2010年全国统一高考数学试卷（文科）（大纲版Ⅱ）

参考答案与试题解析

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1．（5分）设全集$U=\{x\in N_+|x<6\}$，集合$A=\{1，3\}$，$B=\{3，5\}$，则$C_U（A\cup B）=$（　　）

A．$\{1，4\}$　　B．$\{1，5\}$　　C．$\{2，4\}$　　D．$\{2，5\}$

【考点】1H：交、并、补集的混合运算．

【专题】11：计算题．

【分析】由全集$U=\{x\in N_+|x<6\}$，可得$U=\{1，2，3，4，5\}$，然后根据集合混合运算的法则即可求解．

【解答】解：$\because A=\{1，3\}$，$B=\{3，5\}$，

$\therefore A\cup B=\{1，3，5\}$，

$\because U=\{x\in N_+|x<6\}=\{1，2，3，4，5\}$，

$\therefore C_U（A\cup B）=\{2，4\}$，

故选：C．

【点评】本题考查了集合的基本运算，属于基础知识，注意细心运算．

2．（5分）不等式$\frac{x-3}{x+2}<0$的解集为（　　）

A．$\{x|-2<x<3\}$　B．$\{x|x<-2\}$　　C．$\{x|x<-2或x>3\}$　D．$\{x|x>3\}$

【考点】73：一元二次不等式及其应用．

【专题】11：计算题．

【分析】本题的方法是：要使不等式小于0即要分子与分母异号，得到一个一元二次不等式，讨论x的值即可得到解集．

【解答】解：$\because\frac{x-3}{x+2}<0$，得到$(x-3)(x+2)<0$

即x﹣3＞0且x+2＜0解得：x＞3且x＜﹣2所以无解；

或x﹣3＜0且x+2＞0，解得﹣2＜x＜3，

所以不等式的解集为﹣2＜x＜3

故选：A．

【点评】本题主要考查学生求不等式解集的能力，是一道基础题．

3．（5分）已知sinα=$\frac{2}{3}$，则cos（π﹣2α）=（　　）

A．$-\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B．$-\frac{1}{9}$　　C．$\frac{1}{9}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{3}$

【考点】GO：运用诱导公式化简求值；GS：二倍角的三角函数．

【专题】11：计算题．

【分析】先根据诱导公式求得cos（π﹣2a）=﹣cos2a进而根据二倍角公式把sinα的值代入即可求得答案．

【解答】解：∵sina=$\frac{2}{3}$，

∴cos（π﹣2a）=﹣cos2a=﹣（1﹣2sin²a）=﹣$\frac{1}{9}$．

故选：B．

【点评】本题考查了二倍角公式及诱导公式．考查了学生对三角函数基础公式的记忆．

4．（5分）函数$y=\frac{1+\ln(x-1)}{2}(x>1)$的反函数是（　　）

A．$y=e^{2x-1}-1$（x＞0）　　B．$y=e^{2x-1}+1$（x＞0）

C．$y=e^{2x-1}-1$（x∈R）　　D．$y=e^{2x-1}+1$（x∈R）

【考点】4H：对数的运算性质；4R：反函数．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】从条件中$y=\frac{1+\ln(x-1)}{2}(x>1)$中反解出x，再将x，y互换即得．解答本题首先熟悉反函数的概念，然后根据反函数求解三步骤：1、换：x、y换位

，2、解：解出y，3、标：标出定义域，据此即可求得反函数.

【解答】解：由原函数解得

$x=e^{2y-1}+1$，

$\therefore f^{-1}(x)=e^{2x-1}+1$，

又$x>1$，$\therefore x-1>0$；

$\therefore \ln(x-1)\in R$$\therefore$在反函数中$x\in R$，

故选：D.

【点评】求反函数，一般应分以下步骤：（1）由已知解析式y=f（x）反求出x=Φ（y）；（2）交换x=Φ（y）中x、y的位置；（3）求出反函数的定义域（一般可通过求原函数的值域的方法求反函数的定义域）.

5．（5分）若变量x，y满足约束条件$\begin{cases}x\geqslant -1\\ y\geqslant x\\ 3x+2y\leqslant 5\end{cases}$，则z=2x+y的最大值为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【考点】7C：简单线性规划.

【专题】31：数形结合.

