2006年北京高考文科数学真题及答案

一、选择题（共8小题，每小题5分，满分40分）

1．（5分）设集合 $A=\{x\mid 2x+1<3\}$，$B=\{x\mid -3<x<2\}$，则 $A\bigcap B$ 等于(　　)

A．$\{x\mid -3<x<1\}$　　B．$\{x\mid 1<x<2\}$　　C．$\{x\mid x>-3\}$　　D．$\{x\mid x<1\}$

2．（5分）函数 $y=1+\cos x$ 的图象(　　)

A．关于 x 轴对称　　B．关于 y 轴对称

C．关于原点对称　　D．关于直线 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 对称

3．（5分）若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}-\vec{c}$ 都是非零向量，则“$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$”是“$\vec{a}\perp(\vec{b}-\vec{c})$”的(　　)

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．（5分）在1，2，3，4，5这五个数字组成的没有重复数字的三位数中，各位数字之和为奇数的共有(　　)

A．36个　　B．24个　　C．18个　　D．6个

5．（5分）已知 $f(x)=\begin{cases}(3a-1)x+4a, & x\leqslant 1\\ \log_a x, & x>1\end{cases}$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的减函数，那么 a 的取值范围是(　　)

A．$(0,1)$　　B．$(0,\dfrac{1}{3})$　　C．$[\dfrac{1}{7},\dfrac{1}{3})$　　D．$[\dfrac{1}{7},1)$

6．（5分）如果 -1，a，b，c，-9 成等比数列，那么(　　)

A．$b=3$，$ac=9$　　B．$b=-3$，$ac=9$　　C．$b=3$，$ac=-9$　　D．$b=-3$，$ac=-9$

7．（5分）设 A、B、C、D 是空间四个不同的点，在下列命题中，不正确的是(　　)

A．若 AC 与 BD 共面，则 AD 与 BC 共面

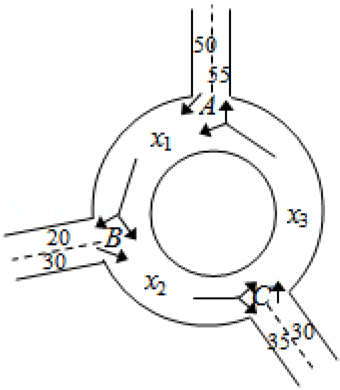
B．若 AC 与 BD 是异面直线，则 AD 与 BC 是异面直线

C．若 $AB=AC$，$DB=DC$，则 $AD=BC$

D．若 $AB=AC$，$DB=DC$，则 $AD\perp BC$

8．（5分）如图为某三岔路口交通环岛的简化模型，在某高峰时段，单位时间进出路口 A，

B， C 的机动车辆数如图所示，图中 x_1， x_2， x_3 分别表示该时段单位时间通过路段 $\overset{\frown}{AB},\overset{\frown}{BC},\overset{\frown}{CA}$ 的机动车辆数（假设：单位时间内，在上述路段中，同一路段上驶入与驶出的车辆数相等），则(　　)



A． $x_1>x_2>x_3$　　B． $x_1>x_3>x_2$　　C． $x_2>x_3>x_1$　　D． $x_3>x_2>x_1$

二、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

9．（5 分）若三点 $A(2,2)$， $B(a,0)$， $C(0,4)$ 共线，则 a 的值等于_____.

10．（5 分）在 $(x-\dfrac{2}{x})^7$ 的展开式中，x^3 的系数是_____．（用数字作答）

11．（5 分）已知函数 $f(x)=a^x-4a+3$ 的反函数的图象经过点 $(-1,2)$，那么 a 的值等于_____.

12．（5 分）已知向量 $\vec{a}=(\cos\alpha,\sin\alpha)$， $\vec{b}=(\cos\beta,\sin\beta)$，且 $\vec{a}\neq\pm\vec{b}$，那么 $\vec{a}+\vec{b}$ 与 $\vec{a}-\vec{b}$ 的夹角的大小是_____.

