1990年贵州高考理科数学真题及答案

一、选择题（共15小题，每小题4分，满分60分）

1.（4分）方程 $2^{\log_3 x}=\frac{1}{4}$的解是（　　）

A. $x=\frac{1}{9}$　　B. $x=\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $x=\sqrt{3}$　　D. x=9

2.（4分）把复数1+i对应的向量按顺时针方向旋转$\frac{2\pi}{3}$所得到的向量对应的复数是(　　)

A. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}+\frac{-1+\sqrt{}}{2}$　B. $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}+\frac{-1}{}$ i　C. $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}+\frac{1-\sqrt{}}{2}$　D. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}+\frac{-1-}{2}$

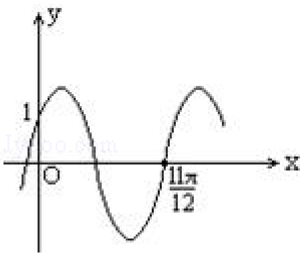
3.（4分）如果底面直径和高相等的圆柱的侧面积是S，那么圆柱的体积等于（　　）

A. $\frac{S}{2}\sqrt{S}$　　B. $\frac{S}{2}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$　　C. $\frac{S}{4}\sqrt{S}$　　D. $\frac{S}{4}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$

4.（4分）方程sin2x=sinx在区间（0，2π）内的解的个数是（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

5.（4分）已知如图是函数y=2sin（ωx+φ）（|φ|<$\frac{\pi}{2}$）的图象，那么（　　）



A. $=\frac{10}{11}$，$\phi=\frac{\pi}{6}$　B. $=\frac{10}{11}$，$\phi=-\frac{\pi}{6}$　C. $=2$，$\phi=\frac{\pi}{6}$　D. $=2$，$\phi=-\frac{\pi}{6}$

6.（4分）函数$y=\frac{|\sin x|}{\sin x}+\frac{\cos x}{|\cos x|}+\frac{|\tan x|}{\tan x}+\frac{\cot x}{|\cot x|}$的值域是（　　）

A. {－2，4}　　B. {－2，0，4}　　C. {－2，0，2，4}　D. {－4，－2，0，4}

7.（4分）如果直线y=ax+2与直线y=3x－b关于直线y=x对称，那么（　　）

A. $a=\frac{1}{3}$，b=6　　B. $a=\frac{1}{3}$，b=－6　　C. a=3，b=－2　　D. a=3，b=6

8.（4分）极坐标方程4sinθ=5ρ表示的曲线是（　　）

A．圆　　B．椭圆　　C．双曲线的一支　D．抛物线

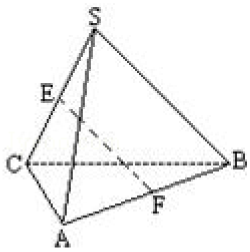
9．（4分）设全集 I={（x，y）|x，y∈R}，集合 M={（x，y）|$\frac{y-3}{x-2}$=1}，N=（x，y）|y≠x+1．那么$\overline{M}\cup\overline{N}$等于（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．{（2，3）}　　C．（2，3）　　D．{（x，y）|y=x+1

10．（4分）（2010•建德市模拟）若实数 x、y 满足（x+2）^{2}+y^2=3，则$\frac{y}{x}$的最大值为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$-\sqrt{3}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

11．（4分）如图，正三棱锥 SABC 的侧棱与底面边长相等，如果 E、F 分别为 SC、AB 的中点，那么异面直线 EF 与 SA 所成的角等于（　　）



A．90°　　B．60°　　C．45°　　D．30°

12．（4分）已知 h＞0．设命题甲为：两个实数 a，b 满足|a﹣b|＜2h；命题乙为：两个实数 a，b 满足|a﹣1|＜h 且|b﹣1|＜h．那么（　　）

A．甲是乙的充分条件，但不是乙的必要条件

B．甲是乙的必要条件，但不是乙的充分条件

C．甲是乙的充分条件

D．甲不是乙的充分条件，也不是乙的必要条件

13．（4分）A，B，C，D，E 五人并排站成一排，如果 B 必须站在 A 的右边（A，B 可以不相邻），那么不同的排法共有（　　）

A．24 种　　B．60 种　　C．90 种　　D．120 种

14．（4分）以一个正方体的顶点为顶点的四面体共有（　　）

A．70 个　　B．64 个　　C．58 个　　D．52 个

15．（4分）设函数 y=arctgx 的图象沿 x 轴正方向平移 2 个单位所得到的图象为 C．又设图象 C′与 C 关于原点对称，那么 C′所对应的函数是（　　）

A．y=﹣arctg（x﹣2）　　B．y=arctg（x﹣2）　　C．y=﹣arctg（x+2）　　D．y=arctg（x+2）

二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，满分 25 分）

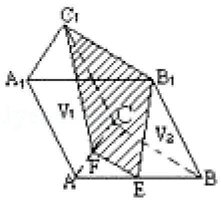
16.（5 分）双曲线$\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1$的准线方程是______________.