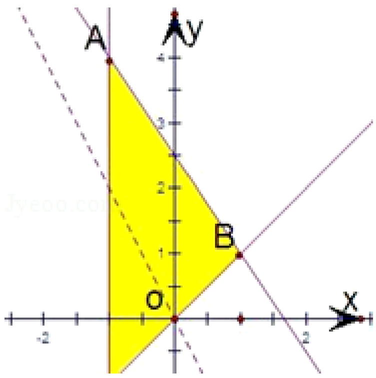
【分析】先根据约束条件画出可行域，设z=2x+y，再利用z的几何意义求最值，只需求出直线z=2x+y过可行域内的点B时，从而得到m值即可.

【解答】解：作出可行域，作出目标函数线，

可得直线与y=x与3x+2y=5的交点为最优解点，

∴即为B（1，1），当x=1，y=1时$z_{max}=3$.

故选：C.



【点评】本题考查了线性规划的知识，以及利用几何意义求最值，属于基础题.

6.（5分）如果等差数列$\{a_n\}$中，$a_3+a_4+a_5=12$，那么$a_1+a_2+\ldots+a_7=$（　　）

A．14　　B．21　　C．28　　D．35

【考点】83：等差数列的性质；85：等差数列的前n项和.

【分析】由等差数列的性质求解.

【解答】解：$a_3+a_4+a_5=3a_4=12$，$a_4=4$，

$\therefore a_1+a_2+\ldots+a_7=\dfrac{7(a_1+a_7)}{2}=7a_4=28$

故选：C.

【点评】本题主要考查等差数列的性质.

7.（5分）若曲线$y=x^2+ax+b$在点（1，b）处的切线方程是$x-y+1=0$，则（　　）

A．a=1，b=2　　B．a=﹣1，b=2　　C．a=1，b=﹣2　　D．a=﹣1，b=﹣2

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程.

【专题】11：计算题；52：导数的概念及应用.

【分析】由$y=x^2+ax+b$，知$y'=2x+a$，再由曲线$y=x^2+ax+b$在点（1，b）处的切线方程为$x-y+1=0$，求出a和b.

【解答】解：$\because y=x^2+ax+b$，

$\therefore y'=2x+a$，

$\because y'|_{x=1}=2+a$，

$\therefore$曲线$y=x^2+ax+b$在点（1，b）处的切线方程为$y-b=(2+a)(x-1)$，

$\because$曲线$y=x^2+ax+b$在点（1，b）处的切线方程为$x-y+1=0$，

$\therefore a=-1$，$b=2$.

故选：B.

【点评】本题考查利用导数求曲线上某点切线方程的应用，解题时要认真审题，仔细解答．

8．（5分）已知三棱锥S﹣ABC中，底面ABC为边长等于2的等边三角形，SA垂直于底面ABC，SA=3，那么直线AB与平面SBC所成角的正弦值为（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{4}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{4}$　　C．$\frac{\sqrt{7}}{4}$　　D．$\frac{3}{4}$

【考点】MI：直线与平面所成的角．

【专题】11：计算题．

【分析】由图，过A作AE垂直于BC交BC于E，连接SE，过A作AF垂直于SE交SE于F，连BF，由题设条件证出∠ABF即所求线面角．由数据求出其正弦值．

【解答】解：过A作AE垂直于BC交BC于E，连接SE，过A作AF垂直于SE交SE于F，连BF，

∵正三角形ABC，

∴E为BC中点，

∵BC⊥AE，SA⊥BC，

∴BC⊥面SAE，

∴BC⊥AF，AF⊥SE，

∴AF⊥面SBC，

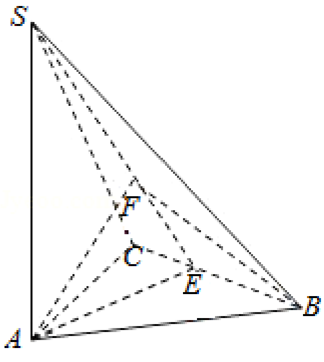
∵∠ABF为直线AB与面SBC所成角，由正三角形边长2，

∴AE=$\sqrt{3}$，AS=3，

∴SE=2$\sqrt{3}$，AF=$\frac{3}{2}$，

∴sin∠ABF=$\frac{3}{4}$．

故选：D．



【点评】本题考查了立体几何的线与面、面与面位置关系及直线与平面所成角.

9．（5分）将标号为1，2，3，4，5，6的6张卡片放入3个不同的信封中，若每个信封放2张，其中标号为1，2的卡片放入同一信封，则不同的方法共有（　　）

A．12种　　B．18种　　C．36种　　D．54种

【考点】D9：排列、组合及简单计数问题.

