绝密★启用前

2005年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷(文史类)

（满分150分，考试时间120分钟）

考生注意

1. 本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.
2. 作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位.在试卷上作答一律不得分.
4. 用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

一、填空题（本大题满分48分）本大题共有12题，只要求直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律得零分.

1．函数 $f(x)=\log_4(x+1)$ 的反函数 $f^{-1}(x)=$__________.

2．方程 $4^x+2^x-2=0$ 的解是__________.

3．若 x,y 满足条件 $\begin{cases}x+y\le 3\\ y\le 2x\end{cases}$，则 $z=3x+4y$ 的最大值是__________.

4．直角坐标平面 xoy 中，若定点 $A(1,2)$ 与动点 $P(x,y)$ 满足 $\overrightarrow{OP}\bullet\overrightarrow{OA}=4$，则点P的轨迹方程是__________.

5．函数 $y=\cos 2x+\sin x\cos x$ 的最小正周期T=__________.

6．若 $\cos\alpha=\frac{1}{7}$，$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，则 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)$=__________.

7．若椭圆长轴长与短轴长之比为2，它的一个焦点是 $\left(2\sqrt{15},0\right)$，则椭圆的标准方程是__________.

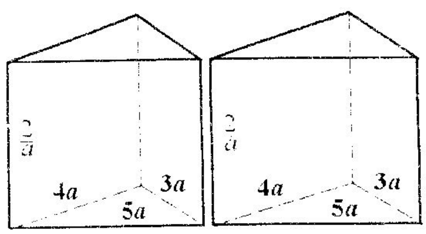
8．某班有50名学生，其中15人选修A课程，另外35人选修B课程.从班级中任选两名学生，他们是选修不同课程的学生的概率是__________.（结果用分数表示）

9．直线 $y=\frac{1}{2}x$ 关于直线 $x=1$ 对称的直线方程是__________.

10．在 ΔABC 中，若 $A=120°$，AB=5，BC=7，则AC=__________.

11．函数 $f(x)=\sin x+2|\sin x|,x\in[0,2\pi]$ 的图象与直线 $y=k$ 有且仅有两个不同的交点，则 k 的取值范围是__________.

12．有两个相同的直三棱柱，高为 $\frac{2}{a}$，底面三角形的



三边长分别为$3a,4a,5a(a>0)$.用它们拼成一个三棱柱或四棱柱，在所有可能的情形中，全面积最小的是一个四棱柱，则a的取值范围是__________.

二、选择题（本大题满分16分）本大题共有4题，每题都给出代号为A、B、C、D的四个结论，其中有且只有一个结论是正确的，必须把正确结论的代号写在题后的圆括号内，选对得4分，不选、选错或者选出的代号超过一个（不论是否都写在圆括号内），一律得零分.

13．若函数$f(x)=\dfrac{1}{2^x+1}$，则该函数在$(-\infty,+\infty)$上是　　（　）

A．单调递减无最小值　　B．单调递减有最小值

C．单调递增无最大值　　D．单调递增有最大值

14．已知集合$M=\{x\,\|\,x-1|\le 2,x\in R\}$，$P=\left\{x\,|\,\dfrac{5}{x+1}\ge 1,x\in Z\right\}$，则$M\cap P$等于（　）

