2010年普通高等学校招生全国统一考试（四川卷）

数学（理工农医类）

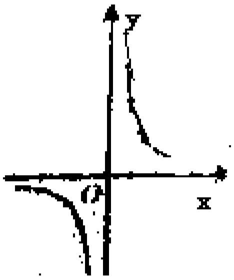
第 Ⅰ 卷

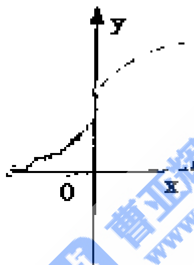
一、选择题：

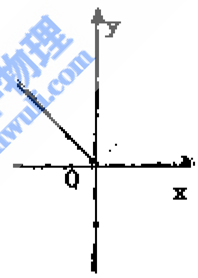
（1）i 是虚数单位，计算 $i+i^2+i^3=$

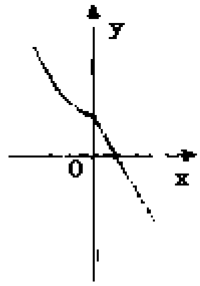
（A）-1　　（B）1　　（C）$-i$　　（D）i

（2）下列四个图像所表示的函数，在点 $x=0$ 处连续的是









（A）　　（B）　　（C）　　（D）

（3）$2\log_5 10+\log_5 0.25=$

（A）0　　（B）1　　（C）2　　（D）4

（4）函数 $f(x)=x^2+mx+1$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称的充要条件是

（A）$m=-2$　　（B）$m=2$　　（C）$m=-1$　　（D）$m=1$

（5）设点M是线段BC的中点，点A在直线BC外，$\overrightarrow{BC}^2=16, |\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|$，则 $|\overrightarrow{AM}|=$

（A）8　　（B）4　　（C）2　　（D）1

（6）将函数 $y=\sin x$ 的图像上所有的点向右平行移动 $\dfrac{\pi}{10}$ 个单位长度，再把所得各点的横坐标伸长到原来的2倍（纵坐标不变），所得图像的函数解析式是

（A） $y=\sin(2x-\frac{\pi}{10})$　　（B） $y=\sin(2x-\frac{\pi}{5})$

（C） $y=\sin(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{10})$　　（D） $y=\sin(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{20})$

（7）某加工厂用某原料由甲车间加工出A产品，由乙车间加工出B产品．甲车间加工一箱原料需耗费工时10小时可加工出7千克A产品，每千克A产品获利40元，乙车间加工一箱原料需耗费工时6小时可加工出4千克B产品，每千克B产品获利50元．甲、乙两车间每天共能完成至多70箱原料的加工，每天甲、乙两车间耗费工时总和不得超过480小时，甲、乙两车间每天总获利最大的生产计划为

（A）甲车间加工原料10箱，乙车间加工原料60箱

（B）甲车间加工原料15箱，乙车间加工原料55箱

（C）甲车间加工原料18箱，乙车间加工原料50箱

（D）甲车间加工原料40箱，乙车间加工原料30箱

（8）已知数列$\{a_n\}$的首项$a_1\neq 0$，其前n项的和为S_n，且$S_{n+1}=2S_n+a_1$，则$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{S_n}=$

（A）0　　（B）$\frac{1}{2}$　　（C）1　　（D）2

（9）椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点$F$，其右准线与$x$轴的交点为A，在椭圆上存在点P满足线段AP的垂直平分线过点F，则椭圆离心率的取值范围是

（A）$\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$　　（B）$\left(0,\frac{1}{2}\right]$　　（C）$\left[\sqrt{2}-1,1\right)$　　（D）$\left[\frac{1}{2},1\right)$

（10）由1、2、3、4、5、6组成没有重复数字且1、3都不与5相邻的六位偶数的个数是

（A）72　　（B）96　　（C） 108　　（D）144

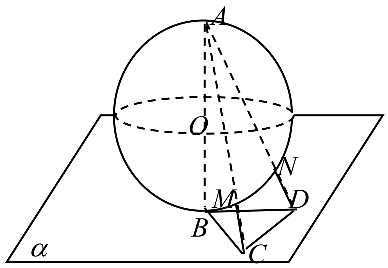
（11）半径为R的球O的直径AB垂直于平面α，垂足为B，$\triangle BCD$是平面α内边长为R的正三角形，线段AC、AD分别与球面交于点M，N，那么M、N两点间的球面距离是

（A） $R\arccos\frac{17}{25}$

（B） $R\arccos\frac{18}{25}$

（C） $\frac{1}{3}\pi R$

（D） $\frac{4}{15}\pi R$



（12）设$a>b>c>0$，则$2a^2+\dfrac{1}{ab}+\dfrac{1}{a(a-b)}-10ac+25c^2$的最小值是

（A）2　　　　　　（B）4　　　　　　（C） $2\sqrt{5}$　　　　　　（D）5

2010年普通高等学校招生全国统一考试（四川卷）

数学（理工农医类）

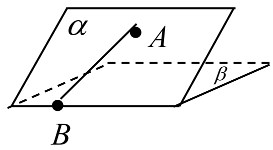
第 II 卷

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分．把答案填在题中横线上．

（13）$(2-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}})^6$的展开式中的第四项是__________.

