2011年上海高考数学试题（文科）答案及解析

一、填空题

1、$\{x\,|\,x<1\}$；2、-2；3、$-\dfrac{3}{2}$；4、$\sqrt{5}$；5、$x+2y-11=0$；6、$x<0$或$x>1$；7、3π；

8、$\sqrt{6}$；9、$\dfrac{5}{2}$；10、2；11、6；12、$\dfrac{15}{2}$；13、0.985；14、$[-2,7]$。

二、选择题

15、A；16、D；17、A；18、B。

三、解答题

19、解：$(z_1-2)(1+i)=1-i \Rightarrow z_1=2-i$ ………………（4分）

设$z_2=a+2i, a\in R$，则$z_1z_2=(2-i)(a+2i)=(2a+2)+(4-a)i$，………………（12分）

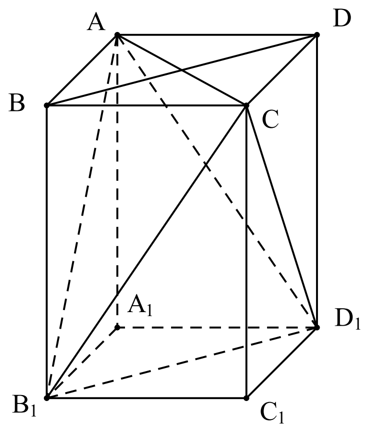
$\because z_1z_2\in R$，$\therefore z_2=4+2i$ ………………（12分）

20、解：(1) 连BD, AB_1, B_1D_1, AD_1，$\because BD /\!/ B_1D_1, AB_1=AD_1$，

$\therefore$异面直线BD与AB_1所成角为$\angle AB_1D_1$，记$\angle AB_1D_1=\theta$，

$$\cos\theta=\frac{AB_1^2+B_1D_1^2-AD_1^2}{2AB_1\times B_1D_1}=\frac{\sqrt{10}}{10}$$

$\therefore$ 异面直线BD与AB_1所成角为$\arccos\dfrac{\sqrt{10}}{10}$。



(2) 连AC, CB_1, CD_1，则所求四面体的体积

$$V=V_{ABCD-A_1B_1C_1D_1}-4\times V_{C-B_1C_1D_1}=2-4\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}。$$

21、解：(1) 当$a>0, b>0$时，任意$x_1, x_2\in R, x_1<x_2$，则

$f(x_1)-f(x_2)=a(2^{x_1}-2^{x_2})+b(3^{x_1}-3^{x_2})$

$\because 2^{x_1}<2^{x_2}, a>0 \Rightarrow a(2^{x_1}-2^{x_2})<0$，$3^{x_1}<3^{x_2}, b>0 \Rightarrow b(3^{x_1}-3^{x_2})<0$，

$\therefore f(x_1)-f(x_2)<0$，函数$f(x)$在$R$上是增函数。

当$a<0, b<0$时，同理，函数$f(x)$在R上是减函数。

(2) $f(x+1)-f(x)=a\cdot 2^x+2b\cdot 3^x>0$

当 $a<0,b>0$ 时，$(\frac{3}{2})^x>-\frac{a}{2b}$，则 $x>\log_{1.5}(-\frac{a}{2b})$；

当 $a>0,b<0$ 时，$(\frac{3}{2})^x<-\frac{a}{2b}$，则 $x<\log_{1.5}(-\frac{a}{2b})$。

22、解：(1) $m=2$，椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$，$c=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$

$\therefore$ 左、右焦点坐标为 $(-\sqrt{3},0),(\sqrt{3},0)$。

(2) $m=3$，椭圆方程为 $\frac{x^2}{9}+y^2=1$，设 $P(x,y)$，则

$$|PA|^2=(x-2)^2+y^2=(x-2)^2+1-\frac{x^2}{9}=\frac{8}{9}(x-\frac{9}{4})^2+\frac{1}{2}(-3\le x\le 3)$$

$\therefore$ $x=\frac{9}{4}$ 时 $|PA|_{\min}=\frac{\sqrt{2}}{2}$；　$x=-3$ 时 $|PA|_{\max}=5$。

(3) 设动点 $P(x,y)$，则

$$|PA|^2=(x-2)^2+y^2=(x-2)^2+1-\frac{x^2}{m}=\frac{m^2-1}{m^2}(x-\frac{2m^2}{m^2-1})^2-\frac{4m^2}{m^2-1}+5(-m\le x\le m)$$

$\because$ 当 $x=m$ 时，$|PA|$ 取最小值，且 $\frac{m^2-1}{m^2}>0$，$\therefore$ $\frac{2m^2}{m^2-1}\ge m$ 且 $m>1$

