1999年湖南高考理科数学真题及答案

第Ⅰ卷（选择题　共60分）

注意事项：

1．答第Ⅰ卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目、试卷类型（A或B）用铅笔涂写在答题卡上。

2．每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后。再选涂其它答案，不能答在试题卷上。

3．考试结束。监考人将本试卷和答题卡一并收回。

参考公式：

三角函数的积化和差公式

$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)]$　　$\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)]$

$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$　　$\sin\alpha\sin\beta=-\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)]$

正棱台、圆台的侧面积公式：

$S_{台侧}=\frac{1}{2}(c'+c)l$　其中c'、c分别表示上、下底面周长，l表示斜高或母线长．

球的体积公式：$V_{球}=\frac{4}{3}\pi r^3$，其中R表示球的半径．

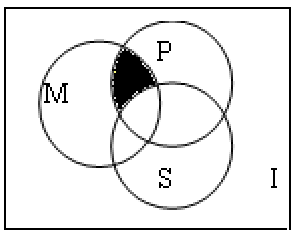
台体的体积公式：$V_{台体}=\frac{1}{3}(S'+\sqrt{S'S}+S)h$，其中$S'$，$S$分别表示上下底面积，$h$表示高。

一、选择题：本大题共14小题；第1—10题每小题4分，第11—14题每小题5分，共60分在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）如图，I是全集，M、P、S、是I的3个子集，由阴影部分所表示的集合是　（　　）

（A）$(M\cap N)\cap S$　　（B）$(M\cap P)\cup S$

（C）$(M\cap P)\cap\overline{S}$　　（D）$(M\cap P)\cup\overline{S}$



（2）已知映射 f：$A\to B$，其中，集合$A=\{-3,-2,-1,1,2,3,\}$，集合B中的元素都是A中

元素在映射 f 下的象，且对任意的 $a\in A$，在B中和它对应的元素是{a}，则集合B中 元素的个数是 （　　）

（A）4　　（B）5　　（C）6　　（D）7

（3）若函数 y=f(x)的反函数是 y=g(x)，f(a)=b，$ab\neq 0$，则 $g(b)$ 等于 （　　）

（A）a　　（B）a^{-1}　　（C）b　　（D）b^{-1}

（4）函数 f(x)=Msin($\omega x+\varphi$)($\omega>0$)在区间[a,b]上是增函数，且 f(a)=-M，f(b)=M，则函数 g(x)=Mcos($\omega x+\phi$)在$[a,b]$上 （　　）

(A)是增函数　　（B）是减函数

（C）可以取得最大值 M　　（D）可以取得最小值－M

（5）若 f(x)sinx 是周期为π的奇函数，则 f(x)可以是

（A）sinx　　(B)cosx　　(C)sin2x　　(D)cos2x

（6）在极坐标系中，曲线 $\rho=4\sin(\theta-\frac{\pi}{3})$ 关于 （　　）

(A)直线 $\theta=\frac{\pi}{3}$ 对称　　（B）直线 $\theta=\frac{5}{6}\pi$ 轴对称

（C）点 $(2,\frac{\pi}{3})$ 中心对称　　（D）极点中心对称

（7）若干毫升水倒入底面半径为 2 cm 的圆柱形器皿中，量得水面的高度为 6 cm，若将这些水倒入轴截面是正三角形的倒圆锥形器皿中，则水面的高度是 （　　）

(A) $6\sqrt{3}cm$　　（B）$6cm$　　（C）$2\sqrt[3]{18}cm$　　（D）$3\sqrt[3]{12}cm$

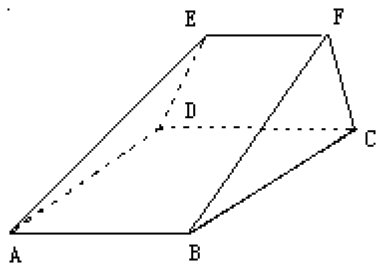
（8）若 $(2x+\sqrt{3})^4=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4$，则 $(a_0+a_2+a_4)^2-(a_1+a_3)^2$ 的值为 （　　）

(A)1　　(B)-1　　(C)0　　(D)2

(9)直线 $\sqrt{3}x+y-2\sqrt{3}=0$ 截圆 $x^2+y^2=4$ 得的劣弧所对的圆心角为 （　　）

（A）$\frac{\pi}{6}$　　(B) $\frac{\pi}{4}$　　(C) $\frac{\pi}{3}$　　(D) $\frac{\pi}{2}$