17.（5 分）（x－1）－（x－1）^{2}+（x－1）^{3}－（x－1）^{4}+（x－1）^{5}的展开式中，x^2的系数等于______________.

18.（5 分）（2011•上海模拟）已知$\{a_n\}$是公差不为零的等差数列，如果 s_n是$\{a_n\}$的前 n 项的和，那么$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{na_n}{s_n}$等于______________.

19.（5 分）函数 y=sinxcosx+sinx+cosx 的最大值是______________.

20.（5 分）如图，三棱柱 ABC－$A_1B_1C_1$中，若 E、F 分别为 AB、AC 的中点，平面 EB_1C_1F 将三棱柱分成体积为 V_1、V_2的两部分，那么 V_1：V_2=______________.

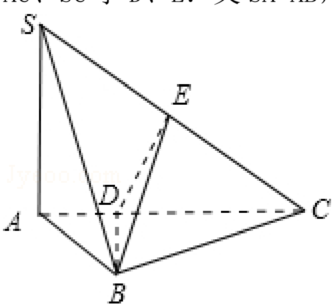


三、解答题（共 6 小题，满分 65 分）

21.（10 分）有四个数，其中前三个数成等差数列，后三个数成等比数列，并且第一个数与第四个数的和是 16，第二个数与第三个数的和是 12，求这四个数.

22.（10 分）已知 sina+sinB=$\frac{1}{4}$，cosa+cosB=$\frac{1}{3}$，求 tg（a+B）的值.

23.（10 分）如图，在三棱锥 SABC 中，SA⊥底面 ABC，AB⊥BC．DE 垂直平分 SC，且分别交 AC、SC 于 D、E．又 SA=AB，SB=BC．求以 BD 为棱，以 BDE 与 BDC 为面的二面角的度数.



24.（11 分）设 a 为实数，在复数集 C 中解方程：$z^2+2|z|=a$.

25．（12 分）设椭圆的中心是坐标原点，长轴在 x 轴上，离心率 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$，已知点 P（0，$\frac{3}{2}$）到这个椭圆上的点最远距离是$\sqrt{7}$．求这个椭圆的方程，并求椭圆上到点 P 的距离等于$\sqrt{7}$的点的坐标．

26．（12 分）$f(x)=\lg\frac{1+2^x+\cdots+(n-1)^x+n^xa}{n}$，其中 a 是实数，n 是任意自然数且 n ≥2．

（Ⅰ）如果 f（x）当 x∈（﹣∞，1]时有意义，求 a 的取值范围；

（Ⅱ）如果 a∈（0，1]，证明 2f（x）＜f（2x）当 x≠0 时成立．

参考答案

一、选择题（共 15 小题，每小题 4 分，满分 60 分）

1．

考点： 对数的运算性质；指数式与对数式的互化．

分析： 根据指数式与对数式的互化可知，$2^{\log_3 x}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow\log_2\frac{1}{4}=\log_3 x=-2$，进而得到答案．

解答： 解：∵$2^{\log_3 x}=\frac{1}{4}$

∴$\log_2\frac{1}{4}=\log_3 x=-2$

∴$x=\frac{1}{9}$

故选 A．

点评： 本题主要考查指数式与对数式的相互转化．

2．

考点： 复数代数形式的混合运算．

分析： 把复数 1+i 乘以 $\cos(-\frac{2\pi}{3})+i\sin(-\frac{2\pi}{3})$，化简为代数形式即可．

解答： 解：复数 1+i 对应的向量按顺时针方向旋转$\frac{2\pi}{3}$所得到的

向量：$(1+i)[\cos(-\frac{2\pi}{3})+i\sin(-\frac{2\pi}{3})]=(1+i)(-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i)=\frac{1-\sqrt{3}}{2}+\frac{-1-\sqrt{3}}{2}i$，

故选 D．

点评： 复数旋转，实际上复数乘以一个模为 1 的辅角为$-\frac{2\pi}{3}$复数三角形式，注意旋转方向，本题是基础题．

3．

考点： 旋转体（圆柱、圆锥、圆台）．

专题：计算题．

分析：设圆柱高为h，推出底面半径，求出圆柱的侧面积，然后求出圆柱的体积即可得到选项．

解答：解：设圆柱高为h，则底面半径为$\frac{h}{2}$．

由题意知，$S=\pi h^2$，

$\therefore h=\sqrt{\frac{S}{\pi}}$，

$\therefore V=\pi\left(\frac{h}{2}\right)^2\bullet h=\frac{S}{4}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$．

