2013 年普通高等学校招生全国统一考试（陕西卷）

理科数学

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题.
2. 考生领到试卷后, 须按规定在试卷上填写姓名、准考证号，并在答题卡上填涂对应的试卷类型信息.
3. 所有解答必须填写在答题卡上指定区域内. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

第一部分(共 50 分)

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分）

1. 设全集为 R, 函数 $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ 的定义域为 M, 则 $C_R M$ 为

(A) $[-1,1]$　　(B) $(-1,1)$

(C) $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$　　(D) $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

2. 根据下列算法语句, 当输入 x 为 60 时, 输出 y 的值为

```
输入 x
If x≤50 Then
    y=0.5 * x
Else
    y=25+0.6*(x-50)
End If
输出 y
```

(A) 25

(B) 30

(C) 31

(D) 61

3. 设 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 为向量, 则“$|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$”是“$\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$”的

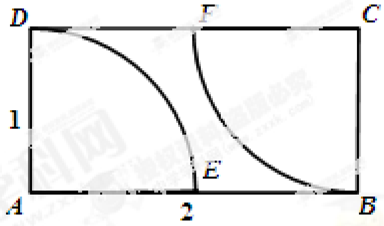
(A) 充分不必要条件　　(B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

4. 某单位有 840 名职工, 现采用系统抽样方法, 抽取 42 人做问卷调查, 将 840 人按 1, 2, …, 840 随机编号, 则抽取的 42 人中, 编号落入区间[481, 720]的人数为

(A) 11　　(B) 12　　(C) 13　　(D) 14

5. 如图, 在矩形区域 $ABCD$ 的 A, C 两点处各有一个通信基站, 假设其信号覆盖范围分别是扇形区域



ADE 和扇形区域 CBF(该矩形区域内无其他信号来源, 基站工作正常). 若在该矩形区域内随机地选一地点, 则该地点无信号的概率是

(A) $1-\dfrac{\pi}{4}$　　　　(B) $\dfrac{\pi}{2}-1$

(C) $2-\dfrac{\pi}{2}$　　　　(D) $\dfrac{\pi}{4}$

6. 设 z_1, z_2 是复数, 则下列命题中的假命题是

(A) 若 $|z_1-z_2|=0$, 则 $\overline{z_1}=\overline{z_2}$　　　　(B) 若 $z_1=\overline{z_2}$, 则 $\overline{z_1}=z_2$

(C) 若 $|z_1=z_2|$, 则 $z_1\cdot\overline{z_1}=z_2\cdot\overline{z_2}$　　　　(D) 若 $|z_1=z_2|$, 则 $z_1{}^2=z_2{}^2$

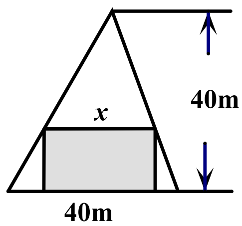
7. 设△ABC 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c, 若 $b\cos C+c\cos B=a\sin A$, 则△ABC 的形状为

(A) 锐角三角形　　(B) 直角三角形　　(C) 钝角三角形　　(D) 不确定

8. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^4, & x<0,\\ -\sqrt{x}, & x\geq 0.\end{cases}$, 则当 x>0 时, $f[f(x)]$表达式的展开式中常数项为

(A) －20　　(B) 20　　(C) －15　　(D) 15

9. 在如图所示的锐角三角形空地中, 欲建一个面积不小于 300m^2 的内接矩形花园(阴影部分), 则其边长 x(单位 m)的取值范围是



(A) [15,20]　　(B) [12,25]

(C) [10,30]　　(D) [20,30]

10. 设[x]表示不大于 x 的最大整数, 则对任意实数 x, y, 有

(A) [－x] ＝ －[x]　　(B) [2x] ＝ 2[x]

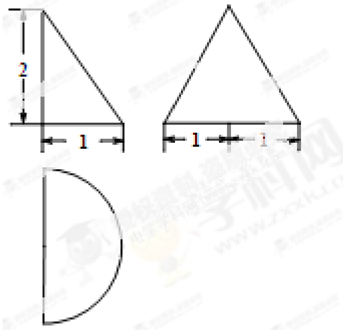
(C) [x＋y]≤[x]＋[y]　　(D) [x－y]≤[x]－[y]

第二部分(共 100 分)

二、填空题：把答案填写在答题卡相应题号后的横线上（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

11. 双曲线$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{m}=1$的离心率为$\frac{5}{4}$，则 m 等于________.

12. 某几何体的三视图如图所示，则其体积为________.



13. 若点(x, y)位于曲线 $y=|x-1|$ 与 $y=2$ 所围成的封闭区域，则 $2x-y$ 的最小值为________.

