(21)（本小题满分 11 分）

设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项的和．已知 $\frac{1}{3}S_3$ 与 $\frac{1}{4}S_4$ 的等比中项为 $\frac{1}{5}S_5$，$\frac{1}{3}S_3$ 与 $\frac{1}{4}S_4$ 的等差中项为 1．求等差数列 $\{a_n\}$ 的通项 a_n．

(22)（本小题满分 12 分）

甲、乙两地相距 s 千米，汽车从甲地匀速行驶到乙地，速度不得超过 c 千米/时．已知汽车每小时的运输成本(以元为单位)由可变部分和固定部分组成：可变部分与速度 v(千米/时)的平方成正比，且比例系数为 b；固定部分为 a 元．

(Ⅰ)把全程运输成本 y(元)表示为速度 v(千米/时)的函数，并指出这个函数的定义域；

(Ⅱ)为了使全程运输成本最小，汽车应以多大速度行驶？

(23)（本小题满分 12 分）

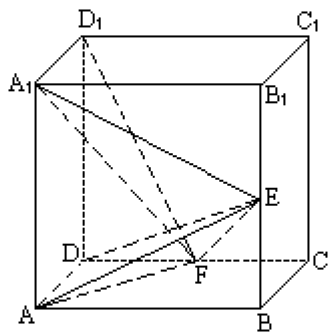
如图，在正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中，E、F 分别是 BB_1、CD 的中点．

(Ⅰ)证明 $AD\perp D_1F$；

(Ⅱ)求 AE 与 D_1F 所成的角；

(Ⅲ)证明面 $AED\perp$ 面 A_1FD_1；

(Ⅳ)设 $AA_1=2$，求三棱锥 $E—AA_1F$ 的体积 V_{E-AA_1F}．



(24)（本小题满分 12 分）

已知过原点 O 的一条直线与函数 $y=\log_8 x$ 的图像交于 A、B 两点，分别过点 A、B 作 y 轴的平行线与函数的 $y=\log_2 x$ 的图像交于 C、D 两点．

(Ⅰ)证明点 C、D 和原点 O 在同一条直线上；

(Ⅱ)当 BC 平行于 x 轴时，求点 A 的坐标．

(25)（本小题满分 12 分）

已知圆满足：①截 y 轴所得弦长为 2；②被 x 轴分成两段圆弧，其弧长的比为 3：1；③圆心到直线 l：$x-2y=0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$．求该圆的方程．

1997年普通高等学校招生全国统一考试

数学试题(文史类)参考解答及评分标准

说明：

一．本解答指出了每题要考查的主要知识和能力，并给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同,可根据试题的主要考查内容比照评分标准制订相应的评分细则.

二．对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应得分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分.

三．解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

四．只给整数分数．选择题和填空题不给中间分.

一、选择题：本题考查基本知识和基本运算．第(1)—(10)题每小题4分，第(11)—(15)题每小题5分．满分65分.

(1)B　(2)B　(3)A　(4)C　(5)B　(6)C　(7)D　(8)C　(9)A　(10)B　(11)A　(12)D

(13)C　(14)C　(15)B

二、填空题：本题考查基本知识和基本运算．每小题4分，满分16分.

(16)4　　(17)（4，2）　　(18)$2-\sqrt{3}$　　(19)①，④

注：第(19)题多填、漏填和错填均给0分.

三、解答题

(20)本小题主要考查复数的基本概念、复数的运算等基础知识，考查利用三角公式进行变形的技能和运算能力．满分10分.

解法一：将已知复数化为复数三角形式：

$$z=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i=\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3},$$

$$\omega=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$=\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}$$

依题意有 $z\omega+z\omega_3$

$$=(\cos\frac{7\pi}{12}+i\sin\frac{7\pi}{12})+(\cos\frac{13\pi}{12}+i\sin\frac{13\pi}{12})$$

$$=(\cos\frac{7\pi}{12}+\cos\frac{13\pi}{12})+i(\sin\frac{7\pi}{12}+\sin\frac{13\pi}{12})$$

$$=2\cos\frac{\pi}{4}(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6})$$

故复数 $z\omega+z\omega^3$ 的模为 $\sqrt{2}$，辐角主值为 $\frac{5\pi}{6}$.

