2006年陕西高考理科数学真题及答案

注意事项：

1．本试卷分第一部分和第二部分。第一部分为选择题，第二部分为非选择题。

2．考生领到试卷后，须按规定在试卷上填写姓名、准考证号，并在答题卡上填涂对应的试卷类型信息点。

3．所有答案必须在答题卡指定区域内作答，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分　选择题（共60分）

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的（本大题共12小题，每小题5分，共60分）。

1．已知集合 $P=\{x\in N\mid 1\le x\le 10\}$,集合$Q=\{x\in R\mid x^2+x-6=0\}$,则$P\cap Q$等于

（A）{1，2，3}　　（B）{2，3}　　（C）{1，2}　　（D）{2}

2．复数 $\dfrac{(1+i)^2}{1-i}$ 等于

（A）$1+i$　　（B）$-1-i$　　（C）$1-i$　　（D）$-1+i$

3．$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{2n(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-1})}$ 等于

（A）0　　（B）$\dfrac{1}{4}$　　（C）$\dfrac{1}{2}$　　（D）1

4．设函数 $f(x)=\log_a(x+b)(a>0,a\ne 1)$ 的图像过点（2，1），其反函数的图像过点（2，8），则 a+b 等于

（A）3　　（B）4　　（C）5　　（D）6

5．设直线过点（0，a）其斜率为1，且与圆 $x^2+y^2=2$ 相切，则 a 的值为

（A）± 4　　（B）$\pm 2\sqrt{2}$　　（C）± 2　　（D）$\pm\sqrt{2}$

6．“α、β、γ成等差数列”的“等式sin(α+ γ)=sin2β成立”的是

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分又不必要条件

7．已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{2}=1(a>\sqrt{2})$ 的两条渐近线的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$，则双曲线的离心率为

（A）$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　（B）$\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$　　（C）$\sqrt{3}$　　（D）2

8．已知不等式$(x+y)(\frac{1}{x}+\frac{a}{y})\geq 9$对任意正实数 x, y 恒成立，则正实数 a 的最小值为

（A）8　　（B）6　　（C）4　　（D）2

9．已知非零向量$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{AC}$满足

$(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|})\cdot\overrightarrow{BC}=0$ 且 $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}\cdot\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}=\frac{1}{2}$.

则△ABC 为

（A）等边三角形　　（B）直角三角形

（C）等腰非等边三角形　　（D）三边均不相等的三角形

10．已知函数$f(x)=ax^2+2ax+4(0<a<3)$．若$x_1<x_2$，$x_1+x_2=1-a$，则

（A）$f(x_1)>f(x_2)$　　（B）$f(x_1)<f(x_2)$

（C）$f(x_1)=f(x_2)$　　（D）$f(x_1)$与$f(x_2)$的大小不能确定

11．已知平面α外不共线的三点 A，B，C到α的距离都相等，则正确的结论是

（A）平面 ABC 必平行于α

（B）平面 ABC 必不垂直于α

（C）平面 ABC 必与α相交

（D）存在△ABC 的一条中位线平行于α或在α内

12．为确保信息安全，信息需加密传输，发送方由明文→密文（加密），接收方由密文→明文（解密）．已知加密规则为：明文 a, b, c, d 对应密文 $a+2b, 2b+c, 2c+3d, 4d$．例如，明文 1, 2, 3, 4 对应密文 5, 7, 18, 16．当接收方收到密文 14, 9, 23, 28 时，则解密得到的明文为

（A）7, 6, 1, 4　　（B）6, 4, 1, 7　　（C）4, 6, 1, 7　　（D）1, 6, 4, 7

第二部分（共 90 分）

二．填空题 把答案填在答题卡相应题号后的横线上（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）．

13．$\cos 43^\circ\cos 77^\circ+\sin 43^\circ\cos 167^\circ$的值为________.

14．$(3x-\frac{1}{\sqrt{x}})^{12}$展开式中 x^{-1} 的系数为_______（用数字作答）.

15．水平桌面α上放有 4 个半径均为 2R 的球,且相邻的球都相切(球心的连线构成正方形).在这 4 个球的上面放 1 个半径为 R 的小球，它和下面的 4 个球恰好都相切，则小球的球心到水平桌面α的距离是___________.

16．某校从 8 名教师中选派 4 名教师同时去 4 个边远地区支教（每地 1 人），其中甲和乙不同去，甲和丙只能同去或同不去，则不同的选派方案共有___________种（用数学作答）.

