2020年全国高考数学真题试卷及解析（上海卷）

一、填空题（本大题共有12题，满分54分，第1-6题每题4分，第7-12题每题5分）

1．已知集合$A=\{1，2，4\}$，集合$B=\{2，4，5\}$，则$A\bigcap B=$____．

2．计算：$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{3n-1}=$____．

3．已知复数$z=1-2i$（i为虚数单位），则$|z|=$____．

4．已知函数$f(x)=x^{3}$，$f'(x)$是$f(x)$的反函数，则$f'(x)=$____．

5．已知x、y满足$\begin{cases}x+y-2\geqslant 0\\x+2y-3\leqslant 0\\y\geqslant 0\end{cases}$，则$z=y-2x$的最大值为____．

6．已知行列式$\begin{vmatrix}1&a&b\\2&c&d\\3&0&0\end{vmatrix}=6$，则$\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}=$____．

7．已知有四个数1，2，a，b，这四个数的中位数是3，平均数是4，则$ab=$____．

8．已知数列$\{a_n\}$是公差不为零的等差数列，且$a_1+a_{10}=a_9$，则$\dfrac{a_1+a_2+\ldots+a_9}{a_{10}}=$____．

9．从6个人挑选4个人去值班，每人值班一天，第一天安排1个人，第二天安排1个人，第三天安排2个人，则共有____种安排情况．

10．已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$的右焦点为$F$，直线$l$经过椭圆右焦点$F$，交椭圆$C$于$P$、$Q$两点（点$P$在第二象限），若点$Q$关于$x$轴对称点为$Q'$，且满足$PQ\perp FQ'$，求直线$l$的方程是____．

11．设$a\in R$，若存在定义域为R的函数$f(x)$同时满足下列两个条件：

（1）对任意的 $x_0 \in R$，$f(x_0)$ 的值为 x_0 或 x_0^2；

（2）关于 x 的方程 $f(x)=a$ 无实数解，

则 a 的取值范围是____.

12．已知 $\overrightarrow{a_1}$，$\overrightarrow{a_2}$，$\overrightarrow{b_1}$，$\overrightarrow{b_2}$，…，$\overrightarrow{b_k}(k \in N^*)$ 是平面内两两互不相等的向量，满足 $|\overrightarrow{a_1}-\overrightarrow{a_2}|=1$，且 $|\overrightarrow{a_i}-\overrightarrow{b_j}| \in \{1，2\}$（其中 $i=1$，2，$j=1$，2，…，k），则 k 的最大值是____.

二、选择题（本大题共 4 题，每题 5 分，共 20 分）

13．下列等式恒成立的是(　　)

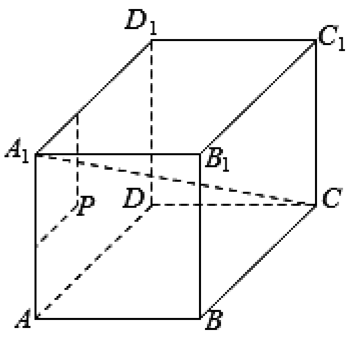
A．$a^2+b^2 \leqslant 2ab$　　B．$a^2+b^2 \geqslant -2ab$　　C．$a+b \geqslant 2\sqrt{|ab|}$　　D．$a^2+b^2 \leqslant -2ab$

14．已知直线方程 $3x+4y+1=0$ 的一个参数方程可以是(　　)

A．$\begin{cases} x=1+3t \\ y=-1-4t \end{cases}$（$t$ 为参数）　　B．$\begin{cases} x=1-4t \\ y=-1+3t \end{cases}$（$t$ 为参数）

C．$\begin{cases} x=1-3t \\ y=-1+4t \end{cases}$（$t$ 为参数）　　D．$\begin{cases} x=1+4t \\ y=1-3t \end{cases}$（$t$ 为参数）

15. 在棱长为 10 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P 为左侧面 ADD_1A_1 上一点，已知点 P 到 A_1D_1 的距离为 3，P 到 AA_1 的距离为 2，则过点 P 且与 A_1C 平行的直线相交的面是(　　)



