绝密★启用前

2003年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷(文史类)

（满分150分，考试时间120分钟）

考生注意

1.本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.

2.作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.

3.所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位.在试卷上作答一律不得分.

4.用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

第Ⅰ卷 （共110分）

一、填空题（本大题满分48分）本大题共有12题，只要求直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律得零分.

1．函数 $y=\sin x\cos(x+\frac{\pi}{4})+\cos x\sin(x+\frac{\pi}{4})$ 的最小正周期T=____________ .

2．若 $x=\frac{\pi}{3}$ 是方程 $2\cos(x+\alpha)=1$ 的解，其中 $\alpha\in(0,2\pi)$，则 $\alpha=$____________ .

3．在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_5=3$，$a_6=-2$，则 $a_4+a_5+\ldots+a_{10}=$____________.

4．已知定点A（0，1），点B在直线 $x+y=0$ 上运动，当线段AB最短时，点B的坐标是____________.

5．在正四棱锥P—ABCD中，若侧面与底面所成二面角的大小为60°，则异面直线PA与BC所成角的大小等于____.（结果用反三角函数值表示）

6．设集合A={x||x|<4},B={x|$x^2-4x+3>0$}，则集合{x|$x\in$A且 $x\notin A\cap B\}$ =____________ .

7．在△ABC中，sinA:sinB:sinC=2:3:4,则∠ABC=____________.（结果用反三角函数值表示）

8．若首项为 a_1，公比为q的等比数列 $\{a_n\}$ 的前n项和总小于这个数列的各项和，则首项 a_1，公比q的一组取值可以是（a_1，q）=____________ .

9．某国际科研合作项目成员由11个美国人、4个法国人和5个中国人组成.现从中随机选出两位作为成果发布人，则此两人不属于同一个国家的概率为____________

.（结果用分数表示）

10．方程x^3+lg$x$=18的根x≈____________．（结果精确到0.1）

11．已知点$A(0,\frac{2}{n}),B(0,-\frac{2}{n}),C(4+\frac{2}{n},0)$,其中n为正整数．设$S_n$表示△ABC外接圆的面积，则$\lim\limits_{n\to\infty}S_n$=____________．

12．给出问题：F_1、F_2是双曲线$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{20}$=1的焦点，点P在双曲线上.若点P到焦点$F_1$的距离等于9，求点P到焦点$F_2$的距离.某学生的解答如下：双曲线的实轴长为8，由$||PF_1|-|PF_2||=8$，即$|9-|PF_2||=8$，得$|PF_2|$=1或17.

该学生的解答是否正确？若正确，请将他的解题依据填在下面空格内，若不正确，将正确的结果填在下面空格内.

____

.

二、选择题（本大题满分16分）本大题共有4题，每题都给出代号为A、B、C、D的四个结论，其中有且只有一个结论是正确的，必须把正确结论的代号写在题后的圆括号内，选对得4分，不选、选错或者选出的代号超过一个（不论是否都写在圆括号内），一律得零分.

13．下列函数中，既为偶函数又在（0，π）上单调递增的是（　　）

A．y=tg|x|.　　　　B．y=cos(－x).

C．$y=\sin(x-\frac{\pi}{2})$.　　　　D．$y=|ctg\frac{x}{2}|$.

14．在下列条件中，可判断平面α与β平行的是（　　）

A．α、β都垂直于平面r.

B．α内存在不共线的三点到β的距离相等.

C．l，m是α内两条直线，且l∥β，m∥β.

D．l，m是两条异面直线，且l∥α，m∥α，l∥β，m∥β.

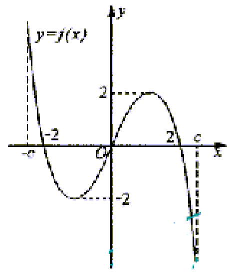
15．在P（1，1）、Q（1，2）、M（2，3）和N$(\frac{1}{2},\frac{1}{4})$四点中，函数$y=a^x$的图象与其反函数的图象的公共点只可能是点（　　）

A．P.　　　　B．Q.　　　　C．M.　　　　D．N.