三．解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤（本大题共 6 小题，共 74 分）

17．（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin(2x-\dfrac{\pi}{6})+2\sin^2(x-\dfrac{\pi}{12})\ (x\in R).$

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的最小正周期；

（Ⅱ）求使函数 $f(x)$ 取得最大值的 x 的集合.

18.（本小题满分 12 分）

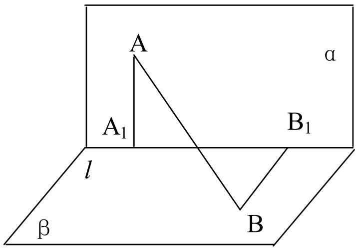
甲，乙，丙 3 人投篮，投进的概率分别是 $\dfrac{1}{3},\dfrac{2}{5},\dfrac{1}{2}$.现 3 人各投篮 1 次，求：

（Ⅰ）现有 3 人各投篮 1 次，求 3 人都没有投进的概率；

（Ⅱ）用 ξ 表示乙投篮 3 次的进球数，求随机变量 ξ 的概率分布及数学期望 Eξ.

19.（本小题满分 12 分）

如图，$\alpha\perp\beta,\alpha\cap\beta=l,A\in\alpha,B\in\beta$，点 A 在直线 l 上的射影为 A_1，点 B 在 l 上的射影为 B_1. 已知 $AB=2$，$AA_1=1$，$BB_1=\sqrt{2}$，求：



第 19 题图

（Ⅰ）直线 AB 分别与平面 α,β 所成角的大小；

（Ⅱ）二面角 A_1—AB—B_1 的大小.

20.（本小题满分 12 分）

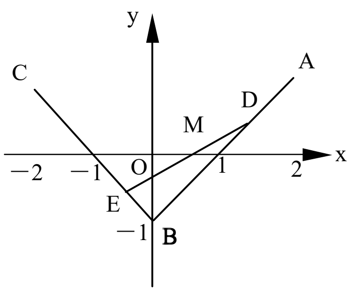
已知正项数列 $\{a_n\}$，其前 n 项和 S_n 满足 $10S_n=a_n^2+5a_n+6$，且 a_1,a_3,a_{15} 成等比数列，求数列 $\{a_n\}$ 的通项 a_n.

21.（本小题满分 12 分）

如图，三定点 A（2，1），B（0，−1），C（−2，1）；三动点 D，E，M 满足 $\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BE}=t\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{DM}=t\overrightarrow{DE},t\in[0,1]$.

（Ⅰ）求动直线 DE 斜率的变化范围；

（Ⅱ）求动点 M 的轨迹方程.



22.（本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=x^3-x^2+\dfrac{x}{2}+\dfrac{1}{4}$，且存在 $x_0\in(0,\dfrac{1}{2})$，使 $f(x_0)=x_0$。

（Ⅰ）证明：$f(x)$ 是 R 上的单调增函数；

（Ⅱ）设 $x_1=0,\ x_{n+1}=f(x_n)$，

$y_1=\frac{1}{2}$，$y_{n+1}=f(y_n)$

其中 n=1，2，…

证明：$x_n<x_{n+1}<x_0<y_{n+1}<y_{n\ 1}$；

（III）证明：$\frac{y_{n+1}-x_{n+1}}{y_n-x_n}<\frac{1}{2}.$

2006年陕西高考理科数学真题参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）.

1.B　2.C　3.B　4.C　5.B　6.A　7.D　8.B　9.D　10.A　11.D　12.C

二、填空题：（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）.

13. $-\frac{1}{2}$　14.594　15.3R　16. 600

三、解答题：（本大题共 6 小题，共 74 分）.

17．解：（I）$f(x)=\sqrt{3}\sin 2(x-\frac{\pi}{12})+1-\cos 2(x-\frac{\pi}{12})$

$$=2[\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2(x-\frac{\pi}{12})-\frac{1}{2}\cos 2(x-\frac{\pi}{12})]+1$$

$$=2\sin[2(x-\frac{\pi}{12})-\frac{\pi}{6}]+1$$

$$=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})+1.$$

$$\therefore T=\frac{2\pi}{2}=\pi.$$

（II）当$f(x)$取最大值时,$\sin(2x-\frac{\pi}{3})=1$,有

$$2x-\frac{\pi}{3}=2k\pi+\frac{\pi}{2},$$

即$x=k\pi+\frac{5\pi}{12}\qquad(k\in Z)$,

$\therefore$所求x的集合为$\{x\in R\mid x=k\pi+\frac{5\pi}{12},\quad k\in Z\}$.