A．$\{x\,|\,0<x\le 3,x\in Z\}$　　B．$\{x\,|\,0\le x\le 3,x\in Z\}$

C．$\{x\,|\,-1\le x\le 0,x\in Z\}$　　D．$\{x\,|\,-1\le x<0,x\in Z\}$

15．条件甲：“$a>1$”是条件乙：“$a>\sqrt{a}$”的　　（　）

A．既不充分也不必要条件　　B．充要条件

C．充分不必要条件 D．必要不充分条件

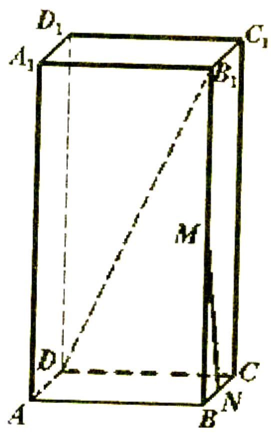
16．用n个不同的实数$a_1,a_2,\cdots,a_n$可得到$n!$个不同的排列，每个排列为一行写成一个$n!$行的数阵.对第i行$a_{i1},a_{i2},\cdots,a_{in}$，记$b_i=-a_{i1}+2a_{i2}-3a_{i3}+\cdots+(-1)^n na_{in}$，$i=1,2,3,\cdots,n!$.例如：用1，2，3可得数阵如图，由于此数阵中每一列各数之和都是12，所以，$b_1+b_2+\cdots+b_6=-12+2\times 12-3\times 12=-24$，那么，在用1，2，3，4，5形成的数阵中，$b_1+b_2+\cdots+b_{120}$等于（　）

1	2	3
1	3	2
2	1	3
2	3	1
3	1	2
3	2	1

A．－3600　　B．1800　　C．—1080　　D．—720

三、解答题（本大题满分86分）本大题共有6题，解答下列各题必须写出必要的步骤.

17．（本题满分12分）已知长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，M、N分别是BB_1和BC的中点，AB=4，AD=2，B_1D与平面ABCD



所成角的大小为$60°$，求异面直线B_1D与MN所成角的大小.（结果用反三角函数值表示）

18．（本题满分12分）在复数范围内解方程$|z|^2+(z+\bar{z})i=\dfrac{3-i}{2+i}$（$i$为虚数单位）.

19．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分.

已知函数 $f(x)=kx+b$ 的图象与 x,y 轴分别相交于点A、B，$\overrightarrow{AB}=2\vec{i}+2\vec{j}$（$\vec{i},\vec{j}$ 分别是与 x,y 轴正半轴同方向的单位向量），函数 $g(x)=x^2-x-6$.

（1）求 k,b 的值；

（2）当 x 满足 $f(x)>g(x)$ 时，求函数 $\dfrac{g(x)+1}{f(x)}$ 的最小值.

20．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分.

假设某市2004年新建住房面积400万平方米，其中有250万平方米是中低价房.预计在今后的若干年内，该市每年新建住房面积平均比上一年增长8%.另外，每年新建住房中，中低价房的面积均比上一年增加50万平方米.那么，到哪一年底，

（1）该市历年所建中低价层的累计面积（以2004年为累计的第一年）将首次不少于4750万平方米？

（2）当年建造的中低价房的面积占该年建造住房面积的比例首次大于85%？

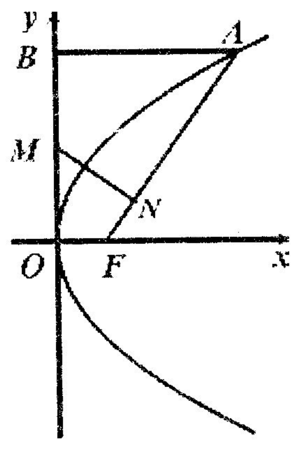
21．（本题满分16分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分6分.

已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为F，A是抛物线上横坐标为4、且位于 x 轴上方的点，A到抛物线准线的距离等于5.过A作AB垂直于 y 轴，垂足为B，OB的中点为M.

（1）求抛物线方程；

（2）过M作 $MN\perp FA$，垂足为N，求点N的坐标；

（3）以M为圆心，MB为半径作圆M，当 $K(m,0)$ 是 x 轴上一动点时，讨论直线AK与圆M的位置关系.



22．（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分8分，第3小题满分6分.

对定义域是 D_f 、 D_g 的函数 $y=f(x)$、 $y=g(x)$，规定：函数

$$h(x)=\begin{cases} f(x)g(x), & 当x\in D_f且x\in D_g \\ f(x), & 当x\in D_f且x\notin D_g \\ g(x), & 当x\notin D_f且x\in D_g \end{cases}.$$

（1）若函数 $f(x)=-2x+3$， $g(x)=x-2$，写出函数 $h(x)$ 的解析式；

（2）求问题（1）中函数 $h(x)$ 的最大值；

（3）若 $g(x)=f(x+\alpha)$，其中 α 是常数，且 $\alpha\in[0,\pi]$，请设计一个定义域为R的函数 $y=f(x)$，及一个 α 的值，使得 $h(x)=\cos 2x$，并予以证明.