13．（5 分）在 ΔABC 中， $\angle A$， $\angle B$， $\angle C$ 所对的边长分别为 a， b， c．若 $\sin A:\sin B:\sin C=5:7:8$，则 $a:b:c=$_____， $\angle B$ 的大小是_____°.

14．（5 分）已知点 $P(x,y)$ 的坐标满足条件 $\begin{cases}x+y\leqslant 4\\ y\geqslant x\\ x\geqslant 1\end{cases}$，点 O 为坐标原点，那么 $|PO|$ 的最小值等于_____，最大值等于_____.

三、解答题（共 6 小题，满分 80 分）

15．（12 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{1-\sin 2x}{\cos x}$

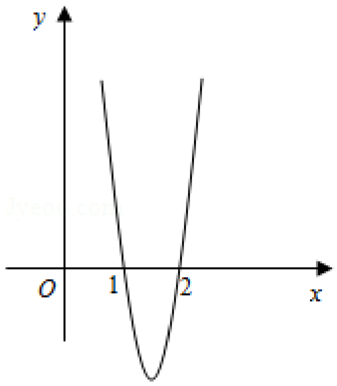
（Ⅰ）求 $f(x)$ 的定义域；

（Ⅱ）设α是第四象限的角，且$\tan\alpha=-\dfrac{4}{3}$，求$f(\alpha)$的值．

16．（13 分）已知函数$f(x)=ax^3+bx^2+cx$在点x_0处取得极大值 5，其导函数$y=f'(x)$的图象经过点$(1,0)$，$(2,0)$，如图所示，求：

（Ⅰ）x_0的值；

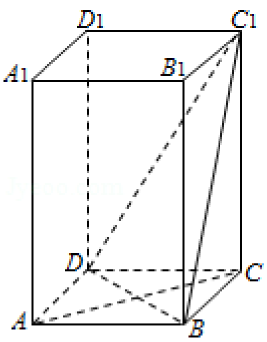
（Ⅱ）a，b，c的值．



17．（14 分）如图，$ABCD-A_1B_1C_1D_1$是正四棱柱．

（Ⅰ）求证：$BD\perp$平面ACC_1A_1；

（Ⅱ）若二面角C_1-BD-C的大小为$60°$，求异面直线BC_1与AC所成角的大小．



18．（13 分）某公司招聘员工，指定三门考试课程，有两种考试方案．

方案一：考试三门课程，至少有两门及格为考试通过；

方案二：在三门课程中，随机选取两门，这两门都及格为考试通过．

假设某应聘者对三门指定课程考试及格的概率分别是a，b，c，且三门课程考试是否及格相互之间没有影响．

（Ⅰ）分别求该应聘者用方案一和方案二时考试通过的概率；

（Ⅱ）试比较该应聘者在上述两种方案下考试通过的概率的大小．（说明理由）

19．（14 分）已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1， F_2，点 P 在此椭圆上，且 $PF_1\perp F_1F_2$，$|PF_1|=\dfrac{4}{3}$，$|PF_2|=\dfrac{14}{3}$．

（1）求椭圆的方程；

（2）若直线 l 过圆 $x^2+y^2+4x-2y=0$ 的圆心 M 且交椭圆于 A， B 两点，且 A， B 关于点 M 对称，求直线 l 的方程．

20．（14 分）设等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 a_1 及公差 d 都为整数，前 n 项和为 S_n．

（Ⅰ）若 $a_{11}=0$， $S_{14}=98$，求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）若 $a_1\geqslant 6$， $a_{11}>0$， $S_{14}\leqslant 77$，求所有可能的数列 $\{a_n\}$ 的通项公式．

2006年北京高考文科数学真题参考答案

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，满分 40 分）

1．（5 分）设集合 $A=\{x\,|\,2x+1<3\}$， $B=\{x\,|-3<x<2\}$，则 $A\bigcap B$ 等于(　　)

A． $\{x\,|-3<x<1\}$　　B． $\{x\,|\,1<x<2\}$　　C． $\{x\,|\,x>-3\}$　　D． $\{x\,|\,x<1\}$

