

2011年(四川卷)普通高等学校招生全国统一考试
数 学(文史类)

本试卷分第一部分(选择题)和第二部分(非选择题)。第一部分1至2页,第二部分3至4页,共4页。考生作答时,须将答案答在答题卡上及试题卷,草稿纸上答题无效,满分150分,考试时间120分钟。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

参考公式:

如果事件A、B互斥,那么 球的表面积公式

$$P(A+B) = P(A) + P(B) \quad S = 4\pi R^2$$

如果事件A、B相互独立,那么 其中R表示球的半径

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) \quad \text{球的体积公式}$$

如果事件A在一次试验中发生的概率是p,那么 $v = \frac{4}{3}\pi R^3$

在n次独立重复试验中事件A恰好发生k次的概率 其中R表示球的半径

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} (k=0,1,2,\dots,n)$$

第一部分(选择题 共60分)

注意事项:

1. 选择题必须使用2B铅笔将答案标号填涂在答题卡上对应题目标号的位置上。

2. 本部分共12小题,每小题5分,共60分。

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若全集M = {1, 2, 3, 4, 5}, N = {2, 4}, 则C_MN =

- (A) ∅ (B) {1, 3, 5} (C) {2, 4} (D) {1, 2, 3, 4, 5}

2. 有一个容量为66的样本,数据的分组及各组的频数如下:

[11.5, 15.5) 2 [15.5, 19.5) 4 [19.5, 23.5) 9 [23.5, 27.5) 18

[27.5, 31.5) 11 [31.5, 35.5) 12 [35.5, 39.5) 7 [39.5, 43.5) 3

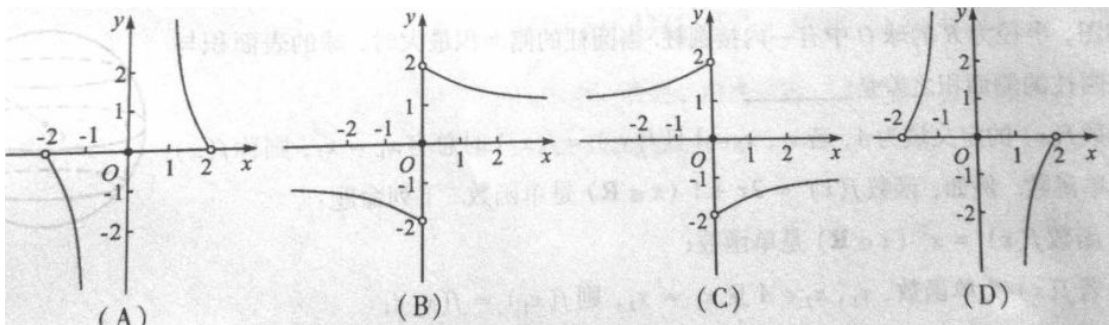
根据样本的频率分布估计,大于或等于31.5的数据约占

- (A) $\frac{2}{11}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

3. 圆 $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$ 的圆心坐标是

- (A) (2, 3) (B) (-2, -3) (C) (-2, -3) (D) (2, -3)

4. 函数 $y = (\frac{1}{2})^x + 1$ 的图像关于直线y=x对称的图像大致是



5. “ $x=3$ ”是“ $x^2=9$ ”的

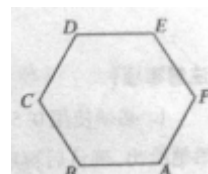
- (A) 充分而不必要的条件 (B) 必要而不充分的条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要的条件

6. l_1, l_2, l_3 是空间三条不同的直线, 则下列命题正确的是

- (A) $l_1 \perp l_2, l_2 \perp l_3 \Rightarrow l_1 // l_2$ (B) $l_1 \perp l_2, l_1 // l_3 \Rightarrow l_1 \perp l_3$
(C) $l_1 // l_2 // l_3 \Rightarrow l_1, l_2, l_3$ 共面 (D) l_1, l_2, l_3 共点 $\Rightarrow l_1, l_2, l_3$ 共面