A．AA_1B_1B　　B．BB_1C_1C　　C．CC_1D_1D　　D．$ABCD$

16．命题 p：存在 $a\in R$ 且 $a\neq 0$，对于任意的 $x\in R$，使得 $f(x+a)<f(x)+f$（a）；

命题 $q_1:f(x)$ 单调递减且 $f(x)>0$ 恒成立；

命题 $q_2:f(x)$ 单调递增，存在 $x_0<0$ 使得 $f(x_0)=0$，

则下列说法正确的是(　　)

A．只有 q_1 是 p 的充分条件　　B．只有 q_2 是 p 的充分条件

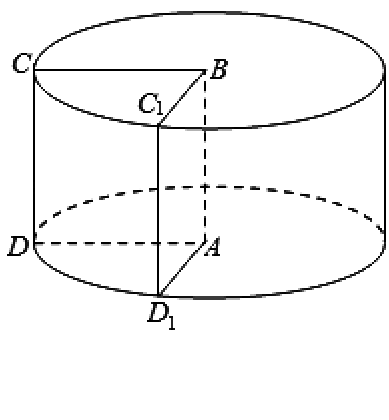
C．q_1，q_2 都是 p 的充分条件　　D．q_1，q_2 都不是 p 的充分条件

三、解答题（本大题共 5 题，共 14+14+14+16+18＝76 分）

17．（14 分）已知 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形，正方形 $ABCD$ 绕 AB 旋转形成一个圆柱．

（1）求该圆柱的表面积；

（2）正方形 $ABCD$ 绕 AB 逆时针旋转 $\dfrac{\pi}{2}$ 至 ABC_1D_1，求线段 CD_1 与平面 $ABCD$ 所成的角．



18．（14 分）已知函数 $f(x)=\sin\omega x$，$\omega>0$．

（1）$f(x)$ 的周期是 4π，求 ω，并求 $f(x)=\dfrac{1}{2}$ 的解集；

（2）已知 $\omega=1$，$g(x)=f^2(x)+\sqrt{3}f(-x)f(\dfrac{\pi}{2}-x)$，$x\in[0，\dfrac{\pi}{4}]$，求 $g(x)$ 的值域．

19．（14 分）在研究某市场交通情况时，道路密度是指该路段上一定时间内通过的车辆数除以时间，车辆密度是该路段一定

时间内通过的车辆数除以该路段的长度，现定义交通流量为 $v=\dfrac{q}{x}$， x 为道路密度， q 为车辆密度．

$$v=f(x)=\begin{cases}100-135\bullet(\dfrac{1}{3})^{x},0<x<40\\ -k(x-40)+85,40\leqslant x\leqslant 80\end{cases}.$$

（1）若交通流量 $v>95$ ，求道路密度 x 的取值范围；

（2）已知道路密度 $x=80$ ，交通流量 $v=50$ ，求车辆密度 q 的最大值．

20．（16 分）已知双曲线 $\Gamma_1:\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 与圆 $\Gamma_2:x^2+y^2=4+b^2(b>0)$ 交于点 $A(x_A$， $y_A)$ （第

一象限），曲线Γ为Γ_1、Γ_2上取满足$x>|x_A|$的部分．

（1）若$x_A=\sqrt{6}$，求b的值；

（2）当$b=\sqrt{5}$，Γ_2与x轴交点记作点F_1、F_2，P是曲线Γ上一点，且在第一象限，且$|PF_1|=8$，求$\angle F_1PF_2$；

（3）过点$D(0,\dfrac{b^2}{2}+2)$斜率为$-\dfrac{b}{2}$的直线l与曲线Γ只有两个交点，记为M、N，用b表示$\overrightarrow{OM}\bullet\overrightarrow{ON}$，并求$\overrightarrow{OM}\bullet\overrightarrow{ON}$的取值范围．

21．（18分）已知数列$\{a_n\}$为有限数列，满足$|a_1-a_2|$„ $|a_1-a_3|$„ …„ $|a_1-a_m|$，则称$\{a_n\}$满足性质P．

（1）判断数列3、2、5、1和4、3、2、5、1是否具有性质P，请说明理由；

（2）若$a_1=1$，公比为q的等比数列，项数为10，具有性质P，求q的取值范围；

（3）若$\{a_n\}$是1，2，3，…，m的一个排列$(m…4)$，$\{b_n\}$符合$b_k=a_{k+1}(k=1$，2，…，$m-1)$，$\{a_n\}$、$\{b_n\}$都具有性质P，求所有满足条件的数列$\{a_n\}$．