【解答】解：$\because A=\{x\,|\,2x+1<3\}=\{x\,|\,x<1\}$， $B=\{x\,|-3<x<2\}$，

$\therefore A\bigcap B=\{x\,|-3<x<1\}$

故选： A．

2．（5 分）函数 $y=1+\cos x$ 的图象(　　)

A．关于 x 轴对称　　B．关于 y 轴对称

C．关于原点对称　　D．关于直线 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 对称

【解答】解：$\because$ 余弦函数 $y=\cos x$ 是偶函数

$\therefore$ 函数 $y=1+\cos$ 是偶函数，故关于 y 轴对称，

故选： B．

3．（5 分）若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}-\vec{c}$ 都是非零向量，则“ $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$ ”是“ $\vec{a}\perp(\vec{b}-\vec{c})$ ”的(　　)

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　　　　　　　　　　　D．既不充分也不必要条件

【解答】解：$\because \vec{a}\bullet\vec{b}=\vec{a}\bullet\vec{c}$

$\therefore \vec{a}\bullet\vec{b}-\vec{a}\bullet\vec{c}=0$

$\therefore \vec{a}\bullet(\vec{b}-\vec{c})=0$

$\therefore \vec{a}\perp(\vec{b}-\vec{c})$，

由于本过程可逆，

故选：C．

4．（5分）在1，2，3，4，5这五个数字组成的没有重复数字的三位数中，各位数字之和为奇数的共有(　　)

A．36个　　B．24个　　C．18个　　D．6个

【解答】解：由题意知本题是一个分类计数问题，

各位数字之和为奇数的有两类：

①两个偶数一个奇数：有$C_3^1A_3^3=18$个；

②三个都是奇数：有$A_3^3=6$个．

$\therefore$根据分类计数原理知共有$18+6=24$个．

故选：B．

5．（5分）已知$f(x)=\begin{cases}(3a-1)x+4a, x\leqslant 1\\ \log_a x, x>1\end{cases}$是$(-\infty,+\infty)$上的减函数，那么$a$的取值范围是(　　)

A．$(0,1)$　　B．$(0,\dfrac{1}{3})$　　C．$[\dfrac{1}{7},\dfrac{1}{3})$　　D．$[\dfrac{1}{7},1)$

