

B. $n_1 > n_2$

C. 若 $S < 1$, 则 $n_1 < n_2$; 若 $S > 1$, 则 $n_1 > n_2$;

D. 若 $S < 1$, 则 $n_1 > n_2$; 若 $S > 1$, 则 $n_1 < n_2$;

8. 已知以边长为 4 的正方形为底面的四棱锥, 四条侧棱分别为 4, 4, $2\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$, 则该四棱锥的高为 ()

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $2\sqrt{3}$

D. $\sqrt{3}$

9. 已知 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 是函数 $y = 2^x$ 图象上不同的两点, 则下列正确的是 ()

A. $\log_2 \frac{y_1 + y_2}{2} > \frac{x_1 + x_2}{2}$

B. $\log_2 \frac{y_1 + y_2}{2} < \frac{x_1 + x_2}{2}$

C. $\log_2 \frac{y_1 + y_2}{2} > x_1 + x_2$

D. $\log_2 \frac{y_1 + y_2}{2} < x_1 + x_2$

10. 若集合 $\{(x, y) | y = x + t(x^2 - x), 0 \leq t \leq 1, 1 \leq x \leq 2\}$ 表示的图形中, 两点间最大距离为 d 、面积为 S , 则 ()

A. $d = 3, S < 1$

B. $d = 3, S > 1$

C. $d = \sqrt{10}, S < 1$

D. $d = \sqrt{10}, S > 1$

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11. 已知抛物线 $y^2 = 16x$, 则焦点坐标为_____.

12. 已知 $\alpha \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$, 且 α 与 β 的终边关于原点对称, 则 $\cos \beta$ 的最大值为_____.

13. 已知双曲线 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$, 则过 $(3, 0)$ 且和双曲线只有一个交点的直线的斜率为_____.

14. 已知三个圆柱的体积为公比为 10 的等比数列. 第一个圆柱的直径为 65mm, 第二、三个圆柱的直径为 325mm, 第三个圆柱的高为 230mm, 求前两个圆柱的高度分别为_____.

15. 已知 $M = \{k | a_k = b_k\}$, a_n, b_n 不为常数且各项均不相同, 下列正确的是_____.

① a_n, b_n 均为等差数列, 则 M 中最多一个元素;

② a_n, b_n 均为等比数列, 则 M 中最多三个元素;

③ a_n 为等差数列, b_n 为等比数列, 则 M 中最多三个元素;

④ a_n 单调递增, b_n 单调递减, 则 M 中最多一个元素.

三、解答题共 6 小题, 共 85 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 7$, A 为钝角, $\sin 2B = \frac{\sqrt{3}}{7} b \cos B$.

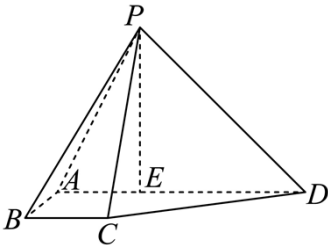
(1) 求 $\angle A$;

(2) 从条件①、条件②和条件③这三个条件中选择一个作为已知, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

① $b = 7$; ② $\cos B = \frac{13}{14}$; ③ $c \sin A = \frac{5}{2} \sqrt{3}$.

注: 如果选择条件①、条件②和条件③分别解答, 按第一个解答计分.

17. 已知四棱锥 $P-ABCD$, $AD \parallel BC$, $AB = BC = 1$, $AD = 3$, $DE = PE = 2$, E 是 AD 上一点, $PE \perp AD$.



(1) 若 F 是 PE 中点, 证明: $BF \parallel$ 平面 PCD .

(2) 若 $AB \perp$ 平面 PED , 求平面 PAB 与平面 PCD 夹角的余弦值.

18. 已知某险种的保费为 0.4 万元, 前 3 次出险每次赔付 0.8 万元, 第 4 次赔付 0.6 万元

赔偿次数	0	1	2	3	4
单数	800	100	60	30	10

在总体中抽样 100 单, 以频率估计概率:

(1) 求随机抽取一单, 赔偿不少于 2 次的概率;

(2) (i) 毛利润是保费与赔偿金额之差. 设毛利润为 X , 估计 X 的数学期望;

(ii) 若未赔偿过的保单下一保险期的保费下降 4%, 已赔偿过的增加 20%. 估计保单下一保险期毛利润的数学期望.

19. 已知椭圆方程 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 焦点和短轴端点构成边长为 2 的正方形, 过 $(0, t) (t > \sqrt{2})$

的直线 l 与椭圆交于 $A, B, C(0, 1)$, 连接 AC 交椭圆于 D .

(1) 求椭圆方程和离心率;

(2) 若直线 BD 的斜率为 0, 求 t .

20. 已知 $f(x) = x + k \ln(1+x)$ 在 $(t, f(t)) (t > 0)$ 处切线为 l .

(1) 若切线 l 的斜率 $k = -1$, 求 $f(x)$ 单调区间;

(2) 证明: 切线 l 不经过 $(0, 0)$;

(3) 已知 $k = 1$, $A(t, f(t))$, $C(0, f(t))$, $O(0, 0)$, 其中 $t > 0$, 切线 l 与 y 轴交于点 B 时. 当

$2S_{\triangle ACO} = 15S_{\triangle ABO}$, 符合条件的 A 的个数为?

(参考数据: $1.09 < \ln 3 < 1.10$, $1.60 < \ln 5 < 1.61$, $1.94 < \ln 7 < 1.95$)

21. 设集合 $M = \{(i, j, s, t) | i \in \{1, 2\}, j \in \{3, 4\}, s \in \{5, 6\}, t \in \{7, 8\}, 2 | (i + j + s + t)\}$. 对于给定有穷数列

$A: \{a_n\} (1 \leq n \leq 8)$, 及序列 $\Omega: \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_s$, $\omega_k = (i_k, j_k, s_k, t_k) \in M$, 定义变换 T : 将数列 A 的第

i_1, j_1, s_1, t_1 项加 1, 得到数列 $T_1(A)$; 将数列 $T_1(A)$ 的第 i_2, j_2, s_2, t_2 项加 1, 得到数列 $T_2 T_1(A)$...; 重复上述

操作, 得到数列 $T_s \dots T_2 T_1(A)$, 记为 $\Omega(A)$.

(1) 给定数列 $A: 1, 3, 2, 4, 6, 3, 1, 9$ 和序列 $\Omega: (1, 3, 5, 7), (2, 4, 6, 8), (1, 3, 5, 7)$, 写出 $\Omega(A)$;

(2) 是否存在序列 Ω , 使得 $\Omega(A)$ 为 $a_1 + 2, a_2 + 6, a_3 + 4, a_4 + 2, a_5 + 8, a_6 + 2, a_7 + 4, a_8 + 4$, 若存在, 写出一个符合条件的 Ω ; 若不存在, 请说明理由;

(3) 若数列 A 的各项均为正整数, 且 $a_1 + a_3 + a_5 + a_7$ 为偶数, 证明: “存在序列 Ω , 使得 $\Omega(A)$ 为常数列”的充要条件为“ $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = a_7 + a_8$ ”.