数学（文）参考答案

说明

1，本解答列出试题的一种或几种解法，如果考生的解法与所列解法不同.可参照解答中评分标准的精神进行评分.

2．评阅试卷，应坚持每题阅到底，不要因为考生的解答中出现错误而中断对该题的评阅，当考生的解答在某一步出现错误，影响了后继部分，但该步以后的解答未改变这一题的内容和难度时，可视影响程度决定后面部分的给分，这时原则上不应超过后面部分应给分数之半，如果有较严重的概念性错误，就不给分.

一、（第1题至第12题）

1．4^x-1　2．x=0　3．11　4．x+2y－4=0　5．π　6．$-\dfrac{11}{14}$　7．$\dfrac{x^2}{80}+\dfrac{y^2}{20}=1$

8．$\dfrac{3}{7}$　9．x+2y－2=0　10．3　11．$1<k<3$　12．$0<a<\dfrac{\sqrt{15}}{3}$

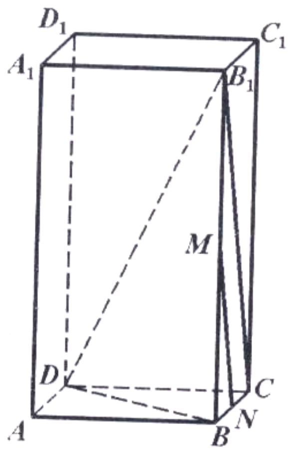
二、（第13题至16题）

13.A　14.B　15.B　16.C

三、（第17题至第22题）

17．[解]联结B_1C，由M、N分别是BB_1和BC的中点，得B_1C//MN

∴$\angle DB_1C$就是异面直线B_1D与MN所成的角.



联结BD，在Rt△ABD中，可得$BD=2\sqrt{5}$，

又BB_1⊥平面ABCD.

$\angle B_1DB$是B_1D与平面ABCD的所成的角，

∴$\angle B_1DB$=60°.

在Rt△B_1BD中，BB_1=BDtan60°=$2\sqrt{15}$，

又DC⊥平面BB_1C_1C，∴DC⊥B_1C，

在Rt△CB_1C中，$\tan\angle DB_1C=\dfrac{DC}{B_1C}=\dfrac{DC}{\sqrt{BC^2+BB_1^2}}=\dfrac{1}{2}$

∴$\angle DB_1C=\arctan\dfrac{1}{2}$,

即异面直线B_1D与MN所成角的大小为$\arctan\dfrac{1}{2}$.

18．解：原方程化简为$|z|^2+(z+\bar{z})i=1-i$

设$z=x+yi(x,y\in R)$,代入上述方程得

$x^2+y^2+2xi=1-i$,　　$\therefore\begin{cases}x^2+y^2=1,\\2x=-1\end{cases}$,

解得$\begin{cases} x=-\dfrac{1}{2} \\ y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$，∴原方程的解是$z=-\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}i.$

19．解：（1）由已知得 $A(-\dfrac{b}{k},0),B(0,b),则\overrightarrow{AB}=\{\dfrac{b}{k},b\}$

于是$\begin{cases} \dfrac{b}{k}=2 \\ b=2 \end{cases}$， ∴$\begin{cases} k=1 \\ b=2 \end{cases}$.

（2）由 $f(x)>g(x),得x+2>x^2-x-6,$

即 $(x+2)(x-4)<0,得-2<x<4,$

$\dfrac{g(x)+1}{f(x)}=\dfrac{x^2-x-5}{x+2}=x+2+\dfrac{1}{x+2}-5,$

由于 $x+2>0,则\dfrac{g(x)+1}{f(x)}\geq -3$，其中等号当且仅当$x$+2=1，即$x$=－1时成立，

∴$\dfrac{g(x)+1}{f(x)}$时的最小值是－3.