故选D．

点评：本题是基础题，考查圆柱的侧面积、体积的计算及其关系，考查计算能力，常考题型．

4．

考点：正弦函数的图象；函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换．

专题：计算题．

分析：通过二倍角公式化简的2sinxcosx=sinx，进而推断sinx=0或cosx=$\frac{1}{2}$，进而求出x的值．

解答：解：sin2x=2sinxcosx=sinx

$\therefore$sinx=0或cosx=$\frac{1}{2}$

$\because x\in(0，2\pi)$

$\therefore x=\pi$或$\frac{\pi}{3}$或$\frac{5\pi}{3}$

故选C

点评：本题主要考查了三角函数的二倍角公式．属基础题．

5．

考点：由y=Asin（ωx+φ）的部分图象确定其解析式．

专题：计算题；数形结合法．

分析：由图象过（0，1）及$|\phi|<\frac{\pi}{2}$，求出ψ的值，函数图象过点（$\frac{11\pi}{12}$，0），据五点法作图的过程知$\omega\bullet\frac{11\pi}{12}+\frac{\pi}{6}=2\pi$，求出ω．

解答：解：因为函数图象过（0，1），所以，$1=2\sin\phi$，$\therefore\sin\phi=\frac{1}{2}$，$\because|\phi|<\frac{\pi}{2}$，

$\therefore\phi=\frac{\pi}{6}$，故函数$y=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$，又$\because$函数图象过点（$\frac{11\pi}{12}$，0），

$\therefore 0=2\sin\left(\omega\bullet\frac{11\pi}{12}+\frac{\pi}{6}\right)$，由五点法作图的过程知，$\omega\bullet\frac{11\pi}{12}+\frac{\pi}{6}=2\pi$，

$\therefore\omega=2$，综上，$\phi=\frac{\pi}{6}$，$\omega=2$，

故选C．

点评：本题考查五点法作图的方法，在本题图中的一个完整的标准周期内，图象上的五个关键点的横坐标

分别为：0，$\frac{\pi}{2}$，π，$\frac{3\pi}{2}$，2π．

6．

考点：函数的值域；三角函数的化简求值．

专题：计算题；分类讨论．

分析：根据正切和余切的定义求出函数的定义域，分四种情况由三角函数值的符号，去掉绝对值求解．

解答：解：由题意知，函数的定义域是$\{x|x\neq\frac{k\pi}{2}，k\in Z\}$，下由各个象限中三角函数值的符号来确定在各个象限中函数的值

当x是第一象限角时，因所有三角函数值大于零，故y=4；

当x是第二象限角时，因为只有正弦值大于零，故y=1﹣1﹣1﹣1=﹣2；

当x是第三象限角时，因为正切值和余切值大于零，故y=﹣1﹣1+1+1=0；

当x是第四象限角时，因为只有余弦值大于零，故y=﹣2；

所以函数的值域是{﹣2，0，4}．

故选B．

点评：本题主要考查了三角函数的定义以及符号，根据定义求出函数的定义域，由三角函数值的符号进行化简求值．

7．

考点：反函数．

分析：本题考查对互为反函数的两个函数图象之间的关系、反函数的求法等相关知识；

本题可有两种方法，其一，求出y=ax+2的反函数令其与y=3x﹣b的对应系数相等获得，

其二由互为反函数图象上的点之间的对称关系，通过在图象上取特殊点求解．

解答：解：

法一：由题意，函数y=3x﹣b的反函数为$y=\frac{1}{3}x+\frac{b}{3}$，

与y=ax+2对照可得$a=\frac{1}{3}$，b=6；

法二：在y=ax+2上取点（0，2），

则点（2，0）在y=3x﹣b上，故得b=6；

又y=3x﹣6上有点（0，﹣6），则点（﹣6，0）在y=ax+2上，代入得$a=\frac{1}{3}$，

由此可得$a=\frac{1}{3}$，b=6

答案：$a=\frac{1}{3}$，b=6

点评：本题解题思路清晰，方向明确，运算量也小，属于容易题目．这里提供了两种方法，比较可见各有特点，直接求反函数过程简捷，较为简单，特值代入，小巧易行，过程稍繁．

8．

考点：简单曲线的极坐标方程．

分析：先在极坐标方程4sinθ=5ρ的两边同乘以ρ，再利用直角坐标与极坐标间的关系，即利用$\rho\cos\theta=x$，$\rho\sin\theta=y$，$\rho^2=x^2+y^2$，进行代换即得直角坐标系，再利用直角坐标方程即可进行判断．