18．解：（I）记“甲投篮 1 次投进”为事件 A_1，“乙投蓝 1 次投进”为事件 A_2，“丙投篮 1 次投进”为事件 A_3，“3 人都没有投进”为事件 A. 则 $P(A_1)=\frac{1}{3},P(A_2)=\frac{2}{5},P(A_3)=\frac{1}{2}.$

$\therefore P(A)=P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3})=P(\overline{A_1})\cdot P(\overline{A_2})\cdot P(\overline{A_3})$

$$=[1-P(A_1)]\cdot[1-P(A_2)]\cdot[1-P(A_3)]=(1-\frac{1}{3})(1-\frac{2}{5})(1-\frac{1}{2})=\frac{1}{5},$$

∴3 人都没有投进的概率为$\frac{1}{5}$.

（II）解法一： 随机变量ξ的可能值有 0，1，2，3.则 Eξ$=np=3\times\frac{2}{5}=\frac{6}{5}$.

解法二：ξ的概率分布为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{27}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{8}{125}$

Eξ$=0\times\frac{27}{125}+1\times\frac{54}{125}+2\times\frac{36}{125}+3\times\frac{8}{125}=\frac{6}{5}$.

19．解法一：(I）如图，连接 A_1B，AB_1.

∵$\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=l$，$AA_1\perp l$，$BB_1\perp l$，∴$AA_1\perp\beta$，$BB_1\perp a$.

则$\angle BAB_1$，$\angle ABA_1$分别是 AB 与α和β所成的角.

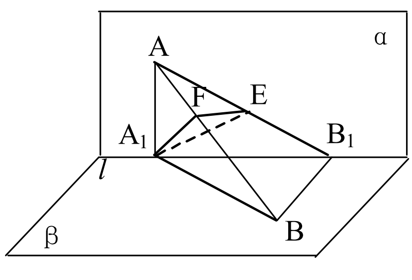
Rt$\triangle BB_1A$中，$BB_1=\sqrt{2}$，AB=2，

∴$\sin\angle BAB_1=\frac{BB_1}{AB}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，　　∴$\angle BAB_1=45°$

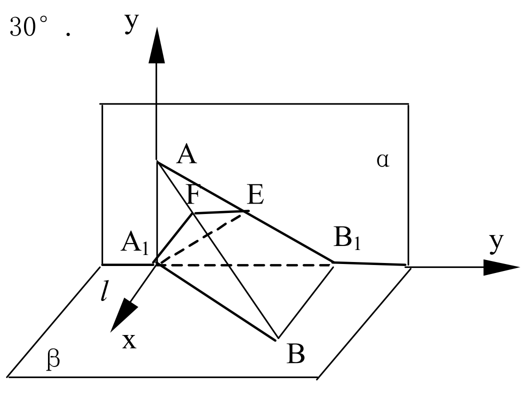
Rt$\triangle AA_1B$中，$AA_1=1$，AB=2，

∴$\sin\angle ABA_1=\frac{AA_1}{AB}=\frac{1}{2}$，　　∴$\angle ABA_1=30°$.

故 AB 与平面α，β，所成的角分别是 45°，30°.



第 19 题解法一图



第 19 题解法二图

（II）∵$BB_1\perp\alpha$，　∴平面$ABB_1\perp\alpha$.在平面α内过 A_1 作 $A_1E\perp AB_1$ 交 AB_1 于 E，则 $A_1E\perp$平面 AB_1B.过 E 作 $EF\perp AB$ 交 AB 于 F，连接 A_1F，则由三垂线定理得 $A_1F\perp AB$，

∴$\angle A_1FE$就是所求二面角的平面角.

在 Rt△ABB$_1$ 中，∠BAB$_1$=45°，∴AB$_1$=B$_1$B=$\sqrt{2}$.

∴Rt△AA$_1$B$_1$ 中，AA$_1$=A$_1$B$_1$=1，∴ $A_1E=\frac{1}{2}AB_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

在 Rt△AA$_1$B 中，$A_1B=\sqrt{AB^2-AA_1^2}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$.由 AA$_1$·A$_1$B=A$_1$F·AB 得

A$_1$F=$\frac{AA_1\cdot A_1B}{AB}=\frac{1\times\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，　∴在 Rt△A$_1$EF 中，sin∠A$_1$FE=$\frac{A_1E}{A_1F}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

∴二面角 A$_1$—AB—B$_1$ 的大小为 arcsin $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

解法二：（I）同解法一.