(10) 如图，在多面体ＡＢＣＤＥＦ中 ， 已知面ＡＢＣＤ是边长为 3 的正方形ＥＦ∥ＡＢＥ



F $=\frac{3}{2}$, EF 与面ＡＣ的距离为２，则该多面体的体积 （ ）

（A） $\frac{9}{2}$　　(B) 5　　(C) 6　　(D) $\frac{15}{2}$

（11）若 $\sin\alpha > tg\alpha > ctg\alpha$ （$-\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{\pi}{2}$），则 $\alpha\in$（ ）

(A) $(-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{4})$　(B) $(-\frac{\pi}{4},0)$　(C) $(0,\frac{\pi}{4})$　(D) $(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$

（12）如果圆台的上底面半径为５，下底面半径为Ｒ，中截面把圆台分为上、下两个圆台，它们的侧面积的比为１∶２，那么Ｒ＝（ ）

（A）10　（B）15　（C）20　（D）25

（13）已知丙点Ｍ（1，$\frac{5}{4}$）、$N(-4,-\frac{5}{4})$，给出下列曲线方程：4x+2y−1=0 ②$x^2+y^2=3$

③$\frac{x^2}{2}+y^2=1$　④$\frac{x^2}{2}-y^2=1$ 在曲线上存在点Ｐ满足 $|MP|=|NP|$ 的所有曲线方程是

（A）①③　（B）②④　（C）①②③　（D）②③④

（14）某电脑用户计划使用不超过 500 元的资金购买单价分别为 60 元、70 元的单片软件和盒装磁盘。根据需要，软件至少买 3 片，磁盘至少买 2 盒，则不同的选购方式共有（ ）

（A）5 种　（B）6 种　（C）7 种　（D）8 种

二、填空题：本大题共 4 小题；每小题 4 分，共 16 分。把答案填在题中横线上。

（15）设椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 F_1，右准线为 L_2. 若过 F_1 且垂直于ｘ轴的弦的长等于点 F_1 到 L_1 的距离，则椭圆的离心率是______________________。

（16）在一块并排 10 垄的田地中，选择２垄分别种植Ａ、Ｂ两种作物，每种作物种植一垄，为有利于作物生长，要求Ａ、Ｂ两种作物的间隔不小于６垄，则不同的选垄方法共有_____种(用数字作答)

（17）若正数ａ、ｂ满足 ab=a+b+3, 则 ab 的取值范围是______________________

（18）α、β 是两个不同的平面，m、n 是平面 α、β 之外的两条直线。给出四个论断：

① $m\perp n$ ② $\alpha\perp\beta$ ③ $n\perp\beta$ ④$m\perp\alpha$ 以其中三个论断作为条件，余下一个论断作为结论，写出你认为正确的一个命题：________________

三．解答题：本大题共 6 小题；共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

（19）（本小题满分 10）

解不等式$\sqrt{3\log_a x-2}<2\log_a x-1 \quad (a.>0,a\neq 1)$

（20）（本小题满分 12 分）

设复数 z＝$3\cos\theta+i\cdot 2\sin\theta$.求函数$y=\theta-\arg z \quad (0<\theta<\frac{\pi}{2})$的最大值以及对应的$\theta$值

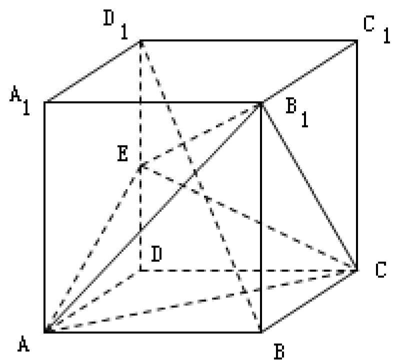
(21)(本小题满分 12 分)

如图：已知正四棱锥 ABCD － $A_1B_1C_1D_1$,点E在棱D_1D上，截面EAC // D_1B,且面EAC与底面$ABCD$所成的角为45°，AB＝a

