2005年北京高考文科数学真题及答案

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，第 I 卷 1 至 2 页，第 II 卷 3 至 9 页，共 150 分。考试时间 120 分钟。考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷（选择题共 40 分）

注意事项：

1．答第 I 卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上。

2．每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。不能答在试卷上。

一、本大题共 8 小题．每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

（1）设集合 M={x| x>1，P={x| x^2>1}，则下列关系中正确的是

（A）M＝P （B）PÜM （C）MÜP （ D） $M \cap P = R$

（2）为了得到函数 $y = 2^{x-3} - 1$ 的图象，只需把函数 $y = 2^x$ 上所有点

（A）向右平移 3 个单位长度，再向下平移 1 个单位长度

（B）向左平移 3 个单位长度，再向下平移 1 个单位长度

（C）向右平移 3 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度

（D）向左平移 3 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度

（3）“m=$\dfrac{1}{2}$”是“直线(m+2)x+3my+1=0 与直线(m－2)x+(m+2)y－3=0 相互垂直”的

（A）充分必要条件 （B）充分而不必要条件

（C）必要而不充分条件 （D）既不充分也不必要条件

（4）若 $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2, \vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$，且 $\vec{c} \perp \vec{a}$，则向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为

（A）30° （B）60° （C）120° （D）150°

（5）从原点向圆 $x^2+y^2-12y+27=0$ 作两条切线，则这两条切线的夹角的大小为

（A）$\dfrac{\pi}{6}$ （B）$\dfrac{\pi}{3}$ （C）$\dfrac{\pi}{2}$ （D）$\dfrac{2\pi}{3}$

（6）对任意的锐角 α，β，下列不等关系中正确的是

（A）sin(α+β)>sinα+sinβ （B）sin(α+β)>cosα+cosβ

（C）cos(α+β)<sinα＋sinβ （D）cos(α+β)<cosα＋cosβ

（7）在正四面体 P－ABC 中，D，E，F 分别是 AB，BC，CA 的中点，下面四个结论中不成

立的是

（A）BC//平面 PDF （B）DF⊥平面 PA E

（C）平面 PDF⊥平面 ABC （D）平面 PAE⊥平面 ABC

（8）五个工程队承建某项工程的五个不同的子项目，每个工程队承建 1 项，其中甲工程队不能承建 1 号子项目，则不同的承建方案共有

（A）$C_4^1C_4^4$ 种 （B）$C_4^1A_4^4$ 种 （C）C_4^4 种 （D）A_4^4 种

二、填空题：本大题共 6 小题；每小题 5 分，共 30 分。把答案填在题中横线上。

（9）抛物线 $y^2=4x$ 的准线方程是__________；焦点坐标是___________.

（10）$(x-\frac{1}{x})^6$ 的展开式中的常数项是______________（用数字作答）

（11）函数 $f(x)=\sqrt{x+1}+\frac{1}{2-x}$ 的定义域为________________.

（12）在△ABC 中，AC=$\sqrt{3}$，∠A=45°，∠C=75°，则 BC 的长为_________.

（13）对于函数 f(x)定义域中任意的 x_1，x_2（$x_1\neq x_2$），有如下结论：

①$f(x_1+x_2)=f(x_1)\cdot f(x_2)$；② $f(x_1\cdot x_2)=f(x_1)+f(x_2)$； ③$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$>0；④$f(\frac{x_1+x_2}{2})<\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$.

当 f(x)=lgx 时，上述结论中正确结论的序号是_____________.

（14）已知 n 次多项式 $P_n(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n$，

如果在一种算法中，计算 $x_0^{\,k}$（k＝2，3，4，…，n）的值需要 k－1 次乘法，计算 $P_3(x_0)$ 的值共需要 9 次运算（6 次乘法，3 次加法），那么计算 $P_{10}(x_0)$ 的值共需要 次运算.

下面给出一种减少运算次数的算法：$P_0(x)=a_0,P_{k+1}(x)=xP_k(x)+a_{k+1}$（k＝0，1，2，…，n－1）. 利用该算法，计算 $P_3(x_0)$ 的值共需要 6 次运算，计算 $P_{10}(x_0)$ 的值共需要 次运算.

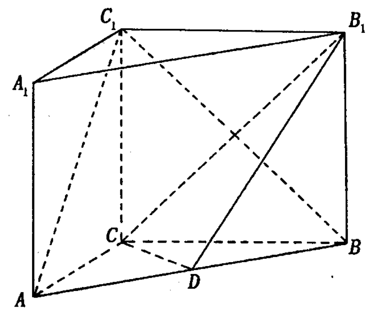
三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（15）（本小题共 12 分）

已知 $\tan\dfrac{\alpha}{2}=2$，求

（I）$\tan(\alpha+\dfrac{\pi}{4})$ 的值；　　（II）$\dfrac{6\sin\alpha+\cos\alpha}{3\sin\alpha-2\cos\alpha}$ 的值.