（II）如图，建立坐标系，则 A$_1$（0，0，0），

A（0，0，1），B$_1$（0，1，0），B（$\sqrt{2}$，1，0）.

在 AB 上取一点 F（x，y，z），则存在 t∈R，使得 $\overrightarrow{AF}=t\overrightarrow{AB}$，

即(x，y，z—1)=t($\sqrt{2}$，1，—1)，∴点 F 的坐标为($\sqrt{2}$t，t，1—t).

要使$\overrightarrow{A_1F}\perp\overrightarrow{AB}$,须$\overrightarrow{A_1F}\cdot\overrightarrow{AB}=0$,

即($\sqrt{2}$t，t，1—t)·($\sqrt{2}$，1，—1)=0，2t+t—(1—t)=0，解得 t=$\frac{1}{4}$，

∴点 F 的坐标为$(\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{1}{4},\frac{3}{4})$，　$\therefore\overrightarrow{A_1F}=(\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{1}{4},\frac{3}{4})$.

设 E 为 AB$_1$ 的中点，则点 E 的坐标为（0，$\frac{1}{2},\frac{1}{2}$），

$\therefore\overrightarrow{EF}=(\frac{\sqrt{2}}{4},-\frac{1}{4},\frac{1}{4})$.

又$\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{AB}=(\frac{\sqrt{2}}{4},-\frac{1}{4},\frac{1}{4})\cdot(\sqrt{2},1,-1)=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=0$,

$\therefore\overrightarrow{EF}\perp\overrightarrow{AB}$,　$\therefore\angle A_1FE$为所坆一面角的平面角.

$$又\cos\angle A_1FE=\frac{\overrightarrow{A_1F}\cdot\overrightarrow{EF}}{|\overrightarrow{A_1F}|\cdot|\overrightarrow{EF}|}=\frac{(\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{1}{4},\frac{3}{4})\cdot(\frac{\sqrt{2}}{4},-\frac{1}{4},\frac{1}{4})}{\sqrt{\frac{2}{16}+\frac{1}{16}+\frac{9}{16}}\cdot\sqrt{\frac{2}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}}}=\frac{\frac{1}{8}-\frac{1}{16}+\frac{3}{16}}{\sqrt{\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3},$$

∴二面角 A$_1$—AB—B$_1$ 的大小为 arccos$\frac{\sqrt{3}}{3}$.

20．解：$\because 10S_n = a_n^2 + 5a_n + 6$, ①$\therefore 10a_2 = a_1^2 + 5a_1 + 6$, 解之得 a_1=2 或 a_1=3.

又$10S_{n-1} = a_{n-1}^2 + 5a_{n-1} + 6 \qquad (n \ge 2)$ ②

由①—②得 $10a_n(a_n^2 - a_{n-1}^2) + 5(a_n - a_{n-1})$, 即$(a_n + a_{n-1})(a_n - a_{n-1} = 5) = 0$

$\because a_n + a_{n-1} > 0, \qquad \therefore a_n - a_{n-1} = 5(n \ge 2).$ 当$a_1 = 3$时$, a_3 = 13, a_{15} = 73.$

a_1, a_3, a_{15}不成等比数列$, a_1 \ne 3.$当$a_1 = 2$时$, a_3 = 12, a_{15} = 72,$有$a_3^2 = a_1 a_{15},$

$\therefore a_1 = 2, \qquad \therefore a_n = 5n - 3$

21．解：(I)

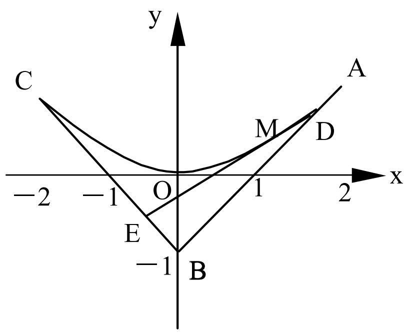
解法一：如图（1）设D(x_D, y_D)，E(x_E，y_E)，M(x, y).

