绝密★启用前

2020年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1已知集合A＝{(x，y)|x，y∈N*，y≥x}，B＝{(x，y)|x＋y＝8}，则A∩B中元素的个数为

A.2　B.3　C.4　D.6

2.复数$\frac{1}{1-3i}$的虚部是

A.$-\frac{3}{10}$　B.$-\frac{1}{10}$　C.$\frac{1}{10}$　D.$\frac{3}{10}$

3.在一组样本数据中，1，2，3，4出现的频率分别为p_1，p_2，p_3，p_4，且$\sum_{i=1}^{4}p_i=1$，则下面四种情形中，对应样本的标准差最大的一组是

A.$p_1=p_4=0.1$，$p_2=p_3=0.4$　B.$p_1=p_4=0.4$，$p_2=p_3=0.1$

C.$p_1=p_4=0.2$，$p_2=p_3=0.3$　D.$p_1=p_4=0.3$，$p_2=p_3=0.2$

4.Logistic模型是常用数学模型之一，可应用于流行病学领域，有学者根据公布数据建立了某地区新冠肺炎累计确诊病例数I(t)(t的单位：天)的Logistic模型：$I(t)=\frac{K}{1+e^{-0.23(t-53)}}$，其中K为最大确诊病例数。当$I(t^*)=0.95K$时，标志着已初步遏制疫情，则$t^*$约为(ln19≈3)

A.60　B.63　C.66　D.69

5.设O为坐标原点，直线x＝2与抛物线C：$y^2=2px(p>0)$交于D，E两点，若OD⊥OE，则C的焦点坐标为

A.($\frac{1}{4}$，0)　B.($\frac{1}{2}$，0)　C.(1，0)　D.(2，0)

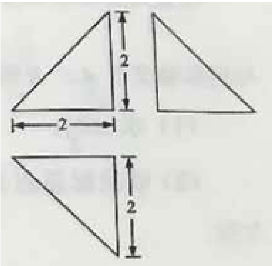
6.已知向量a，b满足|a|＝5，|b|＝6，a·b＝－6，则cos<a，a＋b>＝

A. $-\frac{31}{35}$　B. $-\frac{19}{35}$　C. $\frac{17}{35}$　D. $\frac{19}{35}$

7.在△ABC中，$\cos C=\frac{2}{3}$，AC＝4，BC＝3，则cosB＝

A. $\frac{1}{9}$　B. $\frac{1}{3}$　C. $\frac{1}{2}$　D. $\frac{2}{3}$

8.右图为某几何体的三视图，则该几何体的表面积是



A. $6+4\sqrt{2}$　B. $4+4\sqrt{2}$　C. $6+2\sqrt{3}$　D. $4+2\sqrt{3}$

9.已知$2\tan\theta-\tan(\theta+\frac{\pi}{4})=7$，则tanθ＝

A.－2　B.－1　C.1　D.2

10.若直线l与曲线$y=\sqrt{x}$和圆$x^2+y^2=\frac{1}{5}$都相切，则l的方程为

A. $y=2x+1$　B. $y=2x+\frac{1}{2}$　C. $y=\frac{1}{2}x+1$　D. $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

11.设双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，离心率为$\sqrt{5}$。P是C上一点，且$F_1P\perp F_2P$。若$\triangle PF_1F_2$的面积为4，则a＝

A.1　B.2　C.4　D.8

12.已知$5^5<8^4$，$13^4<8^5$。设$a=\log_5 3$，$b=\log_8 5$，$c=\log_{13} 8$，则

A. a<b<c　B. b<a<c　C. b<c<a　D. c<a<b

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13.若x，y满足约束条件$\begin{cases}x+y\geq 0\\ 2x-y\geq 0\\ x\leq 1\end{cases}$，则z=3x+2y的最大值为______。

14.$(x^2+\frac{2}{x})^6$的展开式中常数项是______。(用数字作答)。

15.已知圆锥的底面半径为1，母线长为3，则该圆锥内半径最大的球的体积为______。

16.关于函数$f(x)=\sin x+\dfrac{1}{\sin x}$有如下四个命题：

①f(x)的图像关于y轴对称。

②f(x)的图像关于原点对称。

③f(x)的图像关于直线$x=\dfrac{\pi}{2}$对称。

④f(x)的最小值为2。

其中所有真命题的序号是______。

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共60分。

17.(12分)

设数列$\{a_n\}$满足$a_1=3$，$a_{n+1}=3a_n-4n$。

(1)计算a_2，a_3，猜想$\{a_n\}$的通项公式并加以证明；

(2)求数列$\{2^n a_n\}$的前n项和S_n。

18.(12分)

某学生兴趣小组随机调查了某市100天中每天的空气质量等级和当天到某公园锻炼的人次，整理数据得到下表(单位：天)：

锻炼人次 / 空气质量等级	[0,200]	(200, 400]	(400, 600]
1（优）	2	16	25
2（良）	5	10	12
3（轻度污染）	6	7	8
4（中度污染）	7	2	0

(1)分别估计该市一天的空气质量等级为1，2，3，4的概率；

(2)求一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值(同一组中的数据用该组区间的中点值为代表)；

(3)若某天的空气质量等级为1或2，则称这天“空气质量好”；若某天的空气质量等级为3或4，则称这天“空气质量不好”。根据所给数据，完成下面的2×2列联表，并根据列联表，判

断是否有95%的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关?

	人次≤ 400	人次>400
空气质量好		
空气质量不好		

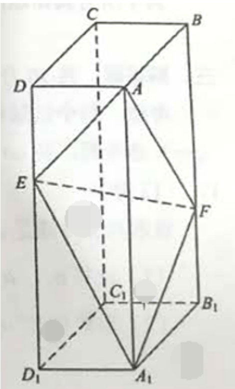
附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

。

19.(12分)

如图，在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点E，F分别在棱DD_1，BB_1上，且$2DE=ED_1$，$BF=2FB_1$。



(1)证明：点C_1在平面AEF内；

(2)若AB＝2，AD＝1，$AA_1=3$，求二面角$A-EF-A_1$的正弦值。

20.(12分)

已知椭圆C：$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{m^2}=1(0<m<5)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{15}}{4}$，A，B分别为C的左、右顶点。

(1)求C的方程;

(2)若点P在C上，点Q在直线x＝6上，且|BP|＝|BQ|，BP⊥BQ，求△APQ的面积。

21.(12分)

设函数$f(x)=x^3+bx+c$，曲线$y=f(x)$在点$(\frac{1}{2}, f(\frac{1}{2}))$处的切线与y轴垂直。

(1)求b：

(2)若f(x)有一个绝对值不大于1的零点，证明：f(x)所有零点的绝对值都不大于1。

(二)选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.[选修4－4：坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases} x=2-t-t^2 \\ y=2-3t+t^2 \end{cases}$ (t为参数且$t\neq 1$)，C与坐标轴交于A，B两点。

(1)求|AB|;

(2)以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，求直线AB的极坐标方程。

23.[选修4－5：不等式选讲](10分)

设a，b，c∈R，$a+b+c=0$，$abc=1$。

(1)证明：$ab+bc+ca<0$；

(2)用max{a，b，c}表示a，b，c的最大值，证明：$\max\{a, b, c\}\geqslant \sqrt[3]{4}$。