2009 年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

一、选择题（每小题 5 分）

（1） i 是虚数单位，$\dfrac{5i}{2-i}=$

（A）1+2i （B）-1-2i （C）1-2i （D）-1+2i

（2）设变量 x，y 满足约束条件：$\begin{cases} x+y\geq 3 \\ x-y\geq -1 \\ 2x-y\leq 3 \end{cases}$.则目标函数 z=2x+3y 的最小值为

（A）6 （B）7 （C）8 （D）23

（3）命题“存在 $x_0\in$ R，$2^{x_0}\leq 0$”的否定是

（A）不存在 $x_0\in$ R, $2^{x_0}>0$ （B）存在 $x_0\in$ R, $2^{x_0}\geq 0$

（C）对任意的 $x\in$ R, $2^{x}\leq 0$ （D）对任意的 $x\in$ R, $2^{x}>0$

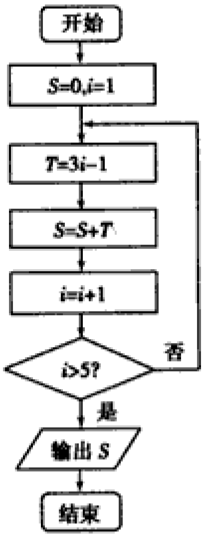
（4）设函数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x-\ln x(x>0)$, 则 $y=f(x)$

A 在区间 $(\dfrac{1}{e},1),(1,e)$ 内均有零点。

B 在区间 $(\dfrac{1}{e},1),(1,e)$ 内均无零点。

C 在区间 $(\dfrac{1}{e},1)$ 内有零点，在区间 $(1,e)$ 内无零点。

D 在区间 $(\dfrac{1}{e},1)$ 内无零点，在区间 $(1,e)$ 内有零点。



（5）阅读右图的程序框图，则输出的 S=

A　26　　　B 35　　　C 40　　　D 57

(6）设 $a>0,b>0.$ 若 $\sqrt{3}$是3^a与3^b的等比中项，则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为

A　8　　　B　4　　　C 1　　　D　$\frac{1}{4}$

（7）已知函数 $f(x)=\sin(\varpi x+\frac{\pi}{4})(x\in R,\varpi>0)$ 的最小正周期为 π，为了得到函数 $g(x)=\cos\varpi x$ 的图象，只要将 $y=f(x)$ 的图象

A 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度　　　B 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度

C 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度　　　D 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度

（8）已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+4x,x\geq 0,\\ 4x-x^2,x<0,\end{cases}$ 若 $f(2-a^2)>f(a)$, 则实数 a 的取值范围是

A $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$　　B $(-1,2)$　　C $(-2,1)$　　D $(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$

（9）. 设抛物线 y^2=2x 的焦点为 F，过点 M（$\sqrt{3}$，0）的直线与抛物线相交于 A，B 两点，与抛物线的准线相交于 C，$|BF|$=2，则 Δ BCF 与 Δ ACF 的成面积之比 $\frac{S_{\Delta BCF}}{S_{\Delta ACF}}$ =

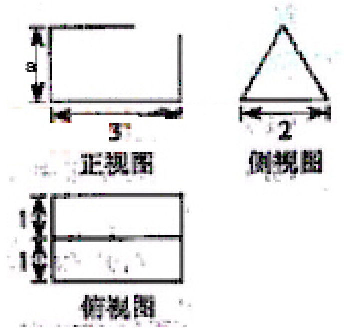
（A）$\frac{4}{5}$　　（B）$\frac{2}{3}$　　（C）$\frac{4}{7}$　　（D）$\frac{1}{2}$

（10）.0＜b＜1+a, 若关于 x 的不等式$(x-b)^2>(ax)^2$的解集中的整数恰有 3 个，则

（A）-1＜a＜0　　（B）0＜a＜1　　（C）1＜a＜3　　（D）3＜a＜6

二．填空题：（6 小题，每题 4 分，共 24 分）

（11）某学院的 A，B，C 三个专业共有 1200 名学生，为了调查这些学生勤工俭学的情况，拟采用分层抽样的方法抽取一个容量为 120 的样本。已知该学院的 A 专业有 380 名学生，B 专业有 420 名学生，则在该学院的 C 专业应抽取____名学生。