解得 $1<m\le 1+\sqrt{2}$。

23、解：(1) 三项分别为 $9,15,21$。

(2) $c_1,c_2,c_3,\cdots,c_{40}$ 分别为

$9,11,12,13,15,17,18,19,21,23,24,25,27,29,30,31,33,35,36,37,$

$39,41,42,43,45,47,48,49,51,53,54,55,57,59,60,61,63,65,66,67$

(3) $b_{3k-2}=2(3k-2)+7=6k+3=a_{2k-1}$，$b_{3k-1}=6k+5$，$a_{2k}=6k+6$，$b_{3k}=6k+7$

$\because\ 6k+3<6k+5<6k+6<6k+7$

$\therefore\ c_n=\begin{cases}6k+3 & (n=4k-3)\\6k+5 & (n=4k-2)\\6k+6 & (n=4k-1)\\6k+7 & (n=4k)\end{cases},k\in N^*$。 $c_{4k-3}+c_{4k-2}+c_{4k-1}+c_{4k}=24k+21$

$S_{4n}=(c_1+c_2+c_3+c_4)+\cdots+(c_{4n-3}+c_{4n-2}+c_{4n-1}+c_{4n})=24\times\dfrac{n(n+1)}{2}+21n=12n^2+33n$

。

2011年上海高考数学试卷（文科）

一、填空题（每小题4分，满分56分）

1、若全集 $U=\mathrm{R}$，集合 $A=\{x\,|\,x\geq 1\}$，则 $\complement_U A=$ ________

【解析】显然为 $\{x\,|\,x<1\}$

2、计算 $\lim\limits_{n\to\infty}(1-\dfrac{3n}{n+3})=$ ________

【解析】$\lim\limits_{n\to\infty}(1-\dfrac{3n}{n+3})=1-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n}{n+3}=1-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3}{1+3/n}=-2$ 显然为 -2

3、若函数 $f(x)=2x+1$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$，则 $f^{-1}(-2)=$ ________

【解析】方法一：$f(f^{-1}(-2))=-2=2x+1\Rightarrow x=-\dfrac{3}{2}$，故 $f^{-1}(-2)=-\dfrac{3}{2}$；

方法二：$f^{-1}(x)=\dfrac{x-1}{2}$，故 $f^{-1}(-2)=-\dfrac{3}{2}$；

4、函数 $y=2\sin x-\cos x$ 的最大值为 ________

【解析】$y=\sqrt{5}\sin(x+\phi)(\tan\phi=-\dfrac{1}{2})$，故最大值为 $\sqrt{5}$

5、若直线 l 过点 $(3,4)$，且 $(1,2)$ 是它的法向量，则直线 l 的方程为 ________

【解析】由直线的点法式可得：$(x-3)+2(y-4)=0$，故方程为 $x+2y-11=0$

6、不等式 $\dfrac{1}{x}<1$ 的解为 ________

【解析】$\dfrac{1}{x}<1\Rightarrow\dfrac{1-x}{x}<0\Rightarrow x<0$ 或 $x>1$，显然为 $\{x\,|\,x>1$ 或 $x<0\}$

7、若一个圆锥的主视图（如图所示）是边长为 3、3、2 的三角形，则该圆锥的侧面积为 ________

【解析】根据题意得：底面的半径为 $r=1$，母线长度为 3，故侧面积为 $S=\dfrac{1}{2}\times 3\times(2\pi)=3\pi$

8、在相距 2 千米的 A,B 两点处测量目标点 C，若 $\angle CAB=75^\circ,\angle CBA=60^\circ$，则 A,C 两点之间的距离为 ________ 千米。

【解析】$\angle C=45^\circ$，由正弦定理：$\dfrac{AC}{\sin 60^\circ}=\dfrac{AB}{\sin 45^\circ}\Rightarrow AC=\sqrt{6}$

9、如变量 x,y 满足条件 $\begin{cases}3x-x\leq 0\\x-3y+5\geq 0\end{cases}$，则 $z=x+y$ 的最大值为 ________

【解析】绘图可知，应该在 $\begin{cases}3x-y=0\\x-3y+5=0\end{cases}$ 时取得最大值，解得 $\begin{cases}x=\dfrac{5}{8}\\y=\dfrac{15}{8}\end{cases}$，故 $z_{\max}=\dfrac{5}{2}$

10、课题组进行城市空气质量调查，按地域把 24 个城市分成甲、乙、丙三组，对应的城市数分别为 4、12、8，若用分层抽样抽取 6 个城市，则丙组中应该抽取的城市数为 ________