(1) 求截面EAC的面积；

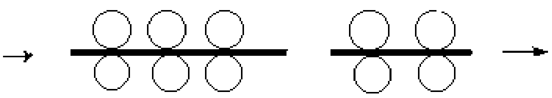
(2) 求异面直线A_1B_1与AC之间的距离；

(3) 求三棱锥B_1－EAC的体积。



（22）（本小题满分 12 分）

右图为一台冷轧机的示意图。冷轧机由若干对轧辊组成，带钢从一端输入，经过各对轧辊逐步减薄后输出。



（1）输入钢带的厚度为α，输出钢带的厚度为β，若每对轧辊的减薄率不超过r_0，问冷轧机至少需要安装多少对轧辊？

（一对轧辊减薄率＝$\dfrac{\text{输入该对的带钢厚度}-\text{从该对输出的带钢厚度}}{\text{输入该对的带钢厚度}}$）

（2）已知一台冷轧机共有 4 台减薄率为 20％的轧辊，所有轧辊周长均为 1600㎜。若第 k 对轧辊有缺陷，每滚动一周在带钢上压出一个疵点，在冷轧机输出的带钢上，疵点的间距为l_k. 为了便于检修，请计算L_1. L_2 L_3并填入下表（轧钢过程中，带钢宽度不变，且不考虑损耗）

轧钢序列号 k	1	2	3	4
疵点间距L_k （单位 mm）				1600

(23)(本小题满分 14 分)

已知函数 y=f(x)的图象是自原点出发的一条折线。当

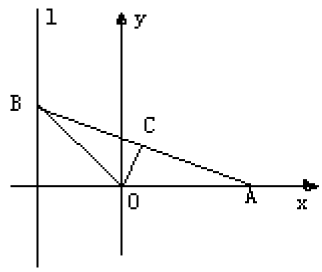
$n \le y \le n+1(n=0,1,2\cdots)$时，该图象是斜率为$b^n$的线段（其中正常数$b \ne 1$），设数列$\{x_n\}$由$f(x_n)=n(n=1,2,\cdots)$定义。

(1) 求$x_1.x_2.$和x_n的表达式；

(2) 求$f(x)$的表达式，并写出其定义域；

(3) 证明：$y=f(x)$的图象与$y=x$的图象没有横坐标大于1的交点

(24)（本小题满分 14 分）



如图，给出定点 A（a, 0）(a>0 且 $a \ne 1$ 和直线 l: x=-1,B 是直线 l 上的动点，∠BOA 的角平分线交 AB 于 C 点，求点 C 的轨迹方程，并讨论方程表示的曲线类型与 a 值的关系。

参考答案

说明：

一、本解答指出了每题要考查的主要知识和能力，并给了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制订相应的评分细则。

二、对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分解答应得分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分。

三、解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数。

四、只给整数分数，选择题和填空题不给中间分。

一、选择题：本题考查基本知识和基本运算。第（1）一第（10）题每小题 4 分，第（11）一（14）题每小题 5 分，满分 60 分。

（1）C （2〕A （3〕A （4）C （5）B

（6）B　　（7）B　　（8）A　　（9）C　　（10）D

（11）B　　（12）D　　（13）D　　（14）C

二、填空题：本题考查基本知识和基本运算，每小题 4 分，满分 16 分

（15）$\frac{1}{2}$　（16）12　（17）[9，+∞)

(18) $m\perp\alpha, n\perp\beta, \alpha\perp\beta \Rightarrow m\perp n$;　　或$m\perp n, m\perp\alpha, n\perp\beta \Rightarrow \alpha\perp\beta$

三.

（19）本小题主要考查对数函数的性质，对数不等式、无理不等式解法等基础知识，考查分类论的思想，满分 10 分

解：原不等式等价于

$$\begin{cases} 3\log_a x-2\geq 0 \\ 3\log_a x-2<(2\log_a x-1)^2 \\ 2\log_a x-1>0 \end{cases}$$ 可解得：

当 a>1 时得所求的解集是：$\{x|a^{\frac{2}{3}}\leq x<a^{\frac{3}{4}}\}\cup\{x|x>a\}$

当 0＜a＜1 时得所求的解集是：$\{x|a^{\frac{3}{4}}<x\leq a^{\frac{2}{3}}\}\cup\{x|0<x<a\}$

(20) 本小题主要考查复数的基本概念、三角公式和不等式等基础知识，考查综合运用所学数学知识解决问题的能力，满分 12 分。

由 $0<\theta<\frac{\pi}{2}$得$tg\theta>0$

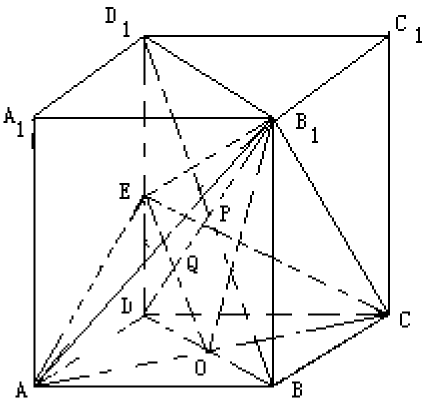
由 $z=3\cos\theta+i2\sin\theta$,得$0<\arg z<\frac{\pi}{2}$及$tg(\arg z)=\frac{2\sin\theta}{3\cos\theta}=\frac{2}{3}tg\theta$