【解答】解：依题意，有$0<a<1$且$3a-1<0$，

解得$0<a<\dfrac{1}{3}$，

又当$x<1$时，$(3a-1)x+4a>7a-1$，

当$x>1$时，$\log_a x<0$，

因为$f(x)$在R上单调递减，所以$7a-1\geqslant 0$解得$a\geqslant\dfrac{1}{7}$

综上：$\dfrac{1}{7}\leqslant a<\dfrac{1}{3}$

故选：C．

6．（5 分）如果-1，a，b，c，-9成等比数列，那么$($　　$)$

A．$b=3$，$ac=9$　B．$b=-3$，$ac=9$　C．$b=3$，$ac=-9$　D．$b=-3$，$ac=-9$

【解答】解：由等比数列的性质可得$ac=(-1)\times(-9)=9$，

$b\times b=9$且b与奇数项的符号相同，

$\therefore b=-3$，

故选：B．

7．（5 分）设A、B、C、D是空间四个不同的点，在下列命题中，不正确的是$($　　$)$

A．若AC与BD共面，则AD与BC共面

B．若AC与BD是异面直线，则AD与BC是异面直线

C．若$AB=AC$，$DB=DC$，则$AD=BC$

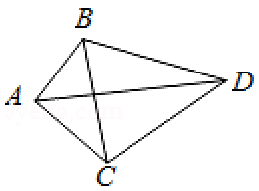
D．若$AB=AC$，$DB=DC$，则$AD\perp BC$

【解答】解：A显然正确；B也正确，因为若AD与BC共面，则必有AC与BD共面与条件矛盾

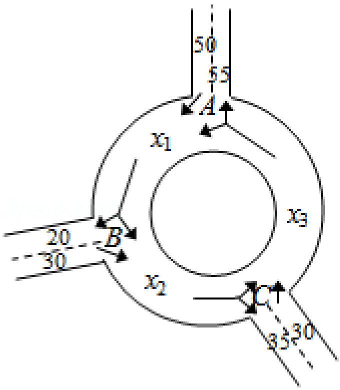
C不正确，如图所示：

D正确，用平面几何与立体几何的知识都可证明．

故选：C．



8．（5 分）如图为某三岔路口交通环岛的简化模型，在某高峰时段，单位时间进出路口A，B，C的机动车辆数如图所示，图中x_1，x_2，x_3分别表示该时段单位时间通过路段$\overset{\frown}{AB},\overset{\frown}{BC},\overset{\frown}{CA}$的机动车辆数（假设：单位时间内，在上述路段中，同一路段上驶入与驶出的车辆数相等），则$($　　$)$



A．$x_1 > x_2 > x_3$　　B．$x_1 > x_3 > x_2$　　C．$x_2 > x_3 > x_1$　　D．$x_3 > x_2 > x_1$

【解答】解：依题意，有 $x_1 = 50 + x_3 - 55 = x_3 - 5$，

$\therefore x_1 < x_3$，

同理，$x_2 = 30 + x_1 - 20 = x_1 + 10$

$\therefore x_1 < x_2$，

同理，$x_3 = 30 + x_2 - 35 = x_2 - 5$

$\therefore x_3 < x_2$

故选：C．

二、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

9．（5 分）若三点 $A(2,2)$，$B(a,0)$，$C(0,4)$ 共线，则 a 的值等于__4__．

【解答】解：$\overrightarrow{AB} = (a-2,-2)$，$\overrightarrow{AC} = (-2,2)$，

依题意，向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 共线，

故有 $2(a-2)-4=0$，

得 $a=4$

故答案为 4

10．（5 分）在 $(x-\dfrac{2}{x})^7$ 的展开式中，x^3 的系数是__84__．（用数字作答）

【解答】解：$T_{r+1} = C_7^r x^{7-r}(-\dfrac{2}{x})^r = (-2)^r C_7^r x^{7-2r}$，

令 $7-2r=3$，

解得 $r=2$，

故所求的系数为$(-2)^2C_7^2=84$

故答案为84

11．（5分）已知函数$f(x)=a^x-4a+3$的反函数的图象经过点$(-1,2)$，那么a的值等于__2__．

【解答】解：依题意，点$(-1,2)$在函数$f(x)=a^x-4a+3$的反函数的图象上，

则点$(2,-1)$在函数$f(x)=a^x-4a+3$的图象上

将$x=2$，$y=-1$，代入$y=a^x-4a+3$中，解得$a=2$

故答案为：2

12．（5分）已知向量$\vec{a}=(\cos\alpha,\sin\alpha)$，$\vec{b}=(\cos\beta,\sin\beta)$，且$\vec{a}\neq\pm\vec{b}$，那么$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}-\vec{b}$的夹角的大小是__$\dfrac{\pi}{2}$__．

【解答】解：$\because\ \vec{a}+\vec{b}=(\cos\alpha+\cos\beta,\sin\alpha+\sin\beta)$，$\vec{a}-\vec{b}=(\cos\alpha-\cos\beta,\sin\alpha-\sin\beta)$，

$\therefore(\vec{a}+\vec{b})\bullet(\vec{a}-\vec{b})=(\cos\alpha-\cos\beta)(\cos\alpha+\cos\beta)+(\sin\alpha-\sin\beta)(\sin\alpha+\sin\beta)$

$=\cos\alpha^2-\cos\beta^2+\sin\alpha^2-\sin\beta^2$

$=1-1=0$

设$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}-\vec{b}$的夹角为θ，

则$\cos\theta=0$，

故$\theta=\dfrac{\pi}{2}$，

故答案为：$\dfrac{\pi}{2}$．

13．（5分）在ΔABC中，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$所对的边长分别为a，b，c．若$\sin A:\sin B:\sin C=5:7:8$，则$a:b:c=$__$5:7:8$__，$\angle B$的大小是_____°．