【专题】11：计算题.

【分析】本题是一个分步计数问题，首先从3个信封中选一个放1，2有3种不同的选法，再从剩下的4个数中选两个放一个信封有C_4^2，余下放入最后一个信封，根据分步计数原理得到结果.

【解答】解：由题意知，本题是一个分步计数问题，

∵先从3个信封中选一个放1，2，有$C_3^1=3$种不同的选法；根据分组公式，其他四封信放入两个信封，每个信封两个有$\frac{C_4^2\cdot C_2^2}{A_2^2}\cdot A_2^2=6$种放法，

∴共有3×6×1=18.

故选：B.

【点评】本题考查分步计数原理，考查平均分组问题，是一个易错题，解题的关键是注意到第二步从剩下的4个数中选两个放到一个信封中，这里包含两个步骤，先平均分组，再排列.

10．（5分）△ABC中，点D在边AB上，CD平分∠ACB，若$\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{b}$，$|\overrightarrow{a}|=1$，$|\overrightarrow{b}|=2$，则$\overrightarrow{CD}=$（　　）

A．$\frac{1}{3}\overrightarrow{a}+\frac{2}{3}\overrightarrow{b}$　　B．$\frac{2}{3}\overrightarrow{a}+\frac{1}{3}\overrightarrow{b}$　　C．$\frac{3}{5}\overrightarrow{a}+\frac{4}{5}\overrightarrow{b}$　　D．$\frac{4}{5}\overrightarrow{a}+\frac{3}{5}\overrightarrow{b}$

【考点】9B：向量加减混合运算．

【分析】由△ABC中，点D在边AB上，CD平分∠ACB，根据三角形内角平分线定理，我们易得到$\frac{BD}{AD}=\frac{BC}{AC}=\frac{1}{2}$，我们将$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}$后，将各向量用$\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$表示，即可得到答案．

【解答】解：∵CD为角平分线，

$\therefore\frac{BD}{AD}=\frac{BC}{AC}=\frac{1}{2}$，

$\because\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$，

$\therefore\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{a}-\frac{2}{3}\overrightarrow{b}$，

$\therefore\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{b}+\frac{2}{3}\overrightarrow{a}-\frac{2}{3}\overrightarrow{b}=\frac{2}{3}\overrightarrow{a}+\frac{1}{3}\overrightarrow{b}$

故选：B．

【点评】本题考查了平面向量的基础知识，解答的核心是三角形内角平分线定理，即若AD为三角形ABC的内角A的角平分线，则AB：AC=BD：CD

11．（5分）与正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的三条棱AB、CC_1、A_1D_1所在直线的距离相等的点（　　）

A．有且只有1个　　B．有且只有2个　　C．有且只有3个　　D．有无数个

【考点】LO：空间中直线与直线之间的位置关系．

【专题】16：压轴题．

【分析】由于点D、B_1显然满足要求，猜想B_1D上任一点都满足要求，然后想办法证明结论．

【解答】解：在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$上建立如图所示空间直角坐标系，

并设该正方体的棱长为1，连接B_1D，并在B_1D上任取一点P，

因为$\overrightarrow{DB_1}$=（1，1，1），

所以设P（a，a，a），其中0≤a≤1.

作PE⊥平面A_1D，垂足为E，再作EF⊥A_1D_1，垂足为F，

则PF是点P到直线A_1D_1的距离.

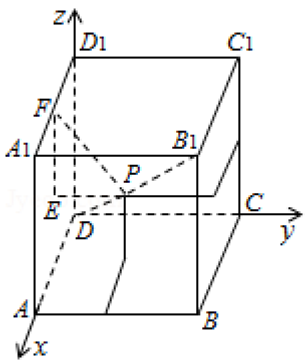
所以PF=$\sqrt{a^2+(1-a)^2}$；

同理点P到直线AB、CC_1的距离也是$\sqrt{a^2+(1-a)^2}$.

所以B_1D上任一点与正方体ABCD﹣$A_1B_1C_1D_1$的三条棱AB、CC_1、A_1D_1所在直线的距离都相等，

所以与正方体ABCD﹣$A_1B_1C_1D_1$的三条棱AB、CC_1、A_1D_1所在直线的距离相等的点有无数个.

故选：D.



【点评】本题主要考查合情推理的能力及空间中点到线的距离的求法.

12．（5分）已知椭圆T：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，过右焦点F且斜率为k（k＞0）的直线与T相交于A，B两点，若$\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$，则k=（　　）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

【考点】KH：直线与圆锥曲线的综合.

