

## 2009年全国统一高考数学试卷（文科）（全国卷Ⅱ）

### 一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. （5分）已知全集 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ， $M=\{1, 3, 5, 7\}$ ， $N=\{5, 6, 7\}$ ，则 $C_U(M \cap N) = ( \quad )$
- A.  $\{5, 7\}$                       B.  $\{2, 4\}$   
C.  $\{2, 4, 8\}$                     D.  $\{1, 3, 5, 6, 7\}$
2. （5分）函数 $y=\sqrt{-x}$  ( $x \leq 0$ ) 的反函数是 (      )
- A.  $y=x^2$  ( $x \geq 0$ )      B.  $y=-x^2$  ( $x \geq 0$ )      C.  $y=x^2$  ( $x \leq 0$ )      D.  $y=-x^2$  ( $x \leq 0$ )
3. （5分）函数 $y=\log_2 \frac{2-x}{2+x}$  的图象 (      )
- A. 关于直线 $y=-x$ 对称                      B. 关于原点对称  
C. 关于 $y$ 轴对称                              D. 关于直线 $y=x$ 对称
4. （5分）已知 $\triangle ABC$ 中， $\cot A = -\frac{12}{5}$ ，则 $\cos A = ( \quad )$
- A.  $\frac{12}{13}$                       B.  $\frac{5}{13}$                       C.  $-\frac{5}{13}$                       D.  $-\frac{12}{13}$
5. （5分）已知正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AA_1=2AB$ ， $E$ 为 $AA_1$ 中点，则异面直线 $BE$ 与 $CD_1$ 所形成角的余弦值为 (      )
- A.  $\frac{\sqrt{10}}{10}$                       B.  $\frac{1}{5}$                       C.  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$                       D.  $\frac{3}{5}$
6. （5分）已知向量 $\vec{a} = (2, 1)$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$ ， $|\vec{a} + \vec{b}| = 5\sqrt{2}$ ，则 $|\vec{b}| = ( \quad )$
- A.  $\sqrt{5}$                       B.  $\sqrt{10}$                       C. 5                      D. 25
7. （5分）设 $a = \lg e$ ， $b = (\lg e)^2$ ， $c = \lg \sqrt{e}$ ，则 (      )
- A.  $a > b > c$                       B.  $c > a > b$                       C.  $a > c > b$                       D.  $c > b > a$
8. （5分）双曲线 $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$ 的渐近线与圆 $(x-3)^2 + y^2 = r^2$  ( $r > 0$ ) 相切，则 $r = ( \quad )$
- A.  $\sqrt{3}$                       B. 2                      C. 3                      D. 6
9. （5分）若将函数 $y = \tan(\omega x + \frac{\pi}{4})$  ( $\omega > 0$ ) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后，与函数 $y = \tan(\omega x + \frac{\pi}{6})$ 的图象重合，则 $\omega$ 的最小值为 (      )

- A.  $\frac{1}{6}$                       B.  $\frac{1}{4}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{1}{2}$

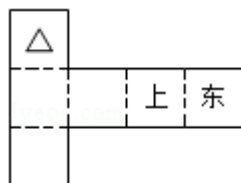
10. (5分) 甲、乙两人从4门课程中各选修2门，则甲、乙所选的课程中恰有1门相同的选法有 ( )

- A. 6种                      B. 12种                      C. 24种                      D. 30种

11. (5分) 已知直线 $y=k(x+2)$  ( $k>0$ ) 与抛物线 $C: y^2=8x$ 相交于A、B两点，F为C的焦点，若 $|FA|=2|FB|$ ，则 $k=$  ( )

- A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

12. (5分) 纸制的正方体的六个面根据其方位分别标记为上、下、东、南、西、北. 现在沿该正方体的一些棱将正方体剪开、外面朝上展平，得到如图所示的平面图形，则标“ $\Delta$ ”的面的方位 ( )



- A. 南                      B. 北                      C. 西                      D. 下

## 二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

13. (5分) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ . 若 $a_1=1$ ,  $S_6=4S_3$ , 则 $a_4=$ \_\_\_\_\_.

14. (5分)  $(x\sqrt{y} - y\sqrt{x})^4$ 的展开式中 $x^3y^3$ 的系数为\_\_\_\_\_.

15. (5分) 已知圆 $O: x^2+y^2=5$ 和点 $A(1, 2)$ , 则过 $A$ 且与圆 $O$ 相切的直线与两坐标轴围成的三角形的面积=\_\_\_\_\_.

16. (5分) 设 $OA$ 是球 $O$ 的半径,  $M$ 是 $OA$ 的中点, 过 $M$ 且与 $OA$ 成 $45^\circ$ 角的平面截球 $O$ 的表面得到圆 $C$ . 若圆 $C$ 的面积等于 $\frac{7\pi}{4}$ , 则球 $O$ 的表面积等于\_\_\_\_\_.

## 三、解答题 (共6小题, 满分70分)

17. (10分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中,  $a_3a_7 = -16$ ,  $a_4+a_6=0$ , 求 $\{a_n\}$ 前 $n$ 项和 $S_n$ .

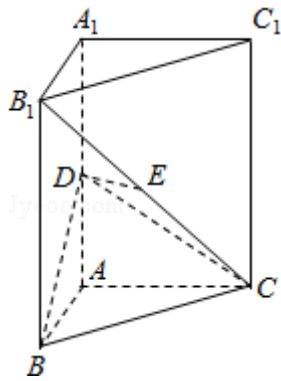
18. (12分) 设 $\triangle ABC$ 的内角 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 的对边长分别为 $a$ 、 $b$ 、 $c$ ,  $\cos(A-C) + \cos$

$sB = \frac{3}{2}$ ,  $b^2 = ac$ , 求B.

19. (12分) 如图, 直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $AB \perp AC$ , D、E 分别为  $AA_1$ 、 $B_1C$  的中点,  $DE \perp$  平面  $BCC_1$ .

(I) 证明:  $AB = AC$ ;

(II) 设二面角  $A - BD - C$  为  $60^\circ$ , 求  $B_1C$  与平面  $BCD$  所成的角的大小.



20. (12分) 某车间甲组有10名工人, 其中有4名女工人; 乙组有10名工人, 其中有6名女工人. 现采用分层抽样 (层内采用不放回简单随即抽样) 从甲、乙两组中共抽取4名工人进行技术考核.

(1) 求从甲、乙两组各抽取的人数;

(2) 求从甲组抽取的工人中恰有1名女工人的概率;

(3) 求抽取的4名工人中恰有2名男工人的概率.

21. (12分) 设函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (1+a)x^2 + 4ax + 24a$ , 其中常数  $a > 1$ ,

- ( I ) 讨论  $f(x)$  的单调性;
- ( II ) 若当  $x \geq 0$  时,  $f(x) > 0$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

22. (12分) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ , 过右焦点  $F$  的直

线  $l$  与  $C$  相交于  $A$ 、 $B$  两点, 当  $l$  的斜率为  $1$  时, 坐标原点  $O$  到  $l$  的距离为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,

- ( I ) 求  $a$ ,  $b$  的值;
- ( II )  $C$  上是否存在点  $P$ , 使得当  $l$  绕  $F$  转到某一位置时, 有  $\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{OB}$  成立? 若存在, 求出所有的  $P$  的坐标与  $l$  的方程; 若不存在, 说明理由.