解答：解：将方程 $4\sin\theta=5\rho$ 两边都乘以 ρ 得：$4\rho\sin\theta=5\rho^2$，

化成直角坐标方程为

$5x^2+5y^2-4y=0$．它表示一个圆．

故选 A．

点评：本题考查点的极坐标和直角坐标的互化，能在极坐标系中用极坐标刻画点的位置，

体会在极坐标系和平面直角坐标系中刻画点的位置的区别，能进行极坐标和直角坐标的互化．

9．

考点：交、并、补集的混合运算．

分析：先化简集合 M，再计算 $\overline{M}\cup\overline{N}$．

解答：解：∵M={（x，y）|y=x+1 或（x，y）≠（2，3）}，

∴$\overline{M}=\{(x,y)\,|\,y\neq x+1$ 或 $(x,y)=(2,3)\}$，

又∵$\overline{N}=\{(x,y)\,|\,y=x+1\}$．

∴$\overline{M}\cup\overline{N}=\{(2,3)\}$．

故答案选 B．

点评：本题主要考查了集合间的交，并，补混合运算，注意弄清各集合中的元素．

10．

考点：简单线性规划．

专题：计算题．

分析：

先判断出方程表示的图形，再给 $\frac{y}{x}$ 赋与几何意义，作出图象，结合图判断出当直线与圆相切时斜率最大求出最大值．

解答：解：$(x+2)^2+y^2=3$，表示以（﹣2，0）为圆心，以 $\sqrt{3}$ 为半径的圆

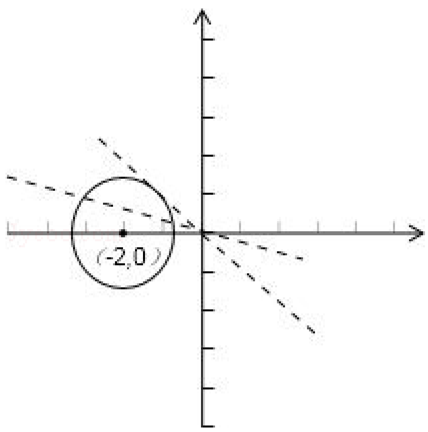
$\frac{y}{x}$ 表示圆上的点与（0，0）连线的斜率，设为 k 则 y=kx

由图知，当过原点的直线与圆相切时斜率最大

故有 $\sqrt{3}=\frac{|-2k-0|}{\sqrt{1+k^2}}$ 解得 $k=\sqrt{3}$ 或 $k=-\sqrt{3}$

由图知，$k=\sqrt{3}$

故选 A



点评：本题考查圆的标准方程、两点连线斜率公式的形式、数形结合求最值．

11.

考点：异面直线及其所成的角.

专题：计算题；压轴题.

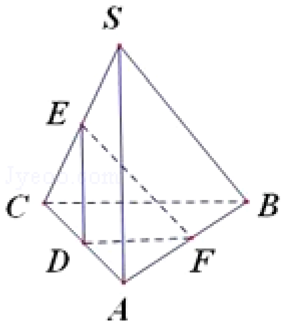
分析：先通过平移将两条异面直线平移到同一个起点 AC 的中点 D，得到的锐角或直角就是异面直线所成的角，再利用余弦定理求出此角即可.

解答：解：如图，取 AC 的中点 D，连接 DE、DF，∠DEF 为异面直线 EF 与 SA 所成的角

设棱长为 2，则 DE=1，DF=1，根据 SA⊥BC，则 ED⊥DF

∴∠DEF=45°，

故选 C.



点评：本小题主要考查异面直线所成的角，考查空间想象能力、运算能力和推理论证能力，属于基础题.

12.

考点：必要条件、充分条件与充要条件的判断.

分析：巧妙运用绝对值不等式$|a|+|b|\geq|a+b|$及必要、充分条件，可以解答本题.

解答：解：由$|a-1|<h$且$|b-1|<h$ 得$|a-b|=|a-1+1-b|\leq|a-1|+|1-b|<2h$，所以甲是乙的必要条件；

不妨令 $h=1$，$a=0.5$，$b=-0.3$，$|a-1|=0.5<1$，而$|b-1|=1.3>1$，因而甲不是乙的充分条件.

故选 B

点评：$|a|+|b|\geq|a+b|$的合理运用，以及巧妙运用$|a-1|+|1-b|$的使用，是解答甲是乙的必要条件的一个关键；充分条件的推导用的是特殊值否定法.

13.

考点：排列、组合的实际应用.

专题：转化思想.

分析：根据题意，首先计算五人并排站成一排的情况数目，进而分析可得，B 站在 A 的左边与 B 站在 A 的右边是等可能的，使用倍分法，计算可得答案.