【专题】11：计算题；16：压轴题.

【分析】设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），根据$\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$求得$y_1$和$y_2$关系根据离心率设a=2t，c=$\sqrt{3}$t，b=t，代入椭圆方程与直线方程联立，消去x，根据韦达定

理表示出y_1+y_2和y_1y_2，进而根据y_1和y_2关系求得k．

【解答】解：A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

∵$\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$，∴$y_1=-3y_2$，

∵$e=\frac{\sqrt{3}}{2}$，设$a=2t$，$c=\sqrt{3}t$，$b=t$，

∴$x^2+4y^2-4t^2=0$①，

设直线AB方程为$x=sy+\sqrt{3}t$，代入①中消去x，可得$(s^2+4)y^2+2\sqrt{3}sty-t^2=0$

，

∴$y_1+y_2=-\frac{2\sqrt{3}st}{s^2+4}$，$y_1y_2=-\frac{t^2}{s^2+4}$，$-2y_2=-\frac{2\sqrt{3}st}{s^2+4}$，$-3y_2^2=-\frac{t^2}{s^2+4}$，

解得$s^2=\frac{1}{2}$，$k=\sqrt{2}$

故选：B．

【点评】本题主要考查了直线与圆锥曲线的综合问题．此类题问题综合性强，要求考生有较高地转化数学思想的运用能力，能将已知条件转化到基本知识的运用．

二、填空题（共4小题，每小题5分，满分20分）

13．（5分）已知α是第二象限的角，$\tan\alpha=-\frac{1}{2}$，则cosα=__$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$__．

【考点】GG：同角三角函数间的基本关系．

【分析】根据$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$，以及$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$可求出答案．

【解答】解：∵$\tan\alpha=-\frac{1}{2}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$，∴$2\sin\alpha=-\cos\alpha$

又∵$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，α是第二象限的角

∴$\cos\alpha=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

故答案为：$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【点评】本题考查了同角三角函数的基础知识．

14. （5分）（x+$\frac{1}{x}$）^{9}展开式中x^3的系数是___84___．（用数字作答）

【考点】DA：二项式定理．

【分析】本题考查二项式定理的展开式，解题时需要先写出二项式定理的通项T_{r+1}，因为题目要求展开式中x^3的系数，所以只要使x的指数等于3就可以，用通项可以解决二项式定理的一大部分题目．

【解答】解：写出（x+$\frac{1}{x}$）^{9}通项$C_9^r x^{9-r}(\frac{1}{x})^r=C_9^r x^{9-2r}$，

∵要求展开式中x^3的系数

∴令9﹣2r=3得r=3，

∴$C_9^3=84$

故答案为：84．

【点评】本题是一个二项展开式的特定项的求法．解本题时容易公式记不清楚导致计算错误，所以牢记公式．它是经常出现的一个客观题．

15. （5分）已知抛物线C：$y^2=2px$（p＞0）的准线l，过M（1，0）且斜率为$\sqrt{3}$的直线与l相交于A，与C的一个交点为B，若$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$，则p=___2___．

【考点】K8：抛物线的性质．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】设直线AB的方程与抛物线方程联立消去y得$3x^2+(-6-2p)x+3=0$，进而根据$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$，可知M为A、B的中点，

可得p的关系式，解方程即可求得p．

【解答】解：设直线AB：$y=\sqrt{3}x-\sqrt{3}$，代入$y^2=2px$得$3x^2+(-6-2p)x+3=0$，

又∵$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$，即M为A、B的中点，

∴$x_B+(-\frac{p}{2})=2$，即$x_B=2+\frac{p}{2}$，

得$p^2+4P-12=0$，

解得p=2，p=﹣6（舍去）

故答案为：2

【点评】本题考查了抛物线的几何性质．属基础题．

16．（5分）已知球O的半径为4，圆M与圆N为该球的两个小圆，AB为圆M与圆N的公共弦，AB=4，若OM=ON=3，则两圆圆心的距离MN=__3__．

【考点】JE：直线和圆的方程的应用；ND：球的性质．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】根据题意画出图形，欲求两圆圆心的距离，将它放在与球心组成的三角形MNO中，只要求出球心角即可，通过球的性质构成的直角三角形即可解得．