7. 如图, 正六边形ABCDEF中 $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} =$

- (A) 0 (B) \overrightarrow{BE}
(C) \overrightarrow{AD} (D) \overrightarrow{CF}



8. 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin^2 A \leq \sin^2 B + \sin^2 C - \sin B \sin C$, 则A的取值范围是

- (A) $(0, \frac{\pi}{6}]$ (B) $[\frac{\pi}{6}, \pi)$
(C) $(0, \frac{\pi}{3}]$ (D) $[\frac{\pi}{3}, \pi)$

9. 数列 $\{a_n\}$ 的前n项和为 S_n , 若 $a_1=1, a_{n+1}=3S_n (n \geq 1)$, 则 $a_4 =$

- (A) 3×4^4 (B) $3 \times 4^{4+1}$
(C) 4^4 (D) 4^{4+1}

10. 某运输公司有12名驾驶员和19名工人, 有8辆载重量为10吨的甲型卡车和7辆载重量为6吨的乙型卡车, 某天需送往A地至少72吨的货物, 派用的每辆车需载满且只能送一次, 派用的每辆甲型卡车需配2名工人, 运送一次可得利润450元; 派用的每辆乙型卡需配1名工人; 没送一次可得利润350元, 该公司合理计划当天派用甲乙卡车的车辆数, 可得最大利润

- (A) 4650元 (B) 4700元
(C) 4900元 (D) 5000元

11. 在抛物线 $y=x^2+ax-5$

($a \neq 0$) 上取横坐标为 $x_1=4, x_2=2$ 的两点, 经过两点引一条割线, 有平行于该割线的一条直线同时与抛物线和圆 $5x^2+5y^2=36$ 相切, 则

- (A) $(-2, -9)$ (B) $(0, -5)$
(C) $(2, -9)$ (D) $(1, 6)$

12. 在集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 中任取一个偶数a和一个奇数b构成以原点为起点的向量 $\mathbf{a} = (a, b)$ 从所有得到的以原点为起点的向量中任取两个向量为邻边作平行四边形, 记所有作为平行四边形的个数为n, 其中面积等于2的平行四边形的个数m, 则 $\frac{m}{n} =$

- (A) $\frac{2}{15}$ (B) $\frac{1}{5}$
(C) $\frac{4}{15}$ (D) $\frac{1}{3}$

第二部分 (非选择题 共90分)

注意事项:

1. 必须使用0.5毫米黑色墨迹签字笔在答题卡题目所指示的答题区域内作答, 作图题可先用铅笔绘出, 确认后再用0.5毫米黑色墨迹签字描清楚。答在试题卷上无效。

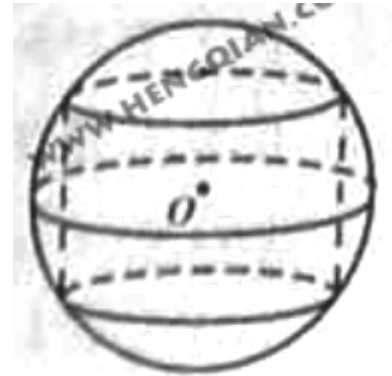
2. 本部分共10小题, 共90分。

一、填空题。本大题共4小题, 每小题4分

13. $(x+1)^3$ 的展开式中 x^3 的系数是_____ (用数字作答)

14. 双曲线 $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ 上一点 P 到双曲线右焦点的距离是 4, 那么点 P 到左准线的距离是_____.

15. 如图, 半径为 4 的球 O 中有一内接圆柱. 当圆柱的面积最大时, 球的表面积与圆柱的侧面积之差是_____.



16. 函数 $f(x)$ 的定义域为 A, 若 $x_1, x_2 \in A$, 且 $f(x_1) = f(x_2)$ 时总有 $x_1 = x_2$, 则称 $f(x)$ 为单函数. 例如 $f(x) = 2x + 1 (x \in R)$ 是单函数, 下列命题:

- ① 函数 $f(x)^2 = x^2 (x \in R)$ 是单函数;
- ② 函数 $f(x) = 2^x (x \in R)$ 是单函数,
- ③ 若 $f(x)$ 为单函数, $x_1, x_2 \in A$ 且 $x_1 \neq x_2$, 则 $f(x_1) \neq f(x_2)$;
- ④ 在定义域上具有单调性的函数一定是单函数