（16）（本小题共 14 分）



如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，AC＝3，BC＝4，AA_1＝4，点 D 是 AB 的中点，

（I）求证：$AC\perp BC_1$；

（II）求证：AC_1//平面 CDB_1；

（III）求异面直线 AC_1 与 B_1C 所成角的余弦值.

（17）数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_1=1$，$a_{n+1}=\dfrac{1}{3}S_n$，n=1，2，3，……，求

（I）a_2，a_3，a_4 的值及数列$\{a_n\}$的通项公式；

（II）$a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{2n}$ 的值.

（18）（本小题共 13 分）

甲、乙两人各进行 3 次射击，甲每次击中目标的概率为$\dfrac{1}{2}$，乙每次击中目标的概率$\dfrac{2}{3}$，

（I）甲恰好击中目标的 2 次的概率；

（II）乙至少击中目标 2 次的概率；

（III）求乙恰好比甲多击中目标 2 次的概率.

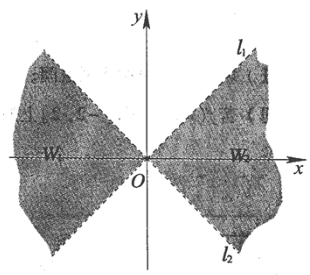
（19）（本小题共 14 分）

已知函数 $f(x)=-x^3+3x^2+9x+a$,

（I）求 f(x)的单调递减区间；

（II）若 f(x)在区间[－2，2]上的最大值为 20，求它在该区间上的最小值.

（20）（本小题共 14 分）



如图，直线 l_1：y＝kx（k>0）与直线 l_2：y＝－kx 之间的阴

影区域（不含边界）记为 W,其左半部分记为 W_1,右半部分记为 W_2.

（I）分别用不等式组表示 W_1 和 W_2；

（II）若区域 W 中的动点 P(x，y)到 l_1，l_2 的距离之积等于 d^2，求点 P 的轨迹 C 的方程；

（III）设不过原点 O 的直线 l 与（II）中的曲线 C 相交于 M_1，M_2 两点，且与 l_1，l_2 分别交于 M_3，M_4 两点．求证△OM_1M_2 的重心与△OM_3M_4 的重心重合．

参考答案

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

（1） C （2）A （3）B （4）C （5）B （6）D （7）C （8）B

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

（9）x=－1；(1, 0) （10）－20 （11）[－1, 2)∪(2, +∞)

（12）$\sqrt{2}$ （13）②③ （14）65；20

三、解答题（本大题共 6 小题，共 80 分）

（15）(共 12 分)

解：(I) ∵ $\tan\dfrac{\alpha}{2}=2$, ∴ $\tan\alpha=\dfrac{2\tan\dfrac{\alpha}{2}}{1-\tan^2\dfrac{\alpha}{2}}=\dfrac{2\times 2}{1-4}=-\dfrac{4}{3}$；

所以 $\tan(\alpha+\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{\tan\alpha+\tan\dfrac{\pi}{4}}{1-\tan\alpha\tan\dfrac{\pi}{4}}=\dfrac{\tan\alpha+1}{1-\tan\alpha}$

$=\dfrac{-\dfrac{4}{3}+1}{1+\dfrac{4}{3}}=-\dfrac{1}{7}$；

（II）由(I)，$\tan\alpha=-\dfrac{4}{3}$，所以 $\dfrac{6\sin\alpha+\cos\alpha}{3\sin\alpha-2\cos\alpha}=\dfrac{6\tan\alpha+1}{3\tan\alpha-2}=\dfrac{6(-\dfrac{4}{3})+1}{3(-\dfrac{4}{3})-2}=\dfrac{7}{6}$.

（16）(共 14 分)

（I）直三棱柱 ABC－$A_1B_1C_1$，底面三边长 AC=3，BC=4AB=5，

∴ AC⊥BC，且 BC_1 在平面 ABC 内的射影为 BC，∴ AC⊥BC_1；

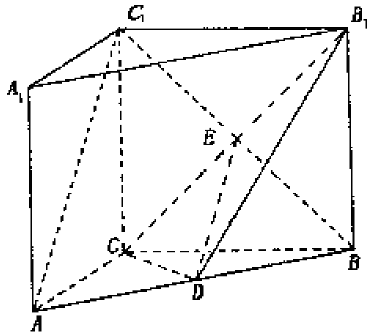
（II）设 CB_1 与 C_1B 的交点为 E，连结 DE，∵ D 是 AB 的中点，E 是 BC_1 的中点，∴