【解答】解法一：∵ON=3，球半径为4，

∴小圆N的半径为$\sqrt{7}$，

∵小圆N中弦长AB=4，作NE垂直于AB，

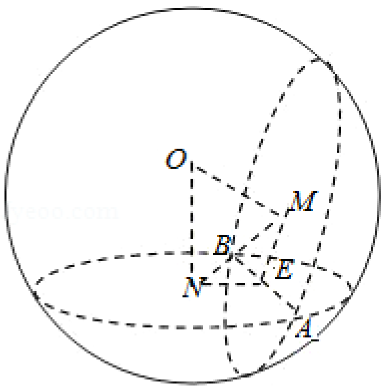
∴NE=$\sqrt{3}$，同理可得ME=$\sqrt{3}$，在直角三角形ONE中，

∵NE=$\sqrt{3}$，ON=3，

∴$\angle EON=\frac{\pi}{6}$，

∴$\angle MON=\frac{\pi}{3}$，

∴MN=3．



故填：3．

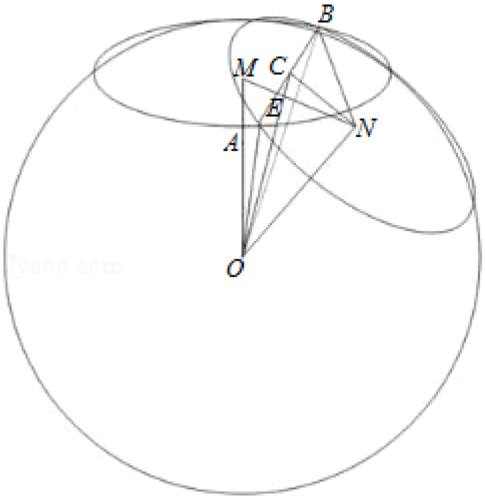
解法二：如下图：设AB的中点为C，则OC与MN必相交于MN中点为E，因为OM=ON=3，

故小圆半径NB为$\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$

C为AB中点，故CB=2；所以NC=$\sqrt{\sqrt{7}^2-2^2}=\sqrt{3}$，

∵△ONC为直角三角形，NE为△ONC斜边上的高，OC=$\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

∴MN=2EN=2•CN•$\frac{ON}{CO}$=2×$\sqrt{3}$×$\frac{3}{2\sqrt{3}}$=3



故填：3．

【点评】本题主要考查了点、线、面间的距离计算，还考查球、直线与圆的基础知识，考查空间想象能力、运算能力和推理论证能力，属于基础题．

三、解答题（共6小题，满分70分）

17．（10分）△ABC中，D为边BC上的一点，BD=33，sinB=$\frac{5}{13}$，cos∠ADC=$\frac{3}{5}$，求AD．

【考点】GG：同角三角函数间的基本关系；HP：正弦定理．

【分析】先由cos∠ADC=$\frac{3}{5}$确定角ADC的范围，因为∠BAD=∠ADC﹣B所以可求其正弦值，最后由正弦定理可得答案．

【解答】解：由cos∠ADC=$\frac{3}{5}$＞0，则∠ADC＜$\frac{\pi}{2}$，

又由知B＜∠ADC可得B＜$\frac{\pi}{2}$，

由sinB=$\frac{5}{13}$，可得cosB=$\frac{12}{13}$，

又由$\cos\angle ADC=\frac{3}{5}$，可得$\sin\angle ADC=\frac{4}{5}$.

从而$\sin\angle BAD=\sin(\angle ADC-B)=\sin\angle ADC\cos B-\cos\angle ADC\sin B=\frac{4}{5}\times\frac{12}{13}-\frac{3}{5}\times\frac{5}{13}=\frac{33}{65}$.

由正弦定理得$\frac{AD}{\sin B}=\frac{BD}{\sin\angle BAD}$，

所以$AD=\frac{BD\cdot\sin B}{\sin\angle BAD}=\frac{33\times\frac{5}{13}}{\frac{33}{65}}=25$.

【点评】三角函数与解三角形的综合性问题，是近几年高考的热点，在高考试题中频繁出现．这类题型难度比较低，一般出现在17或18题，属于送分题，估计以后这类题型仍会保留，不会有太大改变．解决此类问题，要根据已知条件，灵活运用正弦定理或余弦定理，求边角或将边角互化．

18．（12分）已知$\{a_n\}$是各项均为正数的等比数列$a_1+a_2=2\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}\right)$，$a_3+a_4+a_5=64\left(\frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_4}+\frac{1}{a_5}\right)$

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设$b_n=\left(a_n+\frac{1}{a_n}\right)^2$，求数列$\{b_n\}$的前n项和$T_n$.