解答：解：根据题意，使用倍分法，

五人并排站成一排，有 A_5^5 种情况，

而其中 B 站在 A 的左边与 B 站在 A 的右边是等可能的，

则其情况数目是相等的，

则 B 站在 A 的右边的情况数目为$\frac{1}{2}\times A_5^5=60$，

故选 B.

点评：本题考查排列、组合的应用，注意使用倍分法时，注意必须保证其各种情况是等可能的.

14.
考点：棱锥的结构特征.
专题：压轴题；分类讨论.
分析：以一个正方体的顶点为顶点中任意选 4 个除去在同一个平面上的点，可得四面体的个数.
解答：解：正方体的 8 个顶点中任取 4 个共有 $C_8^4=70$ 个
不能组成四面体的 4 个顶点有，已有的 6 个面，对角面有 6 个
所以以一个正方体的顶点为顶点的四面体共有：70﹣12=58 个
故选 C.
点评：本题考查棱锥的结构特征，考查逻辑思维能力，是中档题.

15.
考点：函数的图象与图象变化.
专题：压轴题.
分析：根据平移变换和对称变换引起的解析式变化规律依次求出 C、C' 对应的解析式即可.
解答：解：将函数 y=arctgx 的图象沿 x 轴正方向平移 2 个单位所得到的图象为 C
则 C 对应的解析式为 y=arctg（x﹣2）
又∵图象 C' 与 C 关于原点对称
则 C' 对应的解析式为 y=﹣arctg（﹣x﹣2）=arctg（x+2）
故选 D
点评：平移变换的口决是“左加右减，上加下减”
对称变换的口决是“关于 Y 轴负里面，关于 X 轴负外面，关于原点，既负里面，又负外面”

二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，满分 25 分）
16.
考点：双曲线的简单性质.
专题：计算题.
分析：由焦点在 y 轴的双曲线的准线方程公式 $y=\pm\frac{a^2}{c}$ 进行求解.
解答：解：∵a=4，b=3，
则 c=5，
双曲线 $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1$ 的准线方程是 $y=\pm\frac{16}{5}$，
故答案是 $y=\pm\frac{16}{5}$.
点评：本题比较简单，解题时要注意双曲线的焦点在 y 轴上.

17.
考点：二项式定理的应用.
专题：计算题.
分析：多项式展开式的含 x^2 项的系数等于各个二项式展开式的系数和，利用二项展开式的通项公式求出各个系数.
解答：解：展开式中含 x^2 项的系数为 $-1-C_3^2-C_4^2-C_5^2$
$=-1-3-6-10=-20$

故答案为－20

点评：本题考查等价转化能力及二项展开式的通项公式的应用．

18.

考点：等差数列的性质；极限及其运算；等差数列的前 n 项和．

分析：

设 $a_n=a_1+(n-1)d$，$s_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$，代入 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{na_n}{s_n}$ 求出极限即可．

解答：

解：设 $a_n=a_1+(n-1)d$，$s_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$，代入得

$$\lim_{n\to\infty}\frac{na_n}{s_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{na_1+n(n-1)d}{na_1+\frac{n(n-1)}{2}d}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{a_1}{n-1}+d}{\frac{a_1}{n-1}+\frac{d}{2}}=2$$

故答案为 2

点评：考查学生运用等差数列性质的能力，运用等差数列求和公式的能力，会求极限及运算极限的能力．

19.

考点：三角函数的最值．

专题：计算题；压轴题．

分析：利用 sinx 与 cosx 的平方关系，令 sinx+cosx=t，通过换元，将三角函数转化为二次函数，求出对称轴，利用二次函数的单调性求出最值．

解答：

解：令 $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ 则 $-\sqrt{2}\leqslant t\leqslant\sqrt{2}$

$\therefore \sin x\cos x=\frac{t^2-1}{2}$

$\therefore y=\frac{1}{2}t^2+t-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(t+1)^2-1$（$-\sqrt{2}\leqslant t\leqslant\sqrt{2}$）

对称轴 $t=-1$

$\therefore$ 当 $t=\sqrt{2}$ 时，y 有最大值 $\frac{1}{2}+\sqrt{2}$

故答案为 $\frac{1}{2}+\sqrt{2}$

点评：本题考查三角函数中利用平方关系 sinx+cosx 与 2sinxcosx 两者是可以相互转化的、二次函数的最值的求法．

20.