解法二：$z\omega+z\omega^3$

$$=z\omega(1+\omega^2)$$

$$=(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i)(1+i)$$

$$=\sqrt{2}(-\frac{\sqrt{3}}{2}i+\frac{1}{2}i)$$

$$=\sqrt{2}(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6})$$

(21)本小题主要考查等差数列、等比数列、方程组等基础知识，考查运算能力．满分 11 分．

解：设等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=a$，公差为 d，则通项为

$$a_n=a+(n-1)d,$$

前 n 项和为

$$S_n=na+\frac{n(n-1)}{2}d,$$

依题意有

$$\begin{cases}\frac{1}{3}S_3\cdot\frac{1}{4}S_4=\left(\frac{1}{5}S_5\right)^2\\ \frac{1}{3}S_3+\frac{1}{4}S_4=2\end{cases}$$

其中 $S_5\neq0$.

由此可得

$$\begin{cases}\frac{1}{3}\left(3a+\frac{3\times 2}{2}d\right)\times\frac{1}{4}\left(4a+\frac{4\times 3}{2}d\right)=\frac{1}{25}\left(5a+\frac{5\times 4}{2}d\right)^2\\ \frac{1}{3}\left(3a+\frac{3\times 2}{2}d\right)+\frac{1}{4}\left(4a+\frac{4\times 3}{2}d\right)=2\end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases}3ad+5d^2=0\\ 2a+\frac{5}{2}d=2\end{cases}$$

解方程组得

$$\begin{cases}d=0\\ a=1\end{cases}\qquad\qquad \begin{cases}d=-\frac{12}{5}\\ a=4\end{cases}$$

由此得

$a_n=1$；

或　$a_n=4-\frac{12}{5}(n-1)$

$=\frac{32}{5}-\frac{12}{5}n.$

经验证知时 $a_n=1$，$S_5=5$，或 $a_n=\frac{32}{5}-\frac{12}{5}n$ 时，$S_5=-4$，均适合题意.

故所求等差数列的通项为 $a_n=1$，或 $a_n=\frac{32}{5}-\frac{12}{5}n$.

(22)本小题主要考查建立函数关系、不等式性质、最大值、最小值等基础知识，考查综合应用所学数学知识、思想和方法解决实际问题的能力．满分 12 分．

解：(1)依题意知汽车从甲地匀速行驶到乙地所用时间为$\frac{s}{v}$，全程运输成本为

$$y=a\cdot\frac{s}{v}+bv^2\cdot\frac{s}{v}=S\left(\frac{a}{v}+bv\right)$$

故所求函数及其定义域为

$$y=S\left(\frac{a}{v}+bv\right),\quad v\in(0,\ c]$$

（II）依题意知 S、a、b、v 都为正数，故有

$S\left(\frac{a}{v}+bv\right)\geqslant 2S\sqrt{ab}$.

当且仅当$\frac{a}{v}=bv$，即$v=\sqrt{\frac{a}{b}}$时上式中等号成立.

若$\sqrt{\dfrac{a}{b}} \le c$，则当$v=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$时，全程运输成本 y 最小.

若$\sqrt{\dfrac{a}{b}} > c$，当$x \in (0,\ c]$时，有

$S(\dfrac{a}{v}+bv)-S(\dfrac{a}{c}+bc)=\ S[(\dfrac{a}{v}-\dfrac{a}{c})+(bv-bc)]=\dfrac{S}{vc}(c-v)(a-bcv)$.

因为 $c-v\geqslant 0$，且 $a>bc_2$，故有

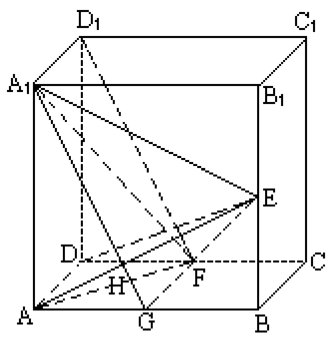
$a-bcv\geqslant a-bc^2>0$,

所以 $S(\dfrac{a}{v}+bv)\geqslant S(\dfrac{a}{c}+bc)$，且仅当 $v=c$ 时等号成立.

也即当 $v=c$ 时，全程运输成本 y 最小.

综上知，为使全程运输成本 y 最小，当$\dfrac{\sqrt{ab}}{b}\le c$时行驶速度应为$v=\dfrac{\sqrt{ab}}{b}$；当$\dfrac{\sqrt{ab}}{b}>c$时行驶速度应为.

(23)本小题主要考查直线与直线，直线与平面，平面与平面的位置关系，考查逻辑推理和空间想象能力．满分 12 分.



解：(Ⅰ) ∵ AC_1是正方体，

∴ $AD\perp$面 DC_1.

又 $D_1F\subset$面 DC_1,

∴ $AD\perp D_1F$.

(Ⅱ)取 AB 中点 G，连结 A_1G，FG.

因为 F 是 CD 的中点，所以 GF、AD 平行且相等，又 A_1D_1、AD 平行且相等，所以 GF、A_1D_1 平行且相等，故 GFD_1A_1 是平行四边形，

$A_1G// D_1F$.

