

2008年普通高等学校招生全国统一考试（陕西卷）

理科数学（必修+选修II）

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的（本大题共12小题，每小题5分，共60分）。

1. 复数 $\frac{i(2+i)}{1-2i}$ 等于 ()

- A. i B. $-i$ C. 1 D. -1

2. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ， $B = \{x | x = 2a, a \in A\}$ ，则集合

$\complement_U(A \cup B)$ 中元素的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，若 $c = \sqrt{2}$ ， $b = \sqrt{6}$ ， $B = 120^\circ$ ，则 a 等于 ()

- A. $\sqrt{6}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

4. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列， $a_1 + a_2 = 4$ ， $a_7 + a_8 = 28$ ，则该数列前10项和 S_{10} 等于 ()

- A. 64 B. 100 C. 110 D. 120

5. 直线 $\sqrt{3}x - y + m = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 - 2x - 2 = 0$ 相切，则实数 m 等于 ()

- A. $\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{3}$ C. $-3\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$ D. $-3\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{3}$

6. “ $a = \frac{1}{8}$ ” 是 “对任意的正数 x ， $2x + \frac{a}{x} \geq 1$ ” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 已知函数 $f(x) = 2^{x+3}$ ， $f^{-1}(x)$ 是 $f(x)$ 的反函数，若 $mn = 16$ ($m, n \in \mathbf{R}^+$)，则 $f^{-1}(m) + f^{-1}(n)$ 的值为 ()

- A. -2 B. 1 C. 4 D. 10

8. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别是 F_1, F_2 ，过 F_1 作倾斜角为 30° 的直线交双曲线右支于 M 点，若 MF_2 垂直于 x 轴，则双曲线的离心率为 ()

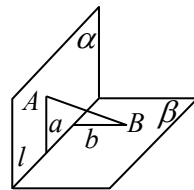
- A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

9. 如图， $\alpha \perp \beta$ ， $\alpha \cap \beta = l$ ， $A \in \alpha$ ， $B \in \beta$ ， A, B 到 l 的距离分别是 a 和 b ， AB 与 α, β 所成的角

分别是 θ 和 φ , AB 在 α, β 内的射影分别是 m 和 n , 若 $a > b$, 则 ()

A. $\theta > \varphi, m > n$ B. $\theta > \varphi, m < n$

C. $\theta < \varphi, m < n$ D. $\theta < \varphi, m > n$



10. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} y \geq 1, \\ y \leq 2x - 1, \\ x + y \leq m. \end{cases}$ 如果目标函数 $z = x - y$ 的最小值为 -1 , 则实数 m 等于 ()

A. 7 B. 5 C. 4 D. 3

11. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y) = f(x) + f(y) + 2xy$ ($x, y \in \mathbf{R}$), $f(1) = 2$, 则 $f(-3)$ 等于 ()

A. 2 B. 3 C. 6 D. 9

12. 为提高信息在传输中的抗干扰能力, 通常在原信息中按一定规则加入相关数据组成传输信息. 设定原信息为 $a_0 a_1 a_2, a_i \in \{0, 1\}$ ($i = 0, 1, 2$), 传输信息为 $h_0 a_0 a_1 a_2 h_1$, 其中 $h_0 = a_0 \oplus a_1, h_1 = h_0 \oplus a_2$, \oplus 运算规则为: $0 \oplus 0 = 0, 0 \oplus 1 = 1, 1 \oplus 0 = 1, 1 \oplus 1 = 0$, 例如原信息为 111, 则传输信息为 01111. 传输信息在传输过程中受到干扰可能导致接收信息出错, 则下列接收信息一定有误的是 ()

A. 11010 B. 01100 C. 10111 D. 00011

二、填空题: 把答案填在答题卡相应题号后的横线上 (本大题共4小题, 每小题4分, 共16分).

13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+a)n+1}{n+a} = 2$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 长方体 $ABCD - A_1 B_1 C_1 D_1$ 的各顶点都在球 O 的球面上, 其中 $AB : AD : AA_1 = 1 : 1 : \sqrt{2}$. A, B 两点的球面距离记为 m , A, D_1 两点的球面距离记为 n , 则 $\frac{m}{n}$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 关于平面向量 a, b, c . 有下列三个命题:

①若 $a \cdot b = a \cdot c$, 则 $b = c$. ②若 $a = (1, k), b = (-2, 6), a \parallel b$, 则 $k = -3$.

③非零向量 a 和 b 满足 $|a| = |b| = |a - b|$, 则 a 与 $a + b$ 的夹角为 60° .

其中真命题的序号为 $\underline{\hspace{2cm}}$. (写出所有真命题的序号)

16. 某地奥运火炬接力传递路线共分6段, 传递活动分别由6名火炬手完成. 如果第一棒火炬手只能从甲、乙、丙三人中产生, 最后一棒火炬手只能从甲、乙两人中产生, 则不同的传递方案共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 种. (用数字作答).

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤 (本大题共6小题, 共74分)

17. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = 2 \sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4} - 2\sqrt{3} \sin^2 \frac{x}{4} + \sqrt{3}$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期及最值;

(II) 令 $g(x) = f\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, 判断函数 $g(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

18. (本小题满分12分)

某射击测试规则为: 每人最多射击3次, 击中目标即终止射击, 第 i 次击中目标得 $1 \sim i$ ($i = 1, 2, 3$) 分, 3次均未击中目标得0分. 已知某射手每次击中目标的概率为0.8, 其各次射击结果互不影响.

(I) 求该射手恰好射击两次的概率;

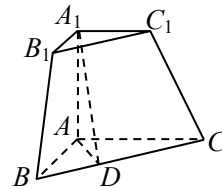
(II) 该射手的得分记为 ξ , 求随机变量 ξ 的分布列及数学期望.

19. (本小题满分12分)

三棱锥被平行于底面 ABC 的平面所截得的几何体如图所示, 截面为 $A_1B_1C_1$, $\angle BAC = 90^\circ$, $A_1A \perp$ 平面 ABC , $A_1A = \sqrt{3}$, $AB = \sqrt{2}$, $AC = 2$, $A_1C_1 = 1$, $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}$.

(I) 证明: 平面 $A_1AD \perp$ 平面 BCC_1B_1 ;

(II) 求二面角 $A-CC_1-B$ 的大小.



20. (本小题满分12分)

已知抛物线 $C: y = 2x^2$, 直线 $y = kx + 2$ 交 C 于 A, B 两点, M 是线段 AB 的中点, 过 M 作 x 轴的垂线交 C 于点 N .

(I) 证明: 抛物线 C 在点 N 处的切线与 AB 平行;

(II) 是否存在实数 k 使 $\overrightarrow{NA} \cdot \overrightarrow{NB} = 0$, 若存在, 求 k 的值; 若不存在, 说明理由.

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \frac{kx+1}{x^2+c}$ ($c > 0$ 且 $c \neq 1$, $k \in \mathbf{R}$) 恰有一个极大值点和一个极小值点, 其中一个点是 $x = -c$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的另一个极值点;

(II) 求函数 $f(x)$ 的极大值 M 和极小值 m , 并求 $M - m \geq 1$ 时 k 的取值范围.

22. (本小题满分14分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = \frac{3}{5}$, $a_{n+1} = \frac{3a_n}{2a_n + 1}$, $n = 1, 2, \dots$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 证明: 对任意的 $x > 0$, $a_n \geq \frac{1}{1+x} - \frac{1}{(1+x)^2} \left(\frac{2}{3^n} - x \right)$, $n = 1, 2, \dots$;

(III) 证明: $a_1 + a_2 + \dots + a_n > \frac{n^2}{n+1}$.