16．$f(x)$是定义在区间[－c,c]上的奇函数，其图象如图所示：令g（x）=af（x）+b，

则下

列关于函数g（x）的叙述正确的是 （ ）



A．若$a<0$,则函数g（x）的图象关于原点对称.

B．若$a=1$， $0<b<2$,则方程g（x）=0有大于2的实根.

C．若$a=-2$,b=0,则函数g(x)的图象关于y轴对称

D．若 $a\neq0$,b=2,则方程g（x）=0有三个实根.

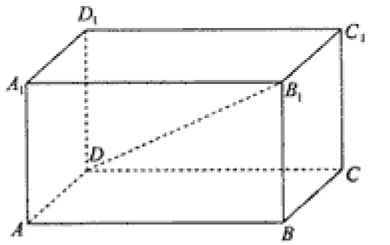
三、解答题（本大题满分86分）本大题共有6题，解答下列各题必须写出必要的步骤.

17．（本题满分12分）

已知复数$z_1=\cos\theta-i$，$z_2=\sin\theta+i$，求$|z_1\cdot z_2|$的最大值和最小值.

18．（本题满分12分）

已知平行六面体ABCD—$A_1B_1C_1D_1$中，$A_1A\perp$平面ABCD，AB=4，AD=2.若$B_1D\perp BC$，直线B_1D与平面ABCD所成的角等于30°，求平行六面体ABCD—$A_1B_1C_1D_1$的体积.



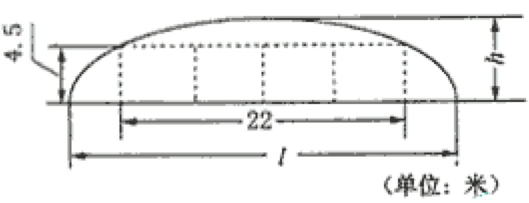
19．（本题满分14分）

已知函数 $f(x)=\frac{1}{x}-\log_2\frac{1+x}{1-x}$，求函数 $f(x)$ 的定义域，并讨论它的奇偶性和单调性.

20．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分.

如图，某隧道设计为双向四车道，车道总宽22米，要求通行车辆限高4.5米，隧道全长2.5千米，隧道的拱线近似地看成半个椭圆形状.

（1）若最大拱高h为6米，则隧道设计的拱宽l是多少？



（2）若最大拱高h不小于6米，则应如何设计拱高h和拱宽l，才能使半个椭圆形隧道的土方工程量最小？（半个椭圆的面积公式为$S=\dfrac{\pi}{4}lh$，柱体体积为：底面积乘以高.本题结果精确到0.1米）

21．（本题满分16分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分5分，第3小题满分7分.

在以O为原点的直角坐标系中，点A（4，－3）为△OAB的直角顶点.已知|AB|=2|OA|，且点B的纵坐标大于零.

（1）求向量$\overrightarrow{AB}$的坐标；

（2）求圆 $x^2-6x+y^2+2y=0$ 关于直线OB对称的圆的方程；

（3）是否存在实数a，使抛物线 $y=ax^2-1$ 上总有关于直线OB对称的两个点？若不存在，说明理由：若存在，求a的取值范围.

22．（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分8分，第3小题满分6分.

已知数列 $\{a_n\}$（n为正整数）是首项是a_1，公比为q的等比数列.

（1）求和：$a_1C_2^0-a_2C_2^1+a_3C_2^2, a_1C_3^0-a_2C_3^1+a_3C_3^2-a_4C_3^3$;

（2）由（1）的结果归纳概括出关于正整数n的一个结论，并加以证明.

（3）设q≠1，S_n是等比数列 $\{a_n\}$ 的前n项和，求：

$$S_1C_n^0 - S_2C_n^1 + S_3C_n^2 - S_4C_n^3 + \ldots + (-1)^n S_{n+1}C_n^n$$