14. 观察下列等式:

$1^2=1$

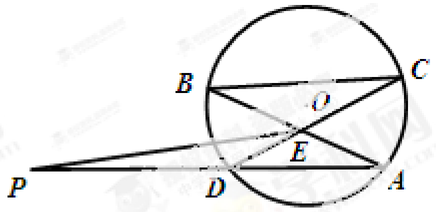
$1^2-2^2=-3$

$1^2-2^2+3^2=6$

$1^2-2^2+3^2-4^2=-10$

…

照此规律，第 n 个等式可为________.

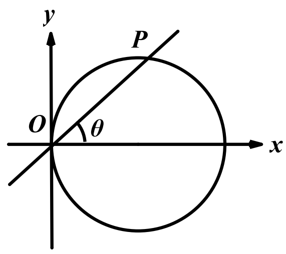


15. (考生请注意　　:请在下列三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分)

A. (不等式选做题) 已知 a, b, m, n 均为正数，且 $a+b=1, mn=2$，则$(am+bn)(bm+an)$的最小值为______.

B. (几何证明选做题) 如图，弦 AB 与 CD 相交于$\odot O$ 内一点 E，过 E 作 BC 的平行线与 AD 的延长线相交于点 P. 已知 $PD=2DA=2$，则 $PE=$______.

C. (坐标系与参数方程选做题) 如图，以过原点的直线的倾斜角 θ 为参数，则圆 $x^2+y^2-x=0$ 的参数方程为____________ .



三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程及演算步骤（本大题共 6 小题，共 75 分）

16. (本小题满分 12 分)

已知向量 $\boldsymbol{a}=(\cos x,-\frac{1}{2}), \boldsymbol{b}=(\sqrt{3}\sin x, \cos 2x), x\in\boldsymbol{R}$，设函数 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$.

(Ⅰ) 求 $f(x)$的最小正周期.

(Ⅱ) 求 $f(x)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上的最大值和最小值.

17. (本小题满分 12 分)

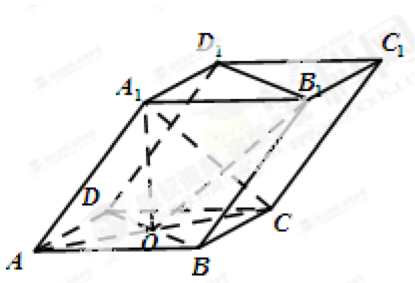
设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列.

(Ⅰ) 推导 $\{a_n\}$ 的前 n 项和公式;

(Ⅱ) 设 $q\neq1$, 证明数列 $\{a_n+1\}$ 不是等比数列.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, O 为底面中心, $A_1O\perp$ 平面 $ABCD$, $AB=AA_1=\sqrt{2}$.



(Ⅰ) 证明: $A_1C\perp$平面 BB_1D_1D;

(Ⅱ) 求平面 OCB_1 与平面 BB_1D_1D 的夹角 θ 的大小.

19. (本小题满分 12 分)

在一场娱乐晚会上, 有 5 位民间歌手(1 至 5 号)登台演唱, 由现场数百名观众投票选出最受欢迎歌手. 各位观众须彼此独立地在选票上选 3 名选手, 其中观众甲是 1 号歌手的歌迷, 他必选 1 号, 不选 2 号, 另在 3 至 5 号中随机选 2 名. 观众乙和丙对 5 位歌手的演唱没有偏爱, 因此在 1 至 5 号中随机选 3 名歌手.

(Ⅰ) 求观众甲选中 3 号歌手且观众乙未选中 3 号歌手的概率;

(Ⅱ) X 表示 3 号歌手得到观众甲、乙、丙的票数之和, 求 X 的分布列和数学期望.

20. (本小题满分 13 分)

已知动圆过定点 $A(4,0)$, 且在 y 轴上截得的弦 MN 的长为 8.

(Ⅰ) 求动圆圆心的轨迹 C 的方程;

(Ⅱ) 已知点 $B(-1,0)$，设不垂直于 x 轴的直线 l 与轨迹 C 交于不同的两点 P, Q，若 x 轴是 $\angle PBQ$ 的角平分线，证明直线 l 过定点.

21. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^{x}, x\in \boldsymbol{R}$.

(Ⅰ) 若直线 $y=kx+1$ 与 $f(x)$的反函数的图像相切，求实数 k 的值;

(Ⅱ) 设 $x>0$，讨论曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=mx^{2}(m>0)$ 公共点的个数.

(III) 设 $a<b$，比较 $\dfrac{f(a)+f(b)}{2}$ 与 $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ 的大小，并说明理由.