故 $tgy=tg(\theta-\arg z)=\frac{tg\theta-\frac{2}{3}tg\theta}{1+\frac{2}{3}tg^2\vartheta}=\frac{1}{\frac{2}{tg\theta}+2tg\theta}$

$\because \frac{3}{tg\theta}+2tg\theta\geqslant 2\sqrt{6}$　　$\therefore \frac{1}{\frac{3}{tg\theta}+2tg\theta}\leqslant\frac{\sqrt{6}}{12}$

当且仅当$\frac{3}{tg\theta}=2tg\theta(0<\theta<\frac{\pi}{2})$时,即$tg\theta=\frac{\sqrt{6}}{2}$时,上式取等号

故当$\theta = arctg\dfrac{\sqrt{6}}{2}$时,函数$tgy$取最大值$\dfrac{\sqrt{6}}{12}$



$\because\ y = \theta - arctgz$故$y \in (-\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{2})$. $\therefore$ y

$_{\max} = arctg\dfrac{\sqrt{6}}{12}$

(21) 本小题主要考查空间线面关系、二面角和距离的概念

思维能力、空间想象能力及运算能力。满分 12 分。

(1)作辅助线如图所示:

S 解得: $_{\Delta EAC} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}a^2$

(2)可求得 $A_1A = D_1D = \sqrt{2}a$即为所求异面直线的距离

(1) 求得$B_1Q = \dfrac{3}{4}B_1D = \dfrac{3}{2}a$,故$V_{B_{1-EAC}} = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}a^2\cdot\dfrac{3}{2}a = \dfrac{\sqrt{2}}{4}a^3$

(22) 本小题主要考查等比数列，对数计算等基本知识，考查综合运用数学知识和方法解决实际问题的能力，满分 14 分。

(1)厚度为α的钢带经过减薄率均为r_0的 n 对轧辊后厚度为$\alpha(1-r_0)^n$

为使输出钢带的厚度不超过β,冷轧机的轧辊数(以对为单位)应满足

$\alpha(1-r_0)^n \le \beta$即$(1-r_0)^n \le \dfrac{\beta}{\alpha}$两边取对数得:$n\lg(1-r_0) \le \lg\dfrac{\beta}{\alpha}$

即$n \ge \dfrac{\lg\beta - \lg\alpha}{\lg(1-r_0)}$因此至少需要安装不小于$\dfrac{\lg\beta - \lg\alpha}{\lg(1-r_0)}$的整数对轧辊

(2)第三对轧辊出口疵点间距为轧辊周长,在此处出口的两疵点间带钢体积与冷轧机出口处两疵点间带钢体积相等,因宽度不变,有$1600 = L_3\cdot(1-0.2)$

故　$L_3=\dfrac{1600}{0\cdot8}=2000(mm)$同理　$L_2=\dfrac{L_3}{0\cdot8}=2500(mm)$　$L_2=\dfrac{L_2}{0\cdot8}=3125(mm)$

填表如下:

轧钢序列号 k	1	2	3	4
疵点间距 L_k（单位 mm）	3125	2500	2000	1600

(23) 本小题主要考查函数的基本概念、等比数列、数列极限的基础知识，考查归纳、推理和综合的能力。满分 14 分。

(1)依题意

$f(0)=0$,又由$f(x_1)=1$,当$0\le y\le1$时,函数$y=f(x)$的图象是斜率为$b^0=1$的线段,

故由$\dfrac{f(x_1)-f(0)}{x_1-0}=1$得$x_1=1$.又由$f(x_2)=2$,当$1\le y\le2$时,函数$y=f(x)$的图象是

斜率为b的线段,故由$\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=b$,即$x_2-x_1=\dfrac{1}{b}$得$x_2=1+\dfrac{1}{b}$