【解析】分组比为：$1:3:2$，故丙组应该抽 2 个

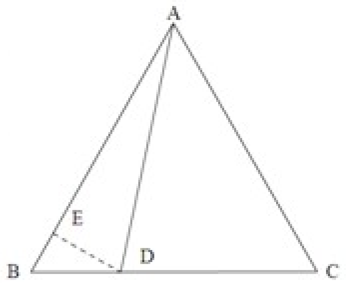
11、行列式 $\begin{vmatrix}a & b\\c & d\end{vmatrix}(a,b,c,d\in\{-1,1,2\})$ 所有可能的值中，最大的是 ________

【解析】$\begin{vmatrix}a & b\\c & d\end{vmatrix}=ad-bc$，所以 $a=d=c=2,b=-1$，则最大值为 6

12、在正三角形 ABC 中，D 是 BC 上的点，若 $AB=3, BD=1$，则 $\overline{AB}\cdot\overline{AD}=$ _________

【解析】绘图如下：过点 D 作 $DE\perp AB$，则

$$\overline{AB}\cdot\overline{AD}=\overline{AB}\cdot\overline{AE}=3|\overline{AE}|=3(|\overline{AB}|-|\overline{EB}|)=3(3-\frac{1}{2}BD)=3\times(3-\frac{1}{2})=\frac{15}{2}$$



13、随机抽取的 9 位同学中，至少有 2 位同学在一月份出生的概率为 _________（默认每个月的天数相同，结果精确到 0.001）

【解析】$P=\frac{A_{12}^9}{12^9}\approx 0.985$

14、设 $g(x)$ 是定义在 R 上，以 1 为周期的函数，若函数 $f(x)=x+g(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上的值域为 $[-2,5]$，则 $f(x)$ 在区间 $[0,3]$ 上的值域为 _________

【解析】$[-2,7]$，参考理科答案的解法。

二、选择题（每小题 5 分，满分 20 分）

15、下列函数中，既是偶函数，又是在区间 $(0,+\infty)$ 上的单调减函数的函数是（　　）

$A.\ \ y=x^{-2}$　　　$B.\ \ y=x^{-1}$　　　$C.\ \ y=x^2$　　　$D.\ \ y=x^{\frac{1}{3}}$

【解析】A，排除法，C、D 在 $(0,+\infty)$ 上单调增，B 是奇函数；

16、若 $a,b\in R$，且 $ab>0$，则下列不等式中，恒成立的是（　　）

$A.\ \ a^2+b^2>2ab$　　　$B.\ \ a+b\ge 2\sqrt{ab}$　　　$C.\ \ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}>\frac{2}{\sqrt{ab}}$　　　$D.\ \ \frac{b}{a}+\frac{a}{b}\ge 2$

【解析】D，排除法：A：$a=b$ 时不满足；

B：$a<0,b<0$ 时不满足；

C：$a<0,b<0$ 时不满足；

D：$\frac{b}{a}>0,\frac{a}{b}>0,\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\ge 2\sqrt{\frac{b}{a}\times\frac{a}{b}}=2$

17、若三角方程 $\sin x=0$ 与 $\sin 2x=0$ 的解集分别为 E,F，则（　　）

$A.\ \ E\not\subset F$　　　$B.\ \ E\subset F$　　　$C.\ \ E=F$　　　$D.\ \ E\cap F=\varnothing$

【解析】$\sin x=0$ 的解为 $\{x\,|\,x=k\pi,k\in Z\}$，$\sin 2x=0$ 的解集为 $\{x\,|\,x=\frac{k\pi}{2},k\in Z\}$，故选 B

18、设 A_1,A_2,A_3,A_4,A_5 是平面上给定的 5 个不同的点，则使 $\overline{MA_1}+\overline{MA_2}+\overline{MA_3}+\overline{MA_4}+\overline{MA_5}=\overline{0}$ 成立的点的个数为（　　）

$A.\ \ 0$　　　$B.\ \ 1$　　　$C.\ \ 5$　　　$D.\ \ 10$

【解析】重心的定义为：

若 O 为任意一点，M 为重心，则：$\overrightarrow{OM}=\dfrac{\overrightarrow{OA_1}+\overrightarrow{OA_2}+\cdots+\overrightarrow{OA_n}}{n}$；

只有重心满足条件，，所有不等于重心的点有 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{MP}$，故只有该点是重心时才能为零向量，而重心只有一个，故满足条件的点只有一个。

三、解答题（本题满分 74 分）

19、（本题满分 12 分）

已知复数 z_1 满足 $(z_1-2)(1+i)=1-i$（i 为虚数单位），复数 z_2 的虚部为 2，且 $z_1\cdot z_2$ 是实数，求 z_2。