20．解：（1）设中低价房面积形成数列$\{a_n\}$，由题意可知$\{a_n\}$是等差数列，

其中a_1=250，d=50，则 $S_n=250n+\dfrac{n(n-1)}{2}\times 50=25n^2+225n,$

令$25n^2+225n\geq 4750,$ 即$n^2+9n-190\geq 0,而n是正整数,\therefore n\geq 10.$

∴到2013年底，该市历年所建中低价房的累计面积将首次不少于4750万平方米.

（2）设新建住房面积形成数列{b_n}，由题意可知{b_n}是等比数列，

其中b_1=400，q=1.08， 则$b_n=400\cdot(1.08)^{n-1}$

由题意可知$a_n>0.85b_n$

有$250+(n-1)50>400\cdot(1.08)^{n-1}\cdot 0.85$.

由计算器解得满足上述不等式的最小正整数n=6，

∴到2009年底，当年建造的中低价房的面积占该年建造住房面积的比例首次大于85%.

21．解：（1）抛物线 $y^2=2px的准线为x=-\dfrac{p}{2},于是4+\dfrac{p}{2}=5,\therefore p=2.$

∴抛物线方程为$y^2=4x$.

（2）∵点A的坐标是（4，4），由题意得B（0，4），M（0，2），

又∵F（1，0），$\therefore k_{FA}=\dfrac{4}{3};MN\perp FA,\therefore k_{MN}=-\dfrac{3}{4},$

则FA的方程为y=$\frac{4}{3}$（x－1），MN的方程为 $y-2=-\frac{3}{4}x.$

解方程组$\begin{cases} y=\frac{4}{3}(x-1) \\ y-2=-\frac{3}{4}x \end{cases}$,得$\begin{cases} x=\frac{8}{5} \\ y=\frac{4}{5} \end{cases}$ $\quad\therefore N(\frac{8}{5},\frac{4}{5}).$

（3）由题意得，圆M的圆心是点（0，2），半径为2.

当m=4时，直线AK的方程为x=4，此时，直线AK与圆M相离，

当m≠4时，直线AK的方程为 $y=\frac{4}{4-m}(x-m)$, 即为 $4x-(4-m)y-4m=0$,

圆心M（0，2）到直线AK的距离 $d=\frac{|2m+8|}{\sqrt{16+(m-4)^2}}$，令 $d>2$,解得$m>1$

$\therefore$当$m>1$时，直线AK与圆M相离；

当m=1时，直线AK与圆M相切；

当 $m<1$ 时，直线AK与圆M相交.

22．解（1）$h(x)=\begin{cases}(-2x+3)(x-2) & x\in[1,+\infty) \\ x-2 & x\in(-\infty,1)\end{cases}$

（2）当 $x\geq 1$时, $h(x)=(-2x+3)(x-2)=-2x^2+7x-6=-2(x-\frac{7}{4})^2+\frac{1}{8}.$

$\therefore h(x)\leq\frac{1}{8}$;当$x<1$时, $h(x)<-1$, $\therefore$ 当$x=\frac{7}{4}$时, $h(x)$取得最大值是$\frac{1}{8}$.

（3）[解法一]令 $f(x)=\sin x+\cos x,\alpha=\frac{\pi}{2}$,

则 $g(x)=f(x+\alpha)=\sin(x+\frac{\pi}{2})+\cos(x+\frac{\pi}{2})=\cos x-\sin x,$

于是 $h(x)=f(x)\cdot f(x+\alpha)=(\cos x+\sin x)(\cos x-\sin x)=\cos 2x.$

[解法二]令 $f(x)=1+\sqrt{2}\sin x,\alpha=\pi$，

则 $g(x)=f(x+\alpha)=1+\sqrt{2}\sin(x+\pi)=1-\sqrt{2}\sin x,$

于是 $h(x)=f(x)\cdot f(x+\alpha)=(1+\sqrt{2}\sin x)(1-\sqrt{2}\sin x)=1-2\sin^2 x=\cos 2x.$