（12）如图是一个几何体的三视图，若它的体积是$3\sqrt{3}$，则 a=_______

(13) 设直线l_1的参数方程为$\begin{cases} x=1+t \\ y=1+3t \end{cases}$（t 为参数），直线$l_2$的方程为 y=3x+4 则$l_1$与$l_2$的距离为_______

(14)若圆$x^2+y^2=4$与圆$x^2+y^2+2ay-6=0$（a>0）的公共弦的长为$2\sqrt{3}$，则 a=___________

(15)在四边形 ABCD 中，$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$=（1，1），$\frac{1}{|\overrightarrow{BA}|}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{|\overrightarrow{BC}|}\overrightarrow{BC}=\frac{\sqrt{3}}{|\overrightarrow{BD}|}\overrightarrow{BD}$，则四边形 ABCD 的面积是_________

（16）用数字 0，1，2，3，4，5，6 组成没有重复数字的四位数，其中个位、十位和百位上的数字之和为偶数的四位数共有________个（用数字作答）

三、解答题：本大题共 6 小题，共 76 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（17）（满分 12 分）在⊿ABC 中，BC=$\sqrt{5}$，AC=3，sinC=2sinA

(I) 求 AB 的值：

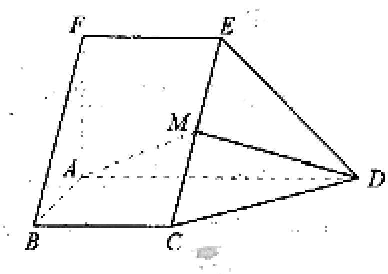
(II) 求$\sin\left(2A-\frac{\pi}{4}\right)$的值

（18）（满分 12 分）在 10 件产品中，有 3 件一等品，4 件二等品，3 件三等品。从这 10 件产品中任取 3 件，求：

（I） 取出的 3 件产品中一等品件数 X 的分布列和数学期望；

（II） 取出的 3 件产品中一等品件数多于二等品件数的概率。

（19）（满分 12 分）如图，在五面体 ABCDEF 中，FA ⊥平面 ABCD, AD//BC//FE，AB⊥AD，M 为 EC 的中点，AF=AB=BC=FE=



$\frac{1}{2}$AD

(I) 求异面直线 BF 与 DE 所成的角的大小；
(II) 证明平面 AMD⊥平面 CDE；
（III）求二面角 A-CD-E 的余弦值

（20）（满分 12 分）

已知函数 $f(x)=(x^2+ax-2a^2+3a)e^x(x\in R)$, 其中 $a\in R$

（1） 当 $a=0$ 时，求曲线 $y=f(x)$在点$(1,f(1))$ 处的切线的斜率；

（2） 当 $a\neq\frac{2}{3}$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间与极值。

（21）（满分 14 分）

以知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的两个焦点分别为 $F_1(-c,0)$和$F_2(c,0)(c>0)$，过点 $E(\frac{a^2}{c},0)$ 的直线与椭圆相交与 A,B 两点，且 $F_1A//F_2B,|F_1A|=2|F_2B|$。

（1） 求椭圆的离心率
（2） 求直线 AB 的斜率；
（3） 设点 C 与点 A 关于坐标原点对称，直线 F_2B 上有一点 $H(m,n)(m\neq0)$ 在Δ AF_1C 的外接圆上，求 $\frac{n}{m}$ 的值

（22）（满分 14 分）已知等差数列{a_n}的公差为 d（d≠0），等比数列{b_n}的公比为 q（q>1）。设 $s_n=a_1b_1+a_2b_2$ …..+ a_nb_n ,$T_n=a_1b_1-a_2b_2$+…..+$(-1)^{n-1}$ a_nb_n ,n∈ N^+

(I) 若 $a_1=b_1=1$，d=2，q=3，求 S_3 的值；

(II) 若 b_1=1，证明（1-q）S_{2n}-（1+q）$T_{2n}=\frac{2dq(1-q^{2n})}{1-q^2}$，n∈ N^+；

(III) 若正数 n 满足 2≤n≤q，设 $k_1,k_2,...,k_n$和$l_1,l_2,...,l_n$是1,2,...，n 的两个不同的排列，

$c_1=a_{k_1}b_1+a_{k_2}b_2+...+a_{k_n}b_n$，　$c_2=a_{l_1}b_1+a_{l_2}b_2+...+a_{l_n}b_n$ 证明 $c_1\neq c_2$。