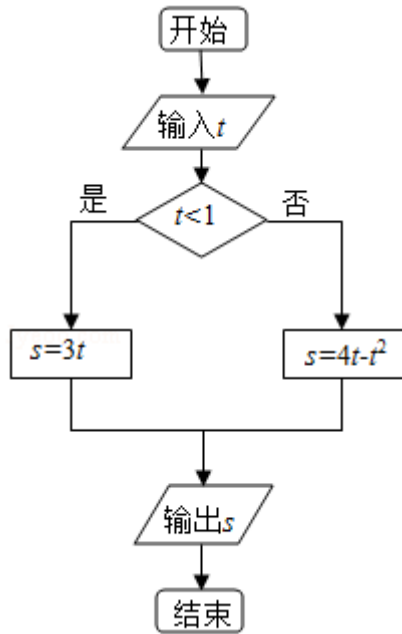


2013年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标 I）

一、选择题共12小题。每小题5分，共60分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的一项。

- （5分）已知集合 $A=\{1, 2, 3, 4\}$ ， $B=\{x|x=n^2, n\in A\}$ ，则 $A\cap B=$ （ ）
A. $\{1, 4\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{9, 16\}$ D. $\{1, 2\}$
- （5分） $\frac{1+2i}{(1-i)^2}=$ （ ）
A. $-1-\frac{1}{2}i$ B. $-1+\frac{1}{2}i$ C. $1+\frac{1}{2}i$ D. $1-\frac{1}{2}i$
- （5分）从1, 2, 3, 4中任取2个不同的数，则取出的2个数之差的绝对值为2的概率是（ ）
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$
- （5分）已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ ($a>0, b>0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ，则C的渐近线方程为（ ）
A. $y=\pm\frac{1}{4}x$ B. $y=\pm\frac{1}{3}x$ C. $y=\pm x$ D. $y=\pm\frac{1}{2}x$
- （5分）已知命题 $p: \forall x\in\mathbb{R}, 2^x<3^x$ ；命题 $q: \exists x\in\mathbb{R}, x^3=1-x^2$ ，则下列命题中为真命题的是（ ）
A. $p\wedge q$ B. $\neg p\wedge q$ C. $p\wedge\neg q$ D. $\neg p\wedge\neg q$
- （5分）设首项为1，公比为 $\frac{2}{3}$ 的等比数列 $\{a_n\}$ 的前n项和为 S_n ，则（ ）
A. $S_n=2a_n-1$ B. $S_n=3a_n-2$ C. $S_n=4-3a_n$ D. $S_n=3-2a_n$
- （5分）执行程序框图，如果输入的 $t\in[-1, 3]$ ，则输出的s属于（ ）

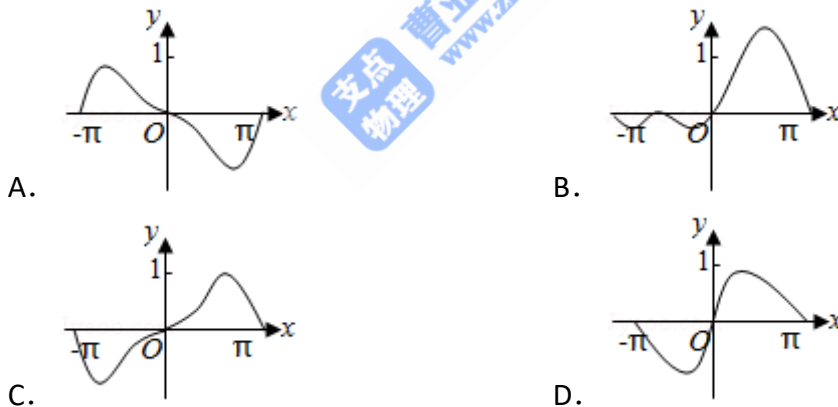


- A. $[-3, 4]$ B. $[-5, 2]$ C. $[-4, 3]$ D. $[-2, 5]$

8. (5分) O为坐标原点, F为抛物线C: $y^2=4\sqrt{2}x$ 的焦点, P为C上一点, 若 $|PF|=4\sqrt{2}$, 则 $\triangle POF$ 的面积为 ()

- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 4

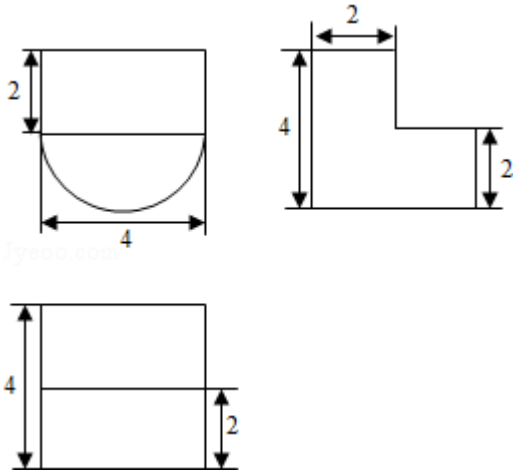
9. (5分) 函数 $f(x) = (1 - \cos x) \sin x$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图象大致为 ()



10. (5分) 已知锐角 $\triangle ABC$ 的内角A, B, C的对边分别为a, b, c, $23\cos^2 A + \cos 2A = 0$, $a=7$, $c=6$, 则 $b=$ ()

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 5

11. (5分) 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为 ()



- A. $16+8\pi$ B. $8+8\pi$ C. $16+16\pi$ D. $8+16\pi$

12. (5分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2+2x, & x \leq 0 \\ \ln(x+1), & x > 0 \end{cases}$, 若 $|f(x)| \geq ax$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 0]$ B. $(-\infty, 1]$ C. $[-2, 1]$ D. $[-2, 0]$

二. 填空题: 本大题共四小题, 每小题5分.