【解答】解：由正弦定理得$\sin A:\sin B:\sin C=5:7:8$

$\therefore a:b:c=5:7:8$

设$a=5k$，$b=7k$，$c=8k$，

由余弦定理$\cos\angle B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{25k^2+64k^2-49k^2}{2\bullet5k\bullet8k}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore\angle B=\dfrac{\pi}{3}$．

故答案为：$5:7:8$，$\dfrac{\pi}{3}$

14．（5 分）已知点 $P(x,y)$ 的坐标满足条件 $\begin{cases} x+y\leqslant 4 \\ y\geqslant x \\ x\geqslant 1 \end{cases}$，点 O 为坐标原点，那么 $|PO|$ 的最小值

等于__$\sqrt{2}$__，最大值

等于_____.

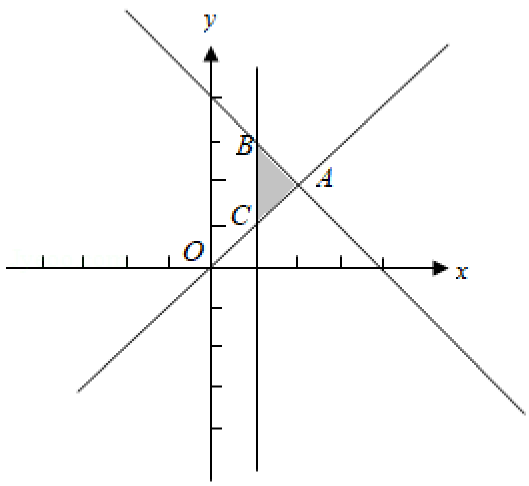
【解答】解：画出可行域，如图所示：易得 $A(2,2)$，$OA=2\sqrt{2}B(1,3)$，

$OB=\sqrt{10}$；$C(1,1)$，$OC=\sqrt{2}$

故 $|OP|$ 的最大值为 $\sqrt{10}$，

最小值为 $\sqrt{2}$.

故填：$\sqrt{2}\sqrt{10}$.



三、解答题（共 6 小题，满分 80 分）

15．（12 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{1-\sin 2x}{\cos x}$

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的定义域；

（Ⅱ）设 α 是第四象限的角，且 $\tan\alpha=-\dfrac{4}{3}$，求 $f(\alpha)$ 的值.

【解答】解：（Ⅰ）由 $\cos x\neq 0$ 得 $x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in Z)$，

故 $f(x)$ 的定义域为 $\{|x|x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}$，$k\in Z\}$.

（Ⅱ）因为 $\tan\alpha=-\dfrac{4}{3}$，且 α 是第四象限的角，

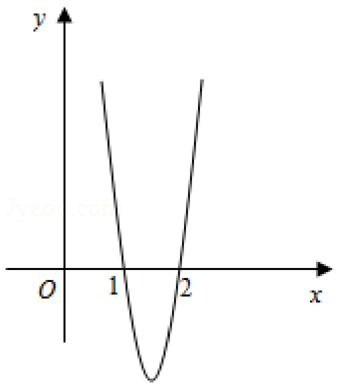
所以 $\sin\alpha=-\dfrac{4}{5}$， $\cos\alpha=\dfrac{3}{5}$，

故 $f(\alpha)=\dfrac{1-\sin2\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{1-2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{1-2\times(-\frac{4}{5})\times\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}}=\dfrac{49}{15}$.

16.（13 分）已知函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx$ 在点 x_0 处取得极大值 5，其导函数 $y=f'(x)$ 的图象经过点 $(1,0)$， $(2,0)$，如图所示，求：

（Ⅰ） x_0 的值；

（Ⅱ） a， b， c 的值．



【解答】解：（Ⅰ）由图象可知，在 $(-\infty,1)$ 上 $f'(x)>0$，在 $(1,2)$ 上 $f'(x)<0$.