【解析】显然 $z_1-2=\dfrac{1-i}{1+i}=-i\Rightarrow z_1=2-i$，因为 $z_1\cdot z_2$ 是实数所以，$z_2=k(2+i)$，因为 $\mathrm{Im}(z_2)=2$，所以 $k=2$，故 $z_2=4+2i$。

20、（本题满分 14 分，第 1 小题满分 7 分，第 2 小题满分 7 分）

已知 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是底面边长为 1 的正四棱柱，$AA_1=2$，

(1)求异面直线 BD 与 AB_1 所成的角的大小（结果用反三角函数值表示）；

(2)四面体 AB_1D_1C 的体积。

【解析】以 A 为原点，以 AA_1,AB,AC 分别为 z,x,y 轴，则：$B(1,0,0),D(0,1,0),A(0,0,0),B_1(1,0,2)$，

(1) $\overrightarrow{BD}=(-1,1,0),\overrightarrow{AB_1}=(1,0,2)$，故 $\cos<\overrightarrow{BD},\overrightarrow{AB_1}>=\dfrac{\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{AB_1}}{|\overrightarrow{BD}||\overrightarrow{AB_1}|}=\dfrac{-1}{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}=-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，故，

夹角为 $\arccos\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

(2)显然只要长方体的体积减去顶点 A_1,B_1,D,C_1 上的直角三棱锥的体积就是所求的体积：

$$V=2-\frac{1}{3}(\frac{1}{2}\times1\times1\times2+\frac{1}{2}\times1\times1\times2+\frac{1}{2}\times1\times1\times2+\frac{1}{2}\times1\times1\times2)=2-\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$$

21、（本题满分 14 分，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分）

已知函数 $f(x)=a\cdot2^x+b\cdot3^x$，其中常数 a,b 满足 $a\cdot b\neq0$，

(1)若 $a\cdot b>0$，判断函数 $f(x)$ 的单调性；

(2)若 $a\cdot b<0$，求 $f(x+1)>f(x)$ 时的 x 的取值范围

【解析】(1)显然

当 $a>0,b>0$ 时，$f(x)$ 单调增；

当 $a<0,b<0$ 时，$f(x)$ 单调减；

(2)因为 $ab<0$，讨论如下：

当 $a<0,b>0$ 时，则由 $f(x+1)>f(x)$ 得：

$a\cdot 2^{x+1}+b\cdot 3^{x+1}>a\cdot 2^{x}+b\cdot 3^{x}$，故 $2b\cdot 3^{x}>-a\cdot 2^{x}\Rightarrow (\frac{3}{2})^{x}>-\frac{a}{2b}$，故 $x>\log_{\frac{3}{2}}(-\frac{a}{2b})$

当 $a>0,b<0$ 时，则则由 $f(x+1)>f(x)$ 得：

$a\cdot 2^{x+1}+b\cdot 3^{x+1}>a\cdot 2^{x}+b\cdot 3^{x}$，故 $2b\cdot 3^{x}>-a\cdot 2^{x}\Rightarrow (\frac{3}{2})^{x}<-\frac{a}{2b}$，故 $x<\log_{\frac{3}{2}}(-\frac{a}{2b})$

22、（本题满分 16 分，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 6 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{m^2}+y^2=1$（常数 $m>1$），P 是曲线 C 上的动点，M 是曲线 C 上的右顶点，点 A 的坐标为 $(2,0)$，

(1)若 M 与 A 重合，求曲线 C 的焦点坐标；

(2)若 $m=3$，求 $|PA|$ 的最大值与最小值；

(3)若 $|PA|$ 的最小值为 $|MA|$，求实数 m 的取值范围。

【解析】(1)将 $(2,0)$ 代入椭圆的方程得：$m^2=4$，故方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$，焦半径

$$c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}，故焦点坐标为 (\pm\sqrt{3},0)$$

(2) $m=3$ 时，显然 A 在焦点 $(2\sqrt{2},0)$ 与原点之间，设点 $P(3\cos\theta,\sin\theta)$，则：

$|PA|^2=(3\cos\theta-2)^2+\sin^2\theta=9\cos^2\theta-12\cos\theta+4+1-\cos^2\theta=8\cos^2\theta-12\cos\theta+5$，

令 $t=\cos\theta(t\in[-1,1])$，则 $|PA|^2=8t^2-12t+5$，对称轴为 $t=\frac{3}{4}$，则

当 $t=\frac{3}{4}$ 时，取最小值为：$|PA|_{\min}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