考点：棱柱、棱锥、棱台的体积．

专题：计算题；压轴题．

分析：设 AEF 面积为 s_1，ABC 和 $A_1B_1C_1$ 的面积为 s，三棱柱高位 h；$V_{AEF-A1B1C1}=V_1$；$V_{BCFE-B1C1}=V_2$；总体积为：V，根据棱台体积公式求 V_1；$V_2=V-V_1$ 以及面积关系，求出体积之比．

解答：解：由题：设 AEF 面积为 s_1，ABC 和 $A_1B_1C_1$ 的面积为 s，三棱柱高位 h；$V_{AEF-A1B1C1}=V_1$；

$V_{BCFE-B1C1}=V_2$；总体积为：V

计算体积：

$V_1=\frac{1}{3}h$（$s_1+s+\sqrt{s_1s}$）①

V=sh ②

$V_2=V-V_1$③

由题意可知，$s_1=\frac{s}{4}$④

根据①②③④解方程可得：$V_1=\frac{7}{12}sh$，$V_2=\frac{5}{12}sh$；则$\frac{V_1}{V_2}=\frac{7}{5}$

故答案为：$\frac{7}{5}$

点评：本题考查棱柱、棱锥、棱台的体积，考查计算能力，转化思想，考查空间想象能力，是基础题．

三、解答题（共 6 小题，满分 65 分）

21．

考点：数列的应用．

专题：计算题．

分析：设四个数依次为 x，y，12﹣y，16﹣x．根据等差数列和等比数列的性质知

$\begin{cases}x+(12-y)=2y, ①\\ y(16-x)=(12-y)^2, ②\end{cases}$，由此能求出这四个数．

解答：解：设四个数依次为 x，y，12﹣y，16﹣x．

依题意，有

$\begin{cases}x+(12-y)=2y, ①\\ y(16-x)=(12-y)^2, ②\end{cases}$

由①式得 x=3y﹣12．③

将③式代入②式得 y（16﹣3y+12）=（12﹣y）2，

整理得 $y^2-13y+36=0$．

解得 $y_1=4$，$y_2=9$．

代入③式得 $x_1=0$，$x_2=15$．

从而得所求四个数为 0，4，8，16 或 15，9，3，1．

点评：本题考查数列的性质和应用，解题时要注意公式的合理运用．

22．

考点：两角和与差的正弦函数；同角三角函数基本关系的运用．

分析：和差化积，两已知等式出现相同的因式，两式相除，约分得$\frac{\alpha+\beta}{2}$角的正切，用二倍角公式代入即求的结果，注意二倍角公式的符号．

解答：解法一：由已知得

$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}=\frac{1}{4}$,

$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}=\frac{1}{3}$,

两式相除得 $\tan\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{3}{4}$,

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{2\tan\frac{\alpha+\beta}{2}}{1-\tan^2\frac{\alpha+\beta}{2}}$$

$$=\frac{2\times\frac{3}{4}}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{24}{7}$$

点评：数学课本中常见的三角函数恒等式的变换，既是重点，又是难点．其主要难于三角公式多，难记忆，角度变化、函数名称变化，运算符号复杂、难掌握，解题时抓住题目本质，熟记公式，才不会出错．

23．

考点：平面与平面之间的位置关系．

专题：计算题．

分析：欲证 BD⊥DE，BD⊥DC，先证 BD⊥面 SAC，从而得到∠EDC 是所求的二面角的平面角，利用 Rt△SAC 与 Rt△EDC 相似求出∠EDC 即可．

解答：解：由于 SB=BC，且 E 是 SC 的中点，因此 BE 是等腰三角形 SBC 的底边 SC 的中线，所以 SC⊥BE．

又已知 SC⊥DE，BE∩DE=E，

∴SC⊥面 BDE，

∴SC⊥BD．

又∵SA⊥底面 ABC，BD 在底面 ABC 上，

∴SA⊥BD．

而 SC∩SA=S，∴BD⊥面 SAC．

∵DE=面 SAC∩面 BDE，DC=面 SAC∩面 BDC，

∴BD⊥DE，BD⊥DC．

∴∠EDC 是所求的二面角的平面角．

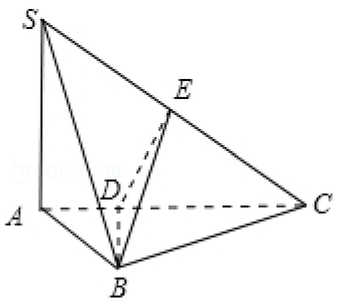
∵SA⊥底面 ABC，∴SA⊥AB，SA⊥AC．

设 SA=a，则 AB=a，BC=SB=$\sqrt{2}$a

∵AB⊥BC，∴AC=$\sqrt{3}$a，在 Rt△SAC 中 $\tan\angle ACS=\frac{\sqrt{3}}{3}$

∴∠ACS=30°．

又已知 DE⊥SC，所以∠EDC=60°，即所求的二面角等于 60°．



点评：本题主要考查了平面与平面之间的位置关系，考查空间想象能力、运算能力和推理论证能力，属于基础题．

24．

考点：复数的基本概念；复数相等的充要条件．

专题：压轴题；分类讨论．

分析：由于$z^2=a-2|z|$为实数，故z为纯虚数或实数，因而需分情况进行讨论．当z是实数时，本题是一个关于z的一元二次方程组，解方程组即可；当z是一个纯虚数时，按照实数方程求解得到z的虚部，写出纯虚数即可．