在 $(2,+\infty)$ 上 $f'(x)>0$.

故 $f(x)$ 在 $(-\infty,1)$， $(2,+\infty)$ 上递增，在 $(1,2)$ 上递减．

因此 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极大值，所以 $x_0=1$.

（Ⅱ） $f'(x)=3ax^2+2bx+c$，

由 f'（1）$=0$， f'（2）$=0$， f（1）$=5$，

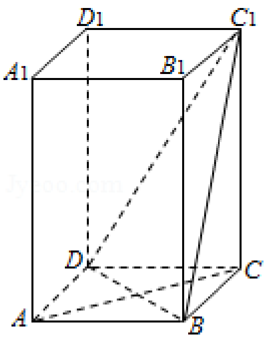
得 $\begin{cases}3a+2b+c=0\\12a+4b+c=0\\a+b+c=5\end{cases}$

解得 $a=2$， $b=-9$， $c=12$.

17.（14 分）如图， $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是正四棱柱．

（Ⅰ）求证：$BD\perp$平面ACC_1A_1；

（Ⅱ）若二面角C_1-BD-C的大小为60°，求异面直线BC_1与AC所成角的大小．



【解答】解：法一：

（Ⅰ）$\because ABCD-A_1B_1C_1D_1$是正四棱柱，

$\therefore CC_1\perp$平面$ABCD$，

$\therefore BD\perp CC_1$

$\because ABCD$是正方形$\therefore BD\perp AC$

又$\because AC$，$CC_1\subset$平面ACC_1A_1，且$AC\bigcap CC_1=C$，

$\therefore BD\perp$平面ACC_1A_1．

（Ⅱ）设BD与AC相交于O，连接C_1O．

$\because CC_1\perp$平面$ADCD$

$\therefore BD\perp AC$，

$\therefore BD\perp C_1O$，

$\therefore \angle C_1OC\angle$是二面角$C_1-BD-C$的平面角，

$\therefore \angle C_1OC=60^{\circ}$．连接$A_1B$．

$\because A_1C_1//AC$，

$\therefore \angle A_1C_1B$是$BC_1$与$AC$所成的角．

设$BC=a$，则

$CO=2\dfrac{\sqrt{2}}{2}a,CC_1=CO\bullet\tan 60^{\circ}\bullet A_1B=BC_1=\dfrac{\sqrt{10}}{2}a\bullet A_1C_1=\sqrt{2}a$．

在△ A_1BC_1 中，由余弦定理得 $\cos A_1C_1B=\dfrac{A_1C_1^2+BC_1^2-A_1B^2}{2A_1C_1\bullet BC_1}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore \angle A_1C_1B=\arccos\dfrac{\sqrt{5}}{5'}$

$\therefore$ 异面直线 BC_1 与 AC 所成角的大小为 $\arccos\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

法二：

（Ⅰ）建立空间直角坐标系 $D-xyz$，如图.

设 $AD=a$，$DD_1=b$，则有 $D(0，0，0)$，$A(a，0，0)$，$B(a，a，0)$，$C(0，a，0)$，

$C_1(0，a，b)$，

$\therefore \overrightarrow{BD}=(-a,-a,0),\overrightarrow{AC}=(-a,a,0),\overrightarrow{CC_1}=(0，0，b)$，$\therefore \overrightarrow{BD}\bullet\overrightarrow{AC}=0,\overrightarrow{BD}\bullet\overrightarrow{CC_1}=0$，

$\therefore BD\perp AC$，$BD\perp CC_1$，

又 $\because AC$，$CC_1\subset$ 平面 ACC_1A_1，且 $AC\bigcap CC_1=C$，

$\therefore BD\perp$ 平面 ACC_1A_1.