设 A_1G 与 AE 相交于点 H，$\angle AHA_1$ 是 AE 与 D_1F 所成的角.

因为 E 是 BB_1 的中点，所以

$\mathrm{Rt}\triangle A_1AG\cong\mathrm{Rt}\triangle ABE$，$\angle GA_1A=\angle GAH$,

从而$\angle AHA_1=90^\circ$，

也即直线 AE 与 D_1F 所成的角为直角.

(Ⅲ)由(Ⅰ)知 $AD\perp D_1F$，由(Ⅱ)知 $AE\perp D_1F$，又 $AD\cap AE=A$,

所以 D_1F⊥面 AED.

又因为 $D_1F\subset$面 A_1FD_1，所以面 AED⊥面 A_1FD_1.

(Ⅳ)∵　体积 $V_{E-AA_1F}=V_{F-AA_1E}$，

又 FG⊥面 ABB_1A_1，三棱锥 $F-AA_1E$ 的高 $FG=AA_1=2$，

面积　$S_{\Delta AA_1E}=\frac{1}{2}S_{\Box ABB_1A_1}=\frac{1}{2}\times 2^2=2$.

$\therefore V_{E-AA_1F}=\frac{1}{3}\times S_{\Delta AA_1E}\times FG=\frac{1}{3}\times 2\times 2=\frac{4}{3}$

(24)本小题主要考查对数函数图像、对数换底公式、对数方程、指数方程等基础知识，考查运算能力和分析问题的能力，满分 12 分.

解：(Ⅰ)设点 A、B 的横坐标分别为 x_1、x_2 由题设知，$x_1>1$，$x_2>1$. 则点 A、B 纵坐标分别为 $\log_8 x_1$、$\log_8 x_2$.

因为 A、B 在过点 O 的直线上，所以，$\frac{\log_8 x_1}{x_1}=\frac{\log_8 x_2}{x_2}$

点 C、D 坐标分别为(x_1，$\log_2 x_1$)，(x_2，$\log_2 x_2$).

由于 $\log_2 x_1=\frac{\log_8 x_2}{\log_8 2}-3\ \log_8 x_1$，

$\log_2 x_2=\frac{\log_8 x_2}{\log_8 2}=3\log_8 x_2$

OC 的斜率　$k_1=\frac{\log_2 x_1}{x_1}=\frac{3\log_8 x_1}{x_1}$，

OD 的斜率　$k_2=\frac{\log_2 x_2}{x_2}=\frac{3\log_8 x_2}{x_2}$.

由此可知，$k_1=k_2$，

即 O、C、D 在同一条直线上.

(Ⅱ)由于 BC 平行于 x 轴知

$\log_2 x_1=\log_8 x_2$，

即得　$\log_2 x_1=\frac{1}{3}\log_2 x_2$，

∴　$x_2=x_1^3$.

代入 $x_2\log_8 x_1=x_1\log_8 x_2$ 得

$x_1^3\log_8 x_1=3x_1\log_8 x_1$.

由于 $x_1>1$ 知 $\log_8 x_1\neq 0$，

∴ $x_1^3=3x_1$.

考虑 $x_1>1$ 解得 $x_1=\sqrt{3}$.

于是点 A 的坐标为($\sqrt{3}$，$\log_8\sqrt{3}$).

(25)本小题主要考查轨迹的思想，考查综合运用知识建立曲线方程的能力．满分 12 分．

解：设圆 P 的圆心为 $P(a,\ b)$，半径为γ，则点 P 到 x 轴，y 轴的距离分别为$|b|$，$|a|$．由题设知圆 P 截 x 轴所得劣弧对的圆心角为 90º，知圆 P 截 x 轴所得的弦长为$\sqrt{2}r$．故

$r_2=2b^2$

又圆 P 被 y 轴所截得的弦长为 2，所以有

$r^2=a^2+1$.

从而得 $2b^2-a^2=1$.

又因为 $P(a,\ b)$到直线 $x-2y=0$ 的距离为$\frac{\sqrt{5}}{5}$，所以$d=\frac{|a-2b|}{\sqrt{5}}\frac{\sqrt{5}}{5}$，

即有　$a-2b=\pm 1$，

由此有

$$\begin{cases}2b^2-a^2=1\\a-2b=1\end{cases}\qquad\begin{cases}2b^2-a^2=1\\a-2b=-1\end{cases}$$

解方程组得

$$\begin{cases}a=-1\\b=-1\end{cases}\qquad\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$$

于是 $r^2=2b^2=2$，

所求圆的方程是

$(x+1)^2+(y+1)^2=2$，或$(x-1)^2+(y-1)^2=2$.