解答：解：设$|z|=r$．若$a<0$，则$z^2=a-2|z|<0$，于是z为纯虚数，从而$r^2=2r-a$．

由于$z^2=a-2|z|$为实数，故z为纯虚数或实数，因而需分情况进行讨论．

解得$r=1+\sqrt{1-a}$（$r=1-\sqrt{1-a}<0$，不合，舍去）．故$z=\pm(1+\sqrt{1-a})i$．

若$a\geqslant 0$，对r作如下讨论：

（1）若$r\leqslant\frac{1}{2}a$，则$z^2=a-2|z|\geqslant 0$，于是z为实数．

解方程$r^2=a-2r$，得$r=-1+\sqrt{1+a}$（$r=-1-\sqrt{1+a}<0$，不合，舍去）．

故$z=\pm(-1+\sqrt{1+a})$．

（2）若$r>\frac{1}{2}a$，则$z^2=a-2|z|<0$，于是z为纯虚数．

解方程$r^2=2r-a$，得$r=1+\sqrt{1-a}$或$r=1-\sqrt{1-a}$（$a\leqslant 1$）．

故$z=\pm(1\pm\sqrt{1-a})i$（$a\leqslant 1$）．

综上所述，原方程的解的情况如下：

当$a<0$时，解为：$z=\pm(1+\sqrt{1-a})i$；

当$0\leqslant a\leqslant 1$时，解为：$z=\pm(-1+\sqrt{1+a})$，$z=\pm(1\pm\sqrt{1-a})i$；

当$a>1$时，解为：$z=\pm(-1+\sqrt{1+a})$．

点评：本题还可以令$z=x+yi$（x、y∈R）代入原方程后，由复数相等的条件将复数方程化归为关于x，y的实系数的二元方程组来求解．

25．

考点：椭圆的应用．

专题：计算题；压轴题．

分析：由题设条件取椭圆的参数方程$\begin{cases}x=aos\theta\\y=b\sin\theta\end{cases}$，其中$0\leqslant\theta<2\pi$，根据已知条件和椭圆的性质能够推出$b=1$，$a=2$．从而求出这个椭圆的方程和椭圆上到点P的距离等于$\sqrt{7}$的点的坐标．

解答：解：根据题设条件，可取椭圆的参数方程是$\begin{cases}x=a\cos\theta\\y=b\sin\theta\end{cases}$，其中$0\leqslant\theta<2\pi$，

由$e^2=\frac{c^2}{a^2}=1-\left(\frac{b}{a}\right)^2$可得$\frac{b}{a}=\sqrt{1-e^2}=\sqrt{1-\frac{3}{4}}=\frac{1}{2}$，即$a=2b$．

设椭圆上的点（x，y）到点P的距离为d，则

$d^2=x^2+(y-\frac{3}{2})^2$

$=a^2\cos^2\theta+(b\sin\theta-\frac{3}{2})^2$

$=a^2-(a^2-b^2)\sin^2\theta-3b\sin\theta+\frac{9}{4}$

$=4b^2-3b^2\sin^2\theta-3b\sin\theta+\frac{9}{4}$

$=-3b^2(\sin\theta+\frac{1}{2b})^2+4b^2+3$.

如果$\frac{1}{2b}>1$，即$b<\frac{1}{2}$，则当$\sin\theta=-1$时，d^2有最大值，由题设得$(\sqrt{7})^2=(b+\frac{3}{2})^2$，

由此得$b=\sqrt{7}-\frac{3}{2}>\frac{1}{2}$，与$b<\frac{1}{2}$矛盾.

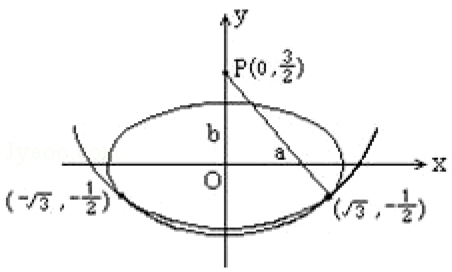
因此必有$\frac{1}{2b}\leqslant 1$成立，于是当$\sin\theta=-\frac{1}{2b}$时，d^2有最大值，由题设得$(\sqrt{7})^2=4b^2+3$，

由此可得b=1，a=2.