【考点】88：等比数列的通项公式；8E：数列的求和．

【专题】11：计算题．

【分析】（1）由题意利用等比数列的通项公式建立首项a_1与公比q的方程，然后求解即可

（2）由b_n的定义求出通项公式，在由通项公式，利用分组求和法即可求解

【解答】解：（1）设正等比数列$\{a_n\}$首项为a_1，公比为q，由题意得：

$$\begin{cases}a_1(1+q)=2\cdot\frac{1}{a_1}\cdot\frac{1}{q}(1+q)\\ a_1q^2(1+q+q^2)=64\cdot\frac{1}{a_1q^4}(1+q+q^2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a_1^2q=2\\ a_1^2q^6=64\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a_1=1\\ q=2\end{cases}\therefore a_n=2^{n-1}$$（6分）

（2）$b_n=(2^{n-1}+\frac{1}{2^{n-1}})^2=4^{n-1}+(\frac{1}{4})^{n-1}+2$

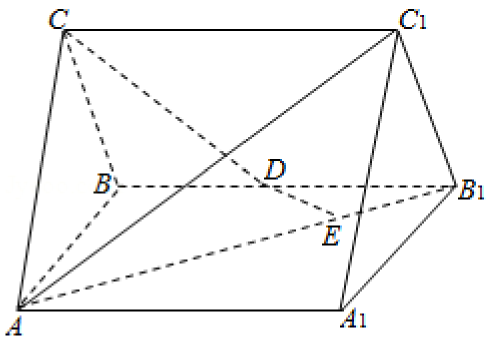
∴b_n的前n项和$T_n=\frac{1(1-4^n)}{1-4}+\frac{1(1-\frac{1}{4^n})}{1-\frac{1}{4}}+2n=\frac{1}{3}\cdot4^n-\frac{4}{3}\cdot(\frac{1}{4})^n+2n+1$（12分）

【点评】（1）此问重基础及学生的基本运算技能（2）此处重点考查了高考常考的数列求和方法之一的分组求和，及指数的基本运算性质

19．（12分）如图，直三棱柱ABC﹣$A_1B_1C_1$中，AC=BC，AA_1=AB，D为BB_1的中点，E为AB_1上的一点，AE=3EB_1．

（Ⅰ）证明：DE为异面直线AB_1与CD的公垂线；

（Ⅱ）设异面直线AB_1与CD的夹角为45°，求二面角A_1﹣AC_1﹣B_1的大小．



【考点】LM：异面直线及其所成的角；LQ：平面与平面之间的位置关系．

【专题】11：计算题；14：证明题．

【分析】（1）欲证DE为异面直线AB_1与CD的公垂线，即证DE与异面直线AB_1与CD垂直相交即可；

（2）将AB_1平移到DG，故∠CDG为异面直线AB_1与CD的夹角，作HK⊥AC_1，K为垂足，连接B_1K，由三垂线定理，得B_1K⊥AC_1，因此∠B_1KH为二面角A_1﹣AC_1﹣B_1的平面角，在三角形B_1KH中求出此角即可．

【解答】解：（1）连接A_1B，记A_1B与AB_1的交点为F．

因为面AA_1BB_1为正方形，故A_1B⊥AB_1，且AF=FB_1，

又AE=3EB_1，所以FE=EB_1，

又D为BB_1的中点，

故DE∥BF，DE⊥AB_1．

作CG⊥AB，G为垂足，由AC=BC知，G为AB中点．

又由底面ABC⊥面AA_1B_1B．连接DG，则DG∥AB_1，

故DE⊥DG，由三垂线定理，得DE⊥CD．

所以DE为异面直线AB_1与CD的公垂线．

（2）因为DG∥AB_1，故∠CDG为异面直线AB_1与CD的夹角，∠CDG=45°

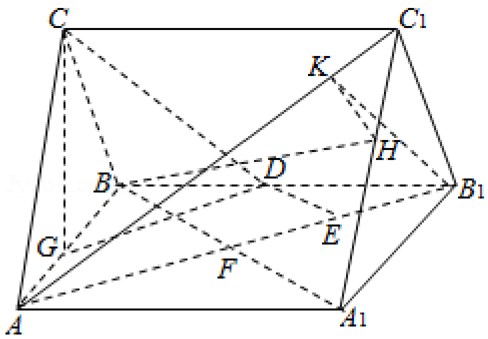
设AB=2，则$AB_1=2\sqrt{2}$，$DG=\sqrt{2}$，$CG=\sqrt{2}$，$AC=\sqrt{3}$．