（Ⅱ）设 BD 与 AC 相交于 O，连接 C_1O，

则点 O 坐标为 $(\dfrac{a}{2},\dfrac{a}{2},0),\overrightarrow{OC_1}=(-\dfrac{a}{2},\dfrac{a}{2},b)$，

$\because \overrightarrow{BD}\bullet\overrightarrow{OC_1}=0$，$\therefore BD\perp C_1O$，又 $\because BD\perp CO$，

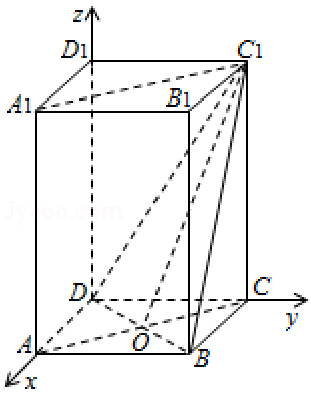
$\therefore \angle C_1OC$ 是二面角 C_1BDC 的平面角，$\therefore \angle C_1OC=60^\circ$，

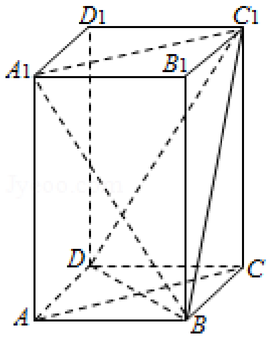
$\because \tan C_1OC=\dfrac{CC_1}{OC}=\dfrac{b}{\dfrac{\sqrt{2}}{2}a}=\sqrt{3}$，$\therefore b=\dfrac{\sqrt{6}}{2}a$.

$\because \overrightarrow{AC}=(-a,a,0),\overrightarrow{BC_1}=(-a，0，b)$，

$\therefore \cos\langle\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BC_1}\rangle=\dfrac{\overrightarrow{AC}\bullet\overrightarrow{BC_1}}{|\overrightarrow{AC}|\bullet|\overrightarrow{BC_1}|}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore$ 异面直线 BC_1 与 AC 所成角的大小为 $\arccos\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.





18.（13 分）某公司招聘员工，指定三门考试课程，有两种考试方案.

方案一：考试三门课程，至少有两门及格为考试通过；

方案二：在三门课程中，随机选取两门，这两门都及格为考试通过.

假设某应聘者对三门指定课程考试及格的概率分别是 a ， b ， c ，且三门课程考试是否及格相互之间没有影响.

（Ⅰ）分别求该应聘者用方案一和方案二时考试通过的概率；

（Ⅱ）试比较该应聘者在上述两种方案下考试通过的概率的大小.（说明理由）

【解答】解：设三门考试课程考试通过的事件分别为 A ， B ， C ，相应的概率为 a ， b ， c

（1）考试三门课程，至少有两门及格的事件可表示为 $AB\overline{C}+A\overline{B}C+\overline{A}BC+ABC$ ，设其概率为

P_1 ，则 $P_1=ab(1-c)+a(1-b)c+(1-a)bc+abc=ab+ac+bc-2abc$

设在三门课程中，随机选取两门，这两门都及格的概率为 P_2 ，

则 $P_2=\frac{1}{3}ab+\frac{1}{3}ac+\frac{1}{3}bc$

（2） $P_1-P_2=(ab+ac+bc-2abc)-(\frac{1}{3}ab+\frac{1}{3}ac+\frac{1}{3}bc)$

$=\frac{2}{3}ab+\frac{2}{3}ac+\frac{2}{3}bc-2abc$

$=\frac{2}{3}(ab+ac+bc-3abc)$

$=\frac{2}{3}[ab(1-c)+ac(1-b)+bc(1-a)]>0$

$\therefore P_1>P_2$ 即用方案一的概率大于用方案二的概率．

19．（14 分）已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1， F_2，点 P 在此椭圆上，且 $PF_1\perp F_1F_2$，$|PF_1|=\frac{4}{3}$，$|PF_2|=\frac{14}{3}$．

