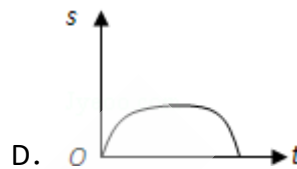
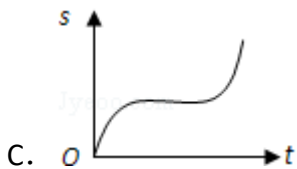
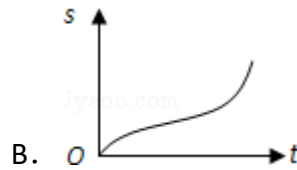
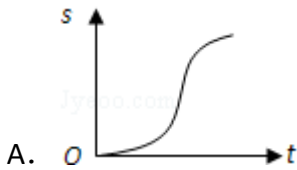


## 2008年全国统一高考数学试卷（理科）（全国卷 I）

### 一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. (5分) 函数  $y = \sqrt{x(x-1)} + \sqrt{x}$  的定义域为 ( )
- A.  $\{x|x \geq 0\}$       B.  $\{x|x \geq 1\}$       C.  $\{x|x \geq 1\} \cup \{0\}$       D.  $\{x|0 \leq x \leq 1\}$
2. (5分) 汽车经过启动、加速行驶、匀速行驶、减速行驶之后停车，若把这一过程中汽车的行驶路程  $s$  看作时间  $t$  的函数，其图象可能是 ( )



3. (5分) 在  $\triangle ABC$  中， $\vec{AB} = \vec{c}$ ， $\vec{AC} = \vec{b}$ 。若点  $D$  满足  $\vec{BD} = 2\vec{DC}$ ，则  $\vec{AD} =$  ( )
- A.  $\frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$       B.  $\frac{5}{3}\vec{c} - \frac{2}{3}\vec{b}$       C.  $\frac{2}{3}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}$       D.  $\frac{1}{3}\vec{b} + \frac{2}{3}\vec{c}$
4. (5分) 设  $a \in \mathbb{R}$ ，且  $(a+i)^2 i$  为正实数，则  $a =$  ( )
- A. 2      B. 1      C. 0      D. -1
5. (5分) 已知等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_2 + a_4 = 4$ ， $a_3 + a_5 = 10$ ，则它的前10项的和  $S_{10} =$  ( )
- A. 138      B. 135      C. 95      D. 23
6. (5分) 若函数  $y = f(x)$  的图象与函数  $y = \ln\sqrt{x} + 1$  的图象关于直线  $y = x$  对称，则  $f(x) =$  ( )
- A.  $e^{2x-2}$       B.  $e^{2x}$       C.  $e^{2x+1}$       D.  $e^{2x+2}$
7. (5分) 已知曲线  $y = \frac{x+1}{x-1}$  在点  $(3, 2)$  处的切线与直线  $ax + y + 1 = 0$  垂直，则  $a$  的值为 ( )
- A. 2      B.  $\frac{1}{2}$       C.  $-\frac{1}{2}$       D. -2
8. (5分) 为得到函数  $y = \cos(2x + \frac{\pi}{3})$  的图象，只需将函数  $y = \sin 2x$  的图象 ( )

- A. 向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个长度单位  
 B. 向右平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个长度单位  
 C. 向左平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位  
 D. 向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位

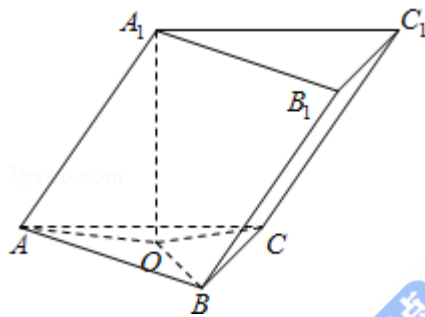
9. (5分) 设奇函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数, 且 $f(1) = 0$ , 则不等式 $\frac{f(x)-f(-x)}{x} < 0$ 的解集为 ( )

- A.  $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$   
 B.  $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$   
 C.  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$   
 D.  $(-1, 0) \cup (0, 1)$

10. (5分) 若直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 有公共点, 则 ( )

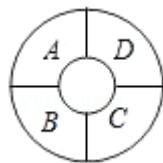
- A.  $a^2 + b^2 \leq 1$   
 B.  $a^2 + b^2 \geq 1$   
 C.  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \leq 1$   
 D.  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq 1$