13. (5分) 已知两个单位向量 \vec{a} , \vec{b} 的夹角为 60° , $\vec{c} = t\vec{a} + (1-t)\vec{b}$. 若 $\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$, 则 $t =$ _____.

14. (5分) 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ -1 \leq x-y \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = 2x - y$ 的最大值为 _____.

15. (5分) 已知 H 是球 O 的直径 AB 上一点, $AH:HB=1:2$, $AB \perp$ 平面 α , H 为垂足, α 截球 O 所得截面的面积为 π , 则球 O 的表面积为 _____.

16. (5分) 设当 $x=\theta$ 时, 函数 $f(x) = \sin x - 2\cos x$ 取得最大值, 则 $\cos\theta =$ _____.

三. 解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (12分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_3=0$, $S_5=-5$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 求数列 $\left\{ \frac{1}{a_{2n-1} a_{2n+1}} \right\}$ 的前 n 项和.

18. (12分) 为了比较两种治疗失眠症的药(分别成为A药, B药)的疗效, 随机地选取20位患者服用A药, 20位患者服用B药, 这40位患者服用一段时间后, 记录他们日平均增加的睡眠时间(单位: h) 实验的观测结果如下:

服用A药的20位患者日平均增加的睡眠时间:

0.6 1.2 2.7 1.5 2.8 1.8 2.2 2.3 3.2 3.5

2.5 2.6 1.2 2.7 1.5 2.9 3.0 3.1 2.3 2.4

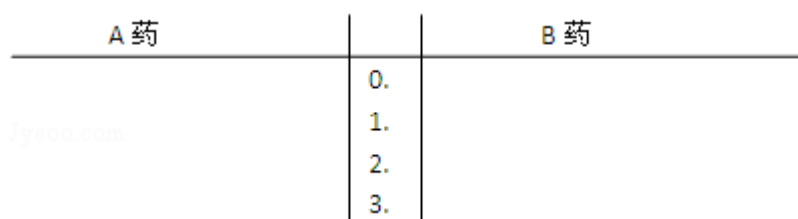
服用B药的20位患者日平均增加的睡眠时间:

3.2 1.7 1.9 0.8 0.9 2.4 1.2 2.6 1.3 1.4

1.6 0.5 1.8 0.6 2.1 1.1 2.5 1.2 2.7 0.5

(I) 分别计算两种药的平均数, 从计算结果看, 哪种药的疗效更好?

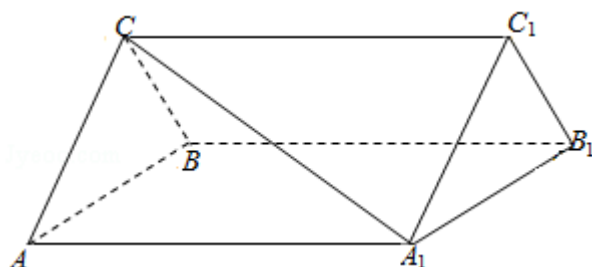
(II) 根据两组数据完成下面茎叶图, 从茎叶图看, 哪种药的疗效更好?



19. (12分) 如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $CA=CB$, $AB=AA_1$, $\angle BAA_1=60^\circ$

(I) 证明: $AB \perp A_1C$;

(II) 若 $AB=CB=2$, $A_1C=\sqrt{6}$, 求三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积.



20. (12分) 已知函数 $f(x) = e^x(ax+b) - x^2 - 4x$, 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处切线方程为 $y=4x+4$.

(I) 求 a, b 的值;

(II) 讨论 $f(x)$ 的单调性, 并求 $f(x)$ 的极大值.

21. (12分) 已知圆 $M: (x+1)^2+y^2=1$, 圆 $N: (x-1)^2+y^2=9$, 动圆 P 与圆 M 外切并与圆 N 内切, 圆心 P 的轨迹为曲线 C .

(I) 求 C 的方程;

(II) l 是与圆 P , 圆 M 都相切的一条直线, l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 当圆 P 的半径最长时, 求 $|AB|$.

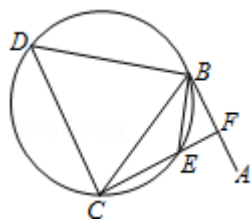
请考生在第22、23、24三题中任选一题作答。注意：只能做所选定的题目。如果多做，则按所做的第一个题目计分，作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑。

22. (10分) (选修4-1: 几何证明选讲)

如图, 直线 AB 为圆的切线, 切点为 B , 点 C 在圆上, $\angle ABC$ 的角平分线 BE 交圆于点 E , DB 垂直 BE 交圆于 D .

(I) 证明: $DB=DC$;

(II) 设圆的半径为1, $BC=\sqrt{3}$, 延长 CE 交 AB 于点 F , 求 $\triangle BCF$ 外接圆的半径.



23. 已知曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=4+5\cos t \\ y=5+5\sin t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x

轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=2\sin\theta$.

(1) 把 C_1 的参数方程化为极坐标方程;

(2) 求 C_1 与 C_2 交点的极坐标 ($\rho \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi$).

24. 已知函数 $f(x) = |2x - 1| + |2x + a|$, $g(x) = x + 3$.

(I) 当 $a = -2$ 时, 求不等式 $f(x) < g(x)$ 的解集;

(II) 设 $a > -1$, 且当 $x \in [-\frac{a}{2}, \frac{1}{2}]$ 时, $f(x) \leq g(x)$, 求 a 的取值范围.