（14）直线$x-2y+5=0$与圆$x^2+y^2=8$相交于A、B两点，则$\left|AB\right|=$________.

（15）如图，二面角$\alpha-l-\beta$的大小是60°，线段$AB\subset\alpha$．



$B\in l$，AB与l所成的角为30°．则AB与平面β所成的角的正弦值是_________.

（16）设S为复数集C的非空子集．若对任意$x,y\in S$，都有$x+y,x-y,xy\in S$，则称S为封闭集。下列命题：

①集合$S=\left|a+bi\right|$（a,b为整数，i为虚数单位）为封闭集；

②若S为封闭集，则一定有$0\in S$；

③封闭集一定是无限集；

④若S为封闭集，则满足$S\subseteq T\subseteq C$的任意集合T也是封闭集.

其中真命题是__________________（写出所有真命题的序号）

三、解答题：本大题共6小题，共74分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（17）（本小题满分12分）

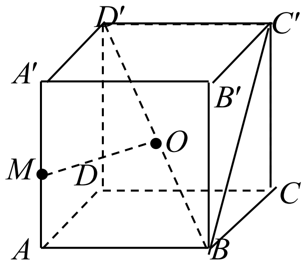
某种有奖销售的饮料，瓶盖内印有“奖励一瓶”或“谢谢购买”字样，购买一瓶若其瓶盖内印有“奖励一瓶”字样即为中奖，中奖概率为$\frac{1}{6}$．甲、乙、丙三位同学每人购买了一瓶该饮料。

（I）求甲中奖且乙、丙都没有中奖的概率；

（II）求中奖人数ξ的分布列及数学期望Eξ.

（18）（本小题满分12分）

已知正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为1，点 M 是棱 AA' 的中点，点 O 是对角线 BD' 的中点.



（I）求证：OM 为异面直线 AA' 和 BD' 的公垂线；

（II）求二面角 $M-BC'-B'$ 的大小；

（III）求三棱锥 $M-OBC$ 的体积.

（19）（本小题满分12分）

（I）①证明两角和的余弦公式 $C_{\alpha+\beta}:cos(\alpha+\beta)=cos\,\alpha\,cos\,\beta-sin\,\alpha\,sin\,\beta$；

②由 $C_{a+\beta}$ 推导两角和的正弦公式 $S_{a+\beta}:\sin(a+\beta)=\sin a\cos\beta+\cos a\sin\beta$..

（II）已知△ABC的面积 $S=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=3$，且 $cos\,B=\frac{3}{5}$，求 $cos\,C$.

（20）（本小题满分12分）

已知定点 $A(-1,0),F(2,0)$，定直线 $l:x=\frac{1}{2}$，不在 x 轴上的动点 P 与点 F 的距离是它到直线 l 的距离的2倍．设点 P 的轨迹为 E，过点 F 的直线交 E 于 B、C 两点，直线 AB、AC 分别交 l 于点 M、N

（I）求 E 的方程；

（II）试判断以线段 MN 为直径的圆是否过点 F，并说明理由.

（21）（本小题满分12分）

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=0,a_2=2$，且对任意 $m,n\in N^*$ 都有

$$a_{2m-1}+a_{2n-1}=2_{m+n-1}+2(m-n)^2$$

（I）求 a_3,a_5；

（II）设 $b_n=a_{2n+1}-a_{2n-1}\quad(n\in N^*)$ 证明：$\{b_n\}$ 是等差数列；

（III）设 $c_n=(a_{2n+1}-a_n)q^{n-1}(q\neq0,n\in N^*)$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

（22）（本小题满分14分）

设 $f(x)=\dfrac{1+a^x}{1-a^x}$（$a>0$ 且 $a\neq1$），$g(x)$ 是 $f(x)$ 的反函数.

（I）设关于 x 的方程 $log_a\dfrac{t}{(x^2-1)(7-x)}=g(x)$ 在区间 $\left[2,6\right]$ 上有实数解，求 t 的取值范围；

（II）当 $a=e$（e 为自然对数的底数）时，证明：$\sum\limits_{k=2}^{n}g(k)>\dfrac{2-n-n^2}{\sqrt{2n(n+1)}}$；

（III）当 $0<\alpha\le\frac{1}{2}$ 时，试比较 $\left|\sum\limits_{k=1}^{n}f(k)-n\right|$ 与4的大小，并说明理由.