∴椭圆的方程是$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$，所求椭圆的参数方程是$\begin{cases}x=2\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases}$，

由$\sin\theta=-\frac{1}{2}$，$\cos\theta=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$可得，

椭圆上的点$(-\sqrt{3},-\frac{1}{2})$和$(\sqrt{3},-\frac{1}{2})$到点P的距离都是$\sqrt{7}$.



点评：本题考查椭圆的性质及其应用，解题时要注意参数方程的合理运用.

26.

考点：对数函数图象与性质的综合应用.

专题：计算题；压轴题.

分析：（Ⅰ）、f（x）当x∈（-∞，1]时有意义的条件是$1+2^x+\cdots+(n-1)^x+n^xa>0$，x∈（-∞，1]，n≥2，

$a>-[(\frac{1}{n})^x+(\frac{2}{n})^x+\cdots(\frac{n-1}{n})^x]$，$x\in(-\infty,1]$，然后由函数的单调性求实数a的取值范围.

（Ⅱ）、欲证如果a∈（0，1]，证明2f（x）<f（2x）当x≠0时成立，只需证明n≥2时，$[1+2^x+\cdots+(n-1)^x+n^xa]^2<n[1+2^{2x}+\cdots+(n-1)^{2x}+n^{2x}a]$，a∈（0，1]，x≠0即可得证.

解答：解：（Ⅰ）f（x）当 $x\in(-\infty,1]$时有意义的条件是 $1+2^x+\cdots+(n-1)^x+n^xa>0$，$x\in(-\infty,1]$，$n\geqslant 2$，

即$a>-[(\frac{1}{n})^x+(\frac{2}{n})^x+\cdots(\frac{n-1}{n})^x]$，$x\in(-\infty,1]$，

$\because -(\frac{k}{n})^x$（$k=1,2,\cdots,n-1$）在$(-\infty,1]$上都是增函数，

$\therefore -[(\frac{1}{n})^x+(\frac{2}{n})^x+\cdots(\frac{n-1}{n})^x]$在$(-\infty,1]$上也是增函数，

从而它在 x=1 时取得最大值 $-(\frac{1}{n}+\frac{2}{n}+\cdots\frac{n-1}{n})=-\frac{\frac{1}{2}n(n-1)}{n}=-\frac{1}{2}(n-1)$．

所以$a>-[(\frac{1}{n})^x+(\frac{2}{n})^x+\cdots(\frac{n-1}{n})^x]$，$x\in(-\infty,1]$，

$\because -(\frac{k}{n})^x$（$k=1,2,\cdots,n-1$）在$(-\infty,1]$等价于$a>-\frac{1}{2}(n-1)$，

故 a 的取值范围是$\{a|a>-\frac{1}{2}\}$．

（Ⅱ）证明：只需证明 $n\geqslant 2$ 时，$[1+2^x+\cdots+(n-1)^x+n^xa]^2<n[1+2^{2x}+\cdots+(n-1)^{2x}+n^{2x}a]$，$a\in(0,1]$，$x\neq 0$．

$\because (a_1+a_2+\cdots+a_n^2)^2=(a_1^2+a_2^2+\cdots a_n^2)+2(a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_{n-1}a_n)$

$\leqslant (a_1^2+a_2^2+\cdots a_n^2)+[(a_1^2+a_2^2)+\cdots+(a_1^2+a_n^2)]+[(a_2^2+a_3^2)+\cdots+(a_2^2+a_n^2)]+\cdots+[(a_{n-2}^2+a_{n-1}^2)+(a_{n-2}^2+a_n^2)]+(a_{n-1}^2+a_n^2)$

$=n(a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2)$．

于是$(a_1+a_2+\cdots+a_n)^2\leqslant n(a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2)$当 $a_1=a_2=\cdots=a_n$时成立．

利用上面结果知，当 a=1，$x\neq 0$ 时，因 $1\neq 2^x$，

所以有$[1+2^x+\cdots+(n-1)^x+n^xa]^2<n[1+2^{2x}+\cdots+(n-1)^{2x}+n^{2x}a]$，$a\in(0,1]$，

当 $0<a<1$，$x\neq 0$ 时，因 $a^2<a$，

所以有$[1+2^x+\cdots+(n-1)^x+n^xa]^2<n[1+2^{2x}+\cdots+(n-1)^{2x}+n^{2x}a]$，

即有 $2f(x)<f(2x)$ $a\in(0,1]$，$x\neq 0$．

点评：本题是比较难的对数函数的综合题，在解题过程中要注意等价转化思想的灵活运用，并且细心运算，避免不必要的错误．