DE//AC_1，

∵ DE⊂平面 CDB_1，AC_1⊄平面 CDB_1，∴ AC_1//平面 CDB_1；

（III）∵ DE//AC_1，∴ ∠CED 为 AC_1 与 B_1C 所成的角，

在△CED 中，$ED=\frac{1}{2}AC_1=\frac{5}{2}$，$CD=\frac{1}{2}AB=\frac{5}{2}$，$CE=\frac{1}{2}CB_1=2\sqrt{2}$，



∴ $\cos\angle CED=\frac{8}{2\cdot 2\sqrt{2}\cdot\frac{5}{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{5}$，

∴ 异面直线 AC_1 与 B_1C 所成角的余弦值$\frac{2\sqrt{2}}{5}$.

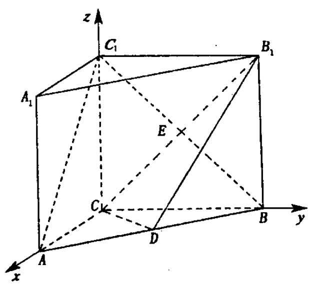
解法二：

∵ 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 底面三边长 $AC=3$，$BC=4$，$AB=5$，

∴ AC，BC，C_1C 两两垂直.

如图，以 C 为坐标原点，直线 CA，CB，CC_1 分别为 x 轴，y 轴，z 轴，建立空间直角坐标系，

则 $C(0,0,0)$，$A(3,0,0)$，$C_1(0,0,4)$，$B(0,4,0)$，$B_1(0,4,4)$，$D(\frac{3}{2},2,0)$.



（Ⅰ）∵ $\overrightarrow{AC}=(-3,0,0)$，$\overrightarrow{BC_1}=(0,-4,4)$，

∴ $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC_1}=0$，∴ $AC\perp BC_1$.

（Ⅱ）设 CB_1 与 C_1B 的交点为 E，则 $E(0,2,2)$.

∵ $\overrightarrow{DE}=(-\frac{3}{2},0,2)$，$\overrightarrow{AC_1}=(-3,0,4)$，∴ $\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC_1}$，∴ $DE/\!/AC_1$.

∵ $DE\subset$平面 CDB_1，$AC_1\not\subset$平面 CDB_1，∴ $AC_1/\!/$平面 CDB_1.

（Ⅲ）∵ $\overrightarrow{AC_1}=(-3,0,4)$，$\overrightarrow{CB_1}=(0,4,4)$，

∴ $\cos\langle\overrightarrow{AC_1},\overrightarrow{CB_1}\rangle=\frac{\overrightarrow{AC_1}\cdot\overrightarrow{CB_1}}{|\overrightarrow{AC_1}||\overrightarrow{CB_1}|}=\frac{2\sqrt{2}}{5}$，

∴ 异面直线 AC_1 与 B_1C 所成角的余弦值为$\frac{2\sqrt{2}}{5}$.

（17）（共 13 分）

解：（I）由 $a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{1}{3}S_n$，n=1，2，3，……，得

$a_2=\frac{1}{3}S_1=\frac{1}{3}a_1=\frac{1}{3}$，$a_3=\frac{1}{3}S_2=\frac{1}{3}(a_1+a_2)=\frac{4}{9}$，$a_4=\frac{1}{3}S_3=\frac{1}{3}(a_1+a_2+a_3)=\frac{16}{27}$，

由 $a_{n+1}-a_n=\frac{1}{3}(S_n-S_{n-1})=\frac{1}{3}a_n$（n≥2），得 $a_{n+1}=\frac{4}{3}a_n$（n≥2），

又 $a_2=\dfrac{1}{3}$，所以 $a_n=\dfrac{1}{3}(\dfrac{4}{3})^{n-2}$ (n≥2)，

∴ 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\begin{cases} 1 & n=1 \\ \dfrac{1}{3}(\dfrac{4}{3})^{n-2} & n\geqslant 2 \end{cases}$；

（II）由（I）可知 $a_2,a_4,\cdots,a_{2n}$ 是首项为 $\dfrac{1}{3}$，公比为 $(\dfrac{4}{3})^2$ 项数为 n 的等比数列，∴

$$a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{2n}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1-(\frac{4}{3})^{2n}}{1-(\frac{4}{3})^2}=\frac{3}{7}[(\frac{4}{3})^{2n}-1].$$

（18）（共 13 分）

解：（I）甲恰好击中目标的 2 次的概率为 $C_3^2(\dfrac{1}{2})^3=\dfrac{3}{8}$

（II）乙至少击中目标 2 次的概率为 $C_3^2(\dfrac{2}{3})^2\cdot(\dfrac{1}{3})+C_3^3(\dfrac{2}{3})^3=\dfrac{20}{27}$；