作$B_1H⊥A_1C_1$，H为垂足，因为底面$A_1B_1C_1$⊥面AA_1CC_1，故B_1H⊥面AA_1C_1C．又作HK⊥AC_1，K为垂足，连接B_1K，由三垂线定理，得$B_1K⊥AC_1$，因此∠B_1KH为二面角$A_1-AC_1-B_1$的平面角．

$B_1H=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$，$C_1H=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$AC_1=\sqrt{7}$，$HK=\dfrac{2\sqrt{21}}{21}$

$\tan∠B_1KH=\sqrt{14}$，

∴二面角$A_1-AC_1-B_1$的大小为$\arctan\sqrt{14}$．

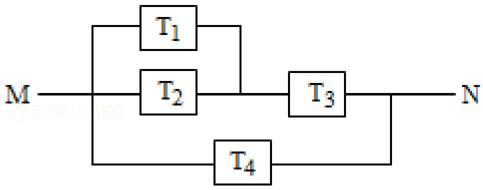


【点评】本试题主要考查空间的线面关系与空间角的求解，考查考生的空间想象与推理计算的能力．三垂线定理是立体几何的最重要定理之一，是高考的热点，它是处理线线垂直问题的有效方法，同时它也是确定二面角的平面角的主要手段．通过引入空间向量，用向量代数形式来处理立体几何问题，淡化了传统几何中的“形”到“形”的推理方法，从而降低了思维难度，使解题变得程序化，这是用向量解立体几何问题的独到之处．

20．（12分）如图，由M到N的电路中有4个元件，分别标为T_1，T_2，T_3，T_4，电流能通过T_1，T_2，T_3的概率都是P，电流能通过T_4的概率是0.9，电流能否通过各元件相互独立．已知T_1，T_2，T_3中至少有一个能通过电流的概率为0.999．

（Ⅰ）求P；

（Ⅱ）求电流能在M与N之间通过的概率.



【考点】C5：互斥事件的概率加法公式；C8：相互独立事件和相互独立事件的概率乘法公式.

【专题】11：计算题.

【分析】（1）设出基本事件，将要求事件用基本事件的来表示，将T1，T2，T3至少有一个能通过电流用基本事件表示并求出概率即可求得p.

（Ⅱ）根据题意，B表示事件：电流能在M与N之间通过，根据电路图，可得B=A_4+（1﹣A_4）A_1A_3+（1﹣A_4）（1﹣A_1）A_2A_3，由互斥事件的概率公式，代入数据计算可得答案.

【解答】解：（Ⅰ）根据题意，记电流能通过T_i为事件A_i，i=1、2、3、4，

A表示事件：T_1，T_2，T_3，中至少有一个能通过电流，

易得A_1，A_2，A_3相互独立，且$\overline{A}=\overline{A_1}\cdot\overline{A_2}\cdot\overline{A_3}$，

P（$\overline{A}$）=（1﹣p）^{3}=1﹣0.999=0.001，

计算可得，p=0.9；

（Ⅱ）根据题意，B表示事件：电流能在M与N之间通过，

有B=A_4+（1﹣A_4）A_1A_3+（1﹣A_4）（1﹣A_1）A_2A_3，

则P（B）=P（A_4+（1﹣A_4）A_1A_3+（1﹣A_4）（1﹣A_1）A_2A_3）

=0.9+0.1×0.9×0.9+0.1×0.1×0.9×0.9

=0.9891.

【点评】本题考查了概率中的互斥事件、对立事件及独立事件的概率，注意先明确事件之间的关系，进而选择对应的公式来计算.

21．（12分）已知函数f（x）=﹣x^2+ax+1﹣lnx.

（Ⅰ）当a=3时，求函数f（x）的单调递增区间；

（Ⅱ）若f（x）在区间（0，$\frac{1}{2}$）上是减函数，求实数a的取值范围．

【考点】3D：函数的单调性及单调区间；3E：函数单调性的性质与判断．

【专题】16：压轴题．

【分析】（1）求单调区间，先求导，令导函数大于等于0即可．

（2）已知f（x）在区间（0，$\frac{1}{2}$）上是减函数，即f′（x）≤0在区间（0，$\frac{1}{2}$）上恒成立，然后用分离参数求最值即可．