当 $t=-1$ 时，取最大值为：$|PA|_{\max}=5$

(3)设曲线 C 上点 $P(x,y)$。∵点 P 在椭圆 C 上，∴ $y^2=1-\frac{x^2}{m^2}$，∴

$$|PA|=\sqrt{(x-2)^2+y^2}=\sqrt{(x-2)^2+1-\frac{x^2}{m^2}}=\sqrt{\left(1-\frac{1}{m^2}\right)x^2-4x+5}，\ -m\le x\le m。$$

令 $f(x)=\left(1-\frac{1}{m^2}\right)x^2-4x+5$，其对称轴为 $x=\frac{2m^2}{m^2-1}$，∵ $m>1$，∴ $\frac{2m^2}{m^2-1}>0$，$1-\frac{1}{m^2}>0$。又∵ $|PA|$ 的最小值为 $|MA|$，∴当 $x=m$ 时，取到 $|PA|$ 的最小值，即取到 $f(x)$ 的最小值，∴ $\frac{2m^2}{m^2-1}\ge m$，解得 $1-\sqrt{2}\le m\le 1+\sqrt{2}$。综上，当 $1<m\le\sqrt{2}+1$ 时，$|PA|$ 的最小值为 $|MA|$。

23、（本题满分 18 分，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 8 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式分别为 $a_n=3n+6$，$b_n=2n+7$（$n\in N^*$）.将集合

$\{x|x=a_n, n\in N^*\}\cup\{x|x=b_n, n\in N^*\}$ 中的元素从小到大依次排列，构成数列 $c_1, c_2, c_3, \cdots, c_n, \cdots$

(1)求三个最小的数，使它们既是数列 $\{a_n\}$ 中的项，又是数列 $\{b_n\}$ 中的项；

(2)数列 $c_1, c_2, c_3, \cdots, c_{40}$ 中有多少项不是数列 $\{b_n\}$ 中的项？请说明理由；

(3)求数列 $\{c_n\}$ 的前 $4n$ 项和 $S_{4n}(n\in N^*)$.

【解析】(1)显然 a_n 表示的是从9开始能被6整除的所有的正整数，b_n 表示从9开始所有的奇数，故最小的三个为 9,15,21。

(2)可知6是数列 $\{c_n\}$ 在自然数中的截取周期，即在从9开始连续的6项自然数中，第一项一定是 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的公共项，第二项不存在于 $\{c_n\}$ 中，第三项一定是 $\{b_n\}$ 中的项，第四项一定是 $\{a_n\}$ 项，第五项是 $\{b_n\}$ 中的项，第六项不在 $\{c_n\}$，这样的话，$\{c_n\}$ 是以4为截取周期的，故 $\{c_n\}$ 的通项为：

$$c_n=\begin{cases}b_{3k-2}=6k+3, n=4k-3\\ b_{3k-1}=6k+5, n=4k-2\\ a_{2k}=6k+6, n=4k-1\\ b_{3k}=6k+7, n=4k\end{cases}(k\in N_+)$$

当 $n=4k$，$k\in N^*$ 时，$c_{4k}=6k+7$，则 $c_n=6\times\frac{n}{4}+7=\frac{3}{2}n+7$；

当 $n=4k-1$，$k\in N^*$ 时，$c_{4k-1}=6k+6$，则 $c_n=6\times\frac{n+1}{4}+6=\frac{3}{2}n+\frac{15}{2}$；

当 $n=4k-2$，$k\in N^*$ 时，$c_{4k-2}=6k+5=6\times\frac{n+2}{4}+5=\frac{3}{2}n+8$；

当 $n=4k-3$，$k\in N^*$ 时，$c_{4k-3}=6k+3=6\times\frac{n+3}{4}+3=\frac{3}{2}n+\frac{15}{2}$；

综上，$c_n=\begin{cases}\frac{3}{2}n+7, n=4k\\ \frac{3}{2}n+\frac{15}{2}, n=4k-1\text{或}n=4k-3\\ \frac{3}{2}n+8, n=4k-2\end{cases}$，$k\in N^*$。

故不是 $\{b_n\}$ 中的项只占了 $\frac{1}{4}$，这样在 c_1 到 c_{40} 中只有10项不在 $\{b_n\}$ 中

(3)因为 $c_{4k-3}+c_{4k-2}+c_{4k-1}+c_{4k}=b_{3k-2}+b_{3k-1}+a_{2k}+b_{3k}=6k+3+6k+5+6k+6+6k+7=24k+21$

故 $S_{4n}=\sum_{k=1}^{k=n}24k+21=24\times\frac{n(n+1)}{2}+21n=12n^2+33n$