（III）设乙恰好比甲多击中目标 2 次为事件 A，乙恰击中目标 2 次且甲恰击中目标 0 次为事件 B_1，乙恰击中目标 3 次且甲恰击中目标 1 次为事件 B_2，则 $A=B_1+B_2$，B_1，B_2 为互斥事件.

$$P(A)=P(B_1)+P(B_2)=C_3^2(\frac{2}{3})^2\cdot\frac{1}{3}\cdot C_3^0(\frac{1}{2})^3+C_3^3(\frac{2}{3})^3\cdot C_3^1(\frac{1}{2})^3=\frac{1}{18}+\frac{1}{9}=\frac{1}{6}.$$

所以，乙恰好比甲多击中目标 2 次的概率为 $\dfrac{1}{6}$.

（19）（共 14 分）

解：（I） $f'(x)=-3x^2+6x+9$．令 $f'(x)<0$，解得 $x<-1$ 或 $x>3$，

所以函数 f(x) 的单调递减区间为（$-\infty$，-1），（3，$+\infty$）.

（II）因为 $f(-2)=8+12-18+a=2+a$，$f(2)=-8+12+18+a=22+a$，

所以 $f(2)>f(-2)$．因为在（-1，3）上 $f'(x)>0$，所以 f(x) 在 $[-1,2]$ 上单调递增，又由于 f(x) 在 $[-2，-1]$ 上单调递减，因此 f(2) 和 f(−1) 分别是 f(x) 在区间 $[-2，2]$ 上的最大值和最小值，于是有 $22+a=20$，解得 $a=-2$.

故 $f(x)=-x^3+3x^2+9x-2$，因此 $f(-1)=1+3-9-2=-7$，

即函数 f(x) 在区间 $[-2，2]$ 上的最小值为 -7.

（20）（共 14 分）

解：（I）$W_1=\{(x, y)|\ kx<y<-kx,\ x<0\}$，$W_2=\{(x, y)|\ -kx<y<kx,\ x>0\}$， （II）直线 l_1：kx－y＝0，直线 l_2：kx＋y＝0，由题意得

$$\frac{|kx-y|}{\sqrt{k^2+1}}\cdot\frac{|kx+y|}{\sqrt{k^2+1}}=d^2，即\frac{|k^2x^2-y^2|}{k^2+1}=d^2，$$

由 P(x, y)∈W，知 $k^2x^2-y^2>0$，

所以 $\frac{k^2x^2-y^2}{k^2+1}=d^2$，即 $k^2x^2-y^2-(k^2+1)d^2=0$，

所以动点 P 的轨迹 C 的方程为 $k^2x^2-y^2-(k^2+1)d^2=0$；

（III）当直线 l 与 x 轴垂直时，可设直线 l 的方程为 x＝a（a≠0）. 由于直线 l，曲线 C 关于 x 轴对称，且 l_1 与 l_2 关于 x 轴对称，于是 M_1M_2，M_3M_4 的中点坐标都为（a，0），所以△OM_1M_2，△OM_3M_4 的重心坐标都为（$\frac{2}{3}$a，0），即它们的重心重合，

当直线 l_1 与 x 轴不垂直时，设直线 l 的方程为 y=mx+n（n≠0）.

由 $\begin{cases}k^2x^2-y^2-(k^2+1)d^2=0\\ y=mx+n\end{cases}$，得 $(k^2-m^2)x^2-2mnx-n^2-k^2d^2-d^2=0$

由直线 l 与曲线 C 有两个不同交点，可知 $k^2-m^2\neq0$ 且

$\triangle=(2mn)^2+4(k^2-m^2)\times(n^2+k^2d^2+d^2)>0$

设 M_1，M_2 的坐标分别为 (x_1, y_1)，(x_2, y_2)，

则 $x_1+x_2=\frac{2mn}{k^2-m^2}$，$y_1+y_2=m(x_1+x_2)+2n$，

设 M_3，M_4 的坐标分别为 (x_3, y_3)，(x_4, y_4)，

由 $\begin{cases}y=kx\\ y=mx+n\end{cases}$ ¼° $\begin{cases}y=-kx\\ y=mx+n\end{cases}$ 得 $x_3=\frac{n}{k-m},x_4=\frac{-n}{k+m}$

从而 $x_3+x_4=\frac{2mn}{k^2-m^2}=x_1+x_2$，

所以 $y_3+y_4=m(x_3+x_4)+2n=m(x_1+x_2)+2n=y_1+y_2$，

于是△OM_1M_2 的重心与△OM_3M_4 的重心也重合.