【解答】解：（Ⅰ）当a=3时，f（x）=﹣x^2+3x+1﹣lnx

∴$f'(x)=-2x+3-\frac{1}{x}=\frac{-(2x^2-3x+1)}{x}$

解f′（x）＞0，

即：$2x^2$﹣3x+1＜0

函数f（x）的单调递增区间是$(\frac{1}{2},1)$．

（Ⅱ）f′（x）=﹣2x+a﹣$\frac{1}{x}$，

∵f（x）在$(0,\frac{1}{2})$上为减函数，

∴x∈$(0,\frac{1}{2})$时﹣2x+a﹣$\frac{1}{x}$≤0恒成立．

即a≤2x+$\frac{1}{x}$恒成立．

设$g(x)=2x+\frac{1}{x}$，则$g'(x)=2-\frac{1}{x^2}$

∵x∈$(0,\frac{1}{2})$时，$\frac{1}{x^2}>4$，

∴g′（x）＜0，

∴g（x）在$(0,\frac{1}{2})$上递减，

∴g（x）＞g（$\frac{1}{2}$）=3，

∴a≤3．

【点评】本题考查函数单调性的判断和已知函数单调性求参数的范围，此类问题一般用导数解决，综合性较强．

22．（12分）已知斜率为1的直线l与双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）相交于B、D两点，且BD的中点为M（1，3）．

（Ⅰ）求C的离心率；

（Ⅱ）设C的右顶点为A，右焦点为F，|DF|•|BF|=17，证明：过A、B、D三点的圆与x轴相切．

【考点】J9：直线与圆的位置关系；KC：双曲线的性质；KH：直线与圆锥曲线的综合．

【专题】11：计算题；14：证明题；16：压轴题．

【分析】（Ⅰ）由直线过点（1，3）及斜率可得直线方程，直线与双曲线交于BD两点的中点为（1，3），可利用直线与双曲线消元后根据中点坐标公式找出a，b的关系式即求得离心率．

（Ⅱ）利用离心率将条件|FA||FB|=17，用含a的代数式表示，即可求得a，则A点坐标可得（1，0），由于A在x轴上所以，只要证明2AM=BD即证得．

【解答】解：（Ⅰ）由题设知，l的方程为：y=x+2，代入C的方程，并化简，

得$(b^2-a^2)x^2-4a^2x-a^2b^2-4a^2=0$，

设B（x_1，y_1），D（x_2，y_2），则$x_1+x_2=\frac{4a^2}{b^2-a^2}$，$x_1x_2=-\frac{4a^2+a^2b^2}{b^2-a^2}$，①

由M（1，3）为BD的中点知$\frac{x_1+x_2}{2}=1$．

故$\frac{1}{2}\times\frac{4a^2}{b^2-a^2}=1$，即$b^2=3a^2$，②

故$c=\sqrt{a^2+b^2}=2a$，

∴C的离心率$e=\frac{c}{a}=2$．

（Ⅱ）由①②知，C的方程为：$3x^2-y^2=3a^2$，A（a，0），F（2a，0），

$x_1+x_2=2$，$x_1x_2=-\frac{4+3a^2}{2}$．

故不妨设$x_1\le -a$，$x_2\ge a$，

$|BF|=\sqrt{(x_1-2a)^2+y_1^2}=a-2x_1$，$|FD|=\sqrt{(x_2-2a)^2+y_2^2}=2x_2-a$，

$|BF|\bullet|FD|=(a-2x_1)(2x_2-a)=-4x_1x_2+2a(x_1+x_2)-a^2=5a^2+4a+8$.

又$|BF|\bullet|FD|=17$，故$5a^2+4a+8=17$.

解得a=1，或$a=-\frac{9}{5}$（舍去），

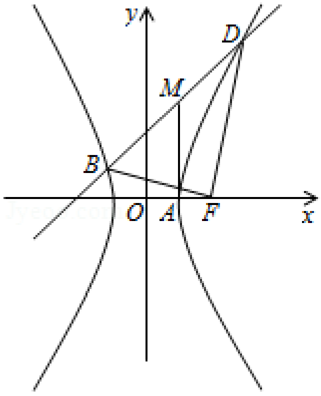
故$|BD|=\sqrt{2}|x_1-x_2|=\sqrt{2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=6$，

连接MA，则由A（1，0），M（1，3）知$|MA|=3$，

从而MA=MB=MD，且MA⊥x轴，

因此以M为圆心，MA为半径的圆经过A、B、D三点，且在点A处与x轴相切，

所以过A、B、D三点的圆与x轴相切.



【点评】本题考查了圆锥曲线、直线与圆的知识，考查学生运用所学知识解决问题的能力.