其中的真命题是_____ (写出所有真命题的编号)

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题共 12 分)

本着健康、低碳的生活理念, 租自行车骑行的人越来越多. 某自行车租车点的收费标准是每车每次租不超过两小时免费, 超过两小时的收费标准为 2 元 (不足 1 小时的部分按 1 小时计算). 有人独立来该租车点则车骑行. 各租一车一次. 设甲、乙不超过两小时还车的概率分别为 $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$; 两小时以上且不超过

三小时还车的概率分别为 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$; 两人租车时间都不会超过四小时.

- (I) 分别求出甲、乙在三小时以上且不超过四小时还车的概率;
- (II) 求甲、乙两人所付的租车费用之和小于 6 元的概率.

18. (本小题共 12 分)

已知函数 $f(x) = \sin\left(x + \frac{7\pi}{4}\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right), x \in R$

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期和最小值;

(II) 已知 $\cos(\beta - \alpha) = \frac{4}{5}, \cos(\beta - \theta) = \frac{4}{5}, 0 < \alpha < \beta \leq \frac{\pi}{2}$, 求证: $[f(\beta)]^2 - 2 = 0$

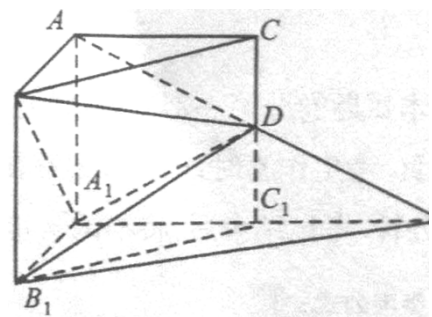
19. (本小题共 12 分)

如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = A_1C_1$, 连结 AP 交棱 CC_1 于点 D.

$A_1C_1 = 1$, 延长 A_1C_1 至点 P, 使 $C_1P =$

(I) 求证: $PA_1 \parallel BD$;

(II) 求二面角 $A-A_1D-B$ 的平面角的余弦值.



20. (本小题共12分)

已知 $\{a_n\}$ 是以 a 为首项, q 为公比的等比数列, S_n 为它的前 n 项和。

(I) 当 S_1, S_3, S_4 成等差数列时, 求 q 的值;

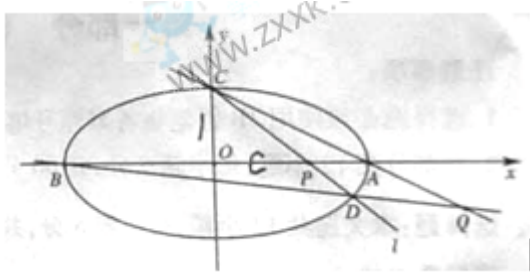
(II) 当 S_m, S_n, S_i 成等差数列时, 求证: 对任意自然数 $k, a_{m+i}, a_{n+i}, a_{1+i}$ 也成等差数列。

21. (本小题共12分)

过点 $C(0,1)$ 的椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 椭圆与 x 轴交于两点 $A(a,0)$ 、 $B(-a,0)$, 过点 C 的直线 l 与椭圆右焦点交于另一点 D , 并与 x 轴交于点 P , 直线 AC 与直线 BD 交于点 Q 。

(I) 当直线 l 过椭圆右焦点时, 求线段 CD 的长;

(II) 当点 P 异于点 B 时, 求证: $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ 为定值。



22. (本小题满分14分)

已知函数 $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$, $h(x) = \sqrt{x}$.

(I) 设函数 $F(x) = 18 f(x) - x^2 [h(x)]^2$, 求 $F(x)$ 的单调区间与极值;

(II) 设 $a \in \mathbb{R}$, 解关于 x 的方程 $\lg \left[\frac{3}{2} f(x-1) - \frac{3}{4} \right] = 2 \lg h(a-x) - 2 \lg h(4-x)$;

(III) 设 $n \in \mathbb{N}^n$, 证明: $f(n)h(n) - [h(1) + h(2) + \dots + h(n)] \geq \frac{1}{6}$.