（1）求椭圆的方程；

（2）若直线 l 过圆 $x^2+y^2+4x-2y=0$ 的圆心 M 且交椭圆于 A， B 两点，且 A， B 关于点 M 对称，求直线 l 的方程．

【解答】解：（Ⅰ）因为点 P 在椭圆 C 上，所以 $2a=|PF_1|+|PF_2|=6$， $a=3$．

在 $Rt\triangle PF_1F_2$ 中，$|F_1F_2|=\sqrt{|PF_2|^2-|PF_1|^2}=2\sqrt{5}$，

故椭圆的半焦距 $c=\sqrt{5}$，

从而 $b^2=a^2-c^2=4$，

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$．

（Ⅱ）解法一：

设 A， B 的坐标分别为 $(x_1，\ y_1)$、$(x_2，\ y_2)$．

已知圆的方程为 $(x+2)^2+(y-1)^2=5$，

所以圆心 M 的坐标为 $(-2,1)$．

从而可设直线 l 的方程为

$y=k(x+2)+1$，

代入椭圆 C 的方程得

$(4+9k^2)x^2+(36k^2+18k)x+36k^2+36k-27=0$．

因为 A， B 关于点 M 对称．

所以 $\frac{x_1+x_2}{2}=-\frac{18k^2+9k}{4+9k^2}=-2$．

解得 $k=\frac{8}{9}$，

所以直线l的方程为$y=\dfrac{8}{9}(x+2)+1$，

即$8x-9y+25=0$．

（经检验，所求直线方程符合题意）

（Ⅱ）解法二：

已知圆的方程为$(x+2)^2+(y-1)^2=5$，

所以圆心M的坐标为$(-2,1)$．

设A，B的坐标分别为$(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$．

由题意$x_1\neq x_2$且$\dfrac{{x_1}^2}{9}+\dfrac{{y_1}^2}{4}=1$，①$\dfrac{{x_2}^2}{9}+\dfrac{{y_2}^2}{4}=1$，②

由①$-$②得$\dfrac{(x_1-x_2)(x_1+x_2)}{9}+\dfrac{(y_1-y_2)(y_1+y_2)}{4}=0$．③

因为A、B关于点M对称，

所以$x_1+x_2=-4$，$y_1+y_2=2$，

代入③得$\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\dfrac{8}{9}$，

即直线l的斜率为$\dfrac{8}{9}$，

所以直线l的方程为$y-1=\dfrac{8}{9}(x+2)$，

即$8x-9y+25=0$．

（经检验，所求直线方程符合题意．）

20．（14分）设等差数列$\{a_n\}$的首项a_1及公差d都为整数，前n项和为S_n．

（Ⅰ）若$a_{11}=0$，$S_{14}=98$，求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）若$a_1\geqslant 6$，$a_{11}>0$，$S_{14}\leqslant 77$，求所有可能的数列$\{a_n\}$的通项公式．

【解答】解：（Ⅰ）由$S_{14}=98$得$2a_1+13d=14$，

又$a_{11}=a_1+10d=0$，

$\therefore$解得$d=-2$，$a_1=20$．

$\therefore\{a_n\}$的通项公式是$a_n=22-2n$，

（Ⅱ）由$\begin{cases} S_{14} \le 77 \\ a_{11} > 0 \\ a_1 \ge 6 \end{cases}$

得$\begin{cases} 2a_1 + 13d \le 11 \\ a_1 + 10d > 0 \\ a_1 \ge 6 \end{cases}$

即$\begin{cases} 2a_1 + 13d \le 11 \\ -2a_1 - 20d < 0 \\ -2a_1 \le -12 \end{cases}$

由①＋②得$-7d < 11$.

即$d > -\dfrac{11}{7}$.

由①＋③得$13d \le -1$

即$d \le -\dfrac{1}{13}$

于是$-\dfrac{11}{7} < d \le -\dfrac{1}{13}$

又$d \in Z$，故

$d = -1$④

将④代入①②得$10 < a_1 \le 12$.

又$a_1 \in Z$，故$a_1 = 11$或$a_1 = 12$.

$\therefore$所有可能的数列$\{a_n\}$的通项公式是

$a_n = 12 - n$和$a_n = 13 - n$，