11. (5分) 已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面边长都相等,  $A_1$ 在底面 $ABC$ 内的射影为 $\triangle ABC$ 的中心, 则 $AB_1$ 与底面 $ABC$ 所成角的正弦值等于 ( )



- A.  $\frac{1}{3}$   
 B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$   
 C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 D.  $\frac{2}{3}$

12. (5分) 如图, 一环形花坛分成A, B, C, D四块, 现有4种不同的花供选种, 要求在每块里种1种花, 且相邻的2块种不同的花, 则不同的种法总数为 ( )



- A. 96  
 B. 84  
 C. 60  
 D. 48

二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

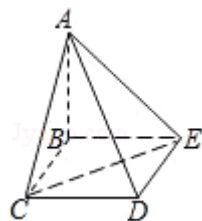
13. (5分) 若 $x, y$ 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq 0 \\ x-y+3 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$ , 则 $z=2x-y$ 的最大值为\_\_\_\_\_.

14. (5分) 已知抛物线 $y=ax^2 - 1$ 的焦点是坐标原点, 则以抛物线与两坐标轴的三个交点为顶点的三角形面积为\_\_\_\_\_.
15. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB=BC$ ,  $\cos B = -\frac{7}{18}$ . 若以A, B为焦点的椭圆经过点C, 则该椭圆的离心率 $e =$ \_\_\_\_\_.
16. (5分) 等边三角形 $ABC$ 与正方形 $ABDE$ 有一公共边 $AB$ , 二面角 $C - AB - D$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ , M, N分别是AC, BC的中点, 则EM, AN所成角的余弦值等于\_\_\_\_\_.

### 三、解答题 (共6小题, 满分70分)

17. (10分) 设 $\triangle ABC$ 的内角A, B, C所对的边长分别为a, b, c, 且 $a\cos B - b\cos A = \frac{3}{5}c$ .
- (I) 求 $\frac{\tan A}{\tan B}$ 的值;
- (II) 求 $\tan(A - B)$ 的最大值.

18. (12分) 四棱锥A - BCDE中, 底面BCDE为矩形, 侧面 $ABC \perp$ 底面BCDE,  $BC=2$ ,  $CD=\sqrt{2}$ ,  $AB=AC$ .
- (I) 证明:  $AD \perp CE$ ;
- (II) 设CE与平面ABE所成的角为 $45^\circ$ , 求二面角 $C - AD - E$ 的大小.



19. (12分) 已知函数  $f(x) = -x^2 + ax + 1 - \ln x$ .

(I) 当  $a=3$  时, 求函数  $f(x)$  的单调递增区间;

(II) 若  $f(x)$  在区间  $(0, \frac{1}{2})$  上是减函数, 求实数  $a$  的取值范围.

20. (12分) 已知5只动物中有1只患有某种疾病, 需要通过化验血液来确定患病的动物. 血液化验结果呈阳性的即为患病动物, 呈阴性即没患病. 下面是两种化验方法:

方案甲: 逐个化验, 直到能确定患病动物为止.

方案乙: 先任取3只, 将它们的血液混在一起化验. 若结果呈阳性则表明患病动物为这3只中的1只, 然后再逐个化验, 直到能确定患病动物为止; 若结果呈阴性则在另外2只中任取1只化验.

(I) 求依方案甲所需化验次数不少于依方案乙所需化验次数的概率;

(II)  $\xi$  表示依方案乙所需化验次数, 求  $\xi$  的期望.

21. (12分) 双曲线的中心为原点 $O$ , 焦点在 $x$ 轴上, 两条渐近线分别为 $l_1, l_2$ , 经过右焦点 $F$ 垂直于 $l_1$ 的直线分别交 $l_1, l_2$ 于 $A, B$ 两点. 已知 $|\vec{OA}|, |\vec{AB}|, |\vec{OB}|$ 成等差数列, 且 $\vec{BF}$ 与 $\vec{FA}$ 同向.

(I) 求双曲线的离心率;

(II) 设 $AB$ 被双曲线所截得的线段的长为4, 求双曲线的方程.

22. (12分) 设函数 $f(x) = x - x \ln x$ . 数列 $\{a_n\}$ 满足 $0 < a_1 < 1, a_{n+1} = f(a_n)$ .

(I) 证明: 函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 是增函数;

(II) 证明:  $a_n < a_{n+1} < 1$ ;

(III) 设 $b \in (a_1, 1)$ , 整数 $k \geq \frac{a_1 - b}{a_1 \ln b}$ . 证明:  $a_{k+1} > b$ .