记$x_0=0$由函数$y=f(x)$图象中第n段线段的斜率为b^{n-1},故得

$\dfrac{f(x_n)-f(x_{n-1})}{x_n-x_{n-1}}=b^{n-1}$　又$f(x_n)=n$, $f(x_{n-1})=n-1$,　故$x_n-x_{n-1}=(\dfrac{1}{b})^{n-1}$, $n=1,2,\cdots$

由此知数列$\{x_n-x_{n-1}\}$为等比数列,其首项为1,公比为$\dfrac{1}{b}$　由$b\ne1$,得

$$x_n=1+\frac{1}{b}+\cdots+\frac{1}{b^{n-1}}=\frac{b-(\frac{1}{b})^{n-1}}{b-1}$$

(2)当$0\le y\le1$,从(1)知$y=x$,即当$0\le x\le1$时, $f(x)=x$

当$n\le y\le n+1$时,即当$x_n\le x\le x_{n+1}$时,由(1)知

$f(x)=n+b^n(x-x_n)$, $(x_n\le x\le x_{n+1}, n=1,2,3,\cdots)$

为求$f(x)$的定义域,须对$x_n=\dfrac{b-(\frac{1}{b})^{n-1}}{b-1}$ $(n=1,2,3,\cdots)$进行讨论.

当$b>1$时，$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{b-(\frac{1}{b})^{n-1}}{b-1}=\dfrac{b}{b-1}$

当$0<b<1$时，$n\to\infty$时$x_n\to\infty$

综上所述：当$b>1$时，$f(x)$的定义域为$[0,\dfrac{b}{b-1})$

当$0<b<1$时，$f(x)$的定义域为$[0,+\infty)$

(3)先证明当$b>1$，$1<x<\dfrac{b}{b-1}$时，恒有$f(x)<x$成立.

对任意的$x\in(1,\dfrac{b}{b-1})$，存在x_n，使$x_n<x\le x_{n+1}$，此时有

$f(x)-f(x_n)=b^n(x-x_n)>x-x_n(n\ge1)$

$\Rightarrow f(x)-x>f(x_n)-x_n$　　又$f(x_n)=n>1+\dfrac{1}{b}+\cdots+\dfrac{1}{b^{n-1}}=x_n$

故$f(x_n)-x_n>0$，所以$f(x)-x>f(x_n)-x_n>0$，即有$f(x)>x$成立

其次，当$b<1$时，仿上述证明，可知当$x>1$时，恒有$f(x)<x$成立

故函数$f(x)$的图象与$y=x$的图象没有横坐标大于1的交点.

(24) 本小题主要考查曲线与方程，直线和圆锥曲线等基础知识，以及求动点轨迹的基本技能和综合运用数学知识解决问题的能力。满分 14 分。

依题意，记(-1, b) ($b\in R$)，则直线 OA 和 OB 的方程分别为 y=0 和 y=-bx. 设点 C(x, y)，则有 $0\le x<a$，由OC平分$\angle$AOB，知点 C 到 OA. OB 距离相等，根据点到直线的距离公式得

$$|y|=\frac{|y+bx|}{\sqrt{1+b^2}} \qquad ①$$

依题意设，点 C 在直线 AB 上，故有 $y=-\dfrac{b}{1+a}(x-a)$

由 $x-a\ne0\Rightarrow b=-\dfrac{(1+a)y}{x-a}$　　②

将②代入①得

$$y^2[1+\frac{(1+a)^2y^2}{(x-a)^2}]=[y-\frac{(1+a)xy}{x-a}]^2\Rightarrow y\ [(1-a)x^2-2ax+(1+a)y^2]=0$$

若 $y\ne0$，则$(1-a)x^2-2ax+(1+a)y^2=0\ (0<x<b)$

若 y=0，则 b=0，$\angle$AOB=π，点 C 的坐标为(0, 0)，满足上式.

综上得出点 C 的轨迹方程为

$$(1-a)x^2-2ax+(1+a)y^2=0\quad(0\le x<a)$$

(ⅰ)当 a=1 时，轨迹方程化为 $y^2=x\quad(0\le x<a)$　　③

（ii）当 a $\neq 1$ 时，轨迹方程化为 $$\frac{(x-\frac{a}{1-a})^2}{(\frac{a}{1-a})^2}+\frac{y^2}{\frac{a^2}{1-a^2}}=1 \qquad (0 \le x < a) \quad ④$$

所以，当 0<a<1 时，方程③表示椭圆弧段；

当 a>1 时，方程④表示双曲线一支的弧段.