由$\overrightarrow{AD} = t\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BE} = t\overrightarrow{BC}$, 知$(x_D - 2, y_D - 1) = t(-2,-2)$,

$\therefore \begin{cases} x_D = -2t + 2, \\ y_D = -2t + 1. \end{cases}$ 同理$\begin{cases} x_E = -2t, \\ y_E = 2t - 1. \end{cases}$

$\therefore k_{DE} = \dfrac{y_E - y_D}{x_E - x_D} = \dfrac{2t - 1 - (-2t + 1)}{-2t - (-2t + 2)} = 1 - 2t.$

$\because t \in [0,1], \qquad \therefore k_{DE} \in [-1,1].$



第 21 题解法图

(II) $\because \overrightarrow{DM} = t\overrightarrow{DE},$

$\therefore (x + 2t - 2, y + 2t - 1) = t(-2t + 2t - 2, 2t - 1 + 2t - 1) = t(-2, 4t - 2) = (-2t, 4t^2 - 2t),$

$\therefore \begin{cases} x = 2(1 - 2t), \\ y = (1 - 2t)^2, \end{cases} \therefore y = \dfrac{x^2}{4}$, 即$x^2 = 4y$.

$\because t \in [0,1], \therefore x = 2(1 - 2t) \in [-2,2]$

即所求轨迹方程为$x^2 = 4y, x \in [-2,2]$.

解法二：(I) 同上.

(II) 如图，

$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OA} + t(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) = (1 - t)\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB},$

$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{OB} + t\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OB} + t(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}) = (1 - t)\overrightarrow{OB} + t\overrightarrow{OC},$

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{OD} + t\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{OD} + t(\overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OD}) = (1 - t)\overrightarrow{OD} + t\overrightarrow{OE}$

$\quad = (1 - t)^2\overrightarrow{OA} + 2(1 - t)t\overrightarrow{OB} + t^2\overrightarrow{OC}.$

设M点坐标为(x, y)，由$\overrightarrow{OA} = (2,1), \overrightarrow{OB} = (0,-1), \overrightarrow{OC} = (-2,1)$得

$$\begin{cases} x=(1-t)^2\cdot 2+2(1-t)t\cdot 0+t^2\cdot(-2)=2(1-2t), \\ y=(1-t)^2\cdot 1+2(1-t)t\cdot(-1)+t^2\cdot 1=(1-2t)^2, \end{cases}$$ 消去t得$x^2=4y$,

$\because t\in[0,1],\therefore x\in[-2,2]$,

故轨迹方程是 $x^2=4y, x\in[-2,2]$

22．解:（I）$\because f'(x)=3x^2-2x+\frac{1}{2}=3(x-\frac{1}{3})^2+\frac{1}{6}>0$, $\therefore f(x)$ 是 R 上的单调增函数.

（II）$\because 0<x_0<\frac{1}{2}$,即$x_1<x_0<y_1$.又$f(x)$是增函数,$\therefore f(x_1)<f(x_0)<f(y_1)$,

即$x_2<x_0<y_2$,又$x_2=f(x_1)=f(0)=\frac{1}{4}>0=x_1$,

$y_2=f(y_1)=f(\frac{1}{2})=\frac{3}{8}<\frac{1}{2}=y_1$.

综上,$x_1<x_2<x_0<y_2<y_1$.

用数学归纳法证明如下：（1）当 n=1 时，上面已证明成立.

（2）假设当 $n=k$ （$k\geqslant 1$）时有 $x_k<x_{k+1}<x_0<y_{k+1}<y_k$.

当 $n=k+1$ 时，由 $f(x)$ 是单调增函数，有 $f(x_k)<f(x_{k+1})<f(x_0)<f(y_{k+1})<f(y_k)$,

$\therefore x_{k+1}<x_{k+2}<x_0<y_{k+2}<y_{k+1}$.

由（1）和（2）对一切 n=1，2，…，都有 $x_n<x_{n+1}<x_0<y_{n+1}<y_n$.

（III）$\dfrac{y_{n+1}-x_{n+1}}{y_n-x_n}=\dfrac{f(y_n)-f(x_n)}{y_n-x_n}=y_n^2+x_ny_n+x_n^2-(y_n+x_n)+\dfrac{1}{2}$

$\leq(y_n+x_n)^2-(y_n+x_n)+\dfrac{1}{2}$

$=[(y_n+x_n)-\dfrac{1}{2}]^2+\dfrac{1}{4}$.

由（II）知 $0<y_n<x_n<1,\therefore -\dfrac{1}{2}<y_n+x_n-\dfrac{1}{2}<\dfrac{1}{2}$

$\therefore \dfrac{y_{n+1}-x_{n+1}}{y_n-x_n}<(\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}$.