# 2005年江苏高考数学真题及答案

第一卷（选择题共60分）

参考公式：

三角函数的和差化积公式

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\qquad \sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\qquad \cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

若事件A在一次试验中发生的概率是p，则它在n次独立重复试验中恰好发生k次的概率Pn（k）$=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$

一组数据$x_1,x_2,\cdots,x_n$的方差$S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$

其中$\bar{x}$为这组数据的平均值

一、选择题 本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题意要求的。

1．设集合A={1，2}，B={1，2，3}，C={2，3，4}则$(A\cap B)\cup C=$ （　　）

A．{1，2，3}　　B．{1，2，4}　　C．{2，3，4}　　D．{1，2，3，4}

2．函数$y=x^{1-x}+3(x\in R)$的反函数的解析表达式为 （　　）

A．$y=\log_2\frac{2}{x-3}$　　B．$y=\log_2\frac{x-3}{2}$

C．$y=\log_2\frac{3-x}{2}$　　D．$y=\log_2\frac{2}{3-x}$

3．在各项都为正数的等比数列$\{a_n\}$中，首项$a_1=3$，前三项和为21，则$a_3+a_4+a_5=$ （　　）

A．33　B．72　C．84　D．189

4．在正三棱柱中ABC—A1B1C1，若AB=2，AA1=1，则点A到平面A1BC的距离为（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{4}$　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　C．$\frac{3\sqrt{3}}{4}$　D．$\sqrt{3}$

5．$\Delta ABC中,A=\frac{\pi}{3},BC=3,则\Delta ABC$的周长为 （　　）

A．$4\sqrt{3}\sin(B+\frac{\pi}{3})+3$　B．$4\sqrt{3}\sin(B+\frac{\pi}{6})+3$

C. $6\sin(B+\frac{\pi}{3})+3$　　D. $6\sin(B+\frac{\pi}{6})+3$

6．抛物线 $y=4x^2$ 上的一点 M 到焦点的距离为 1，则点 M 的纵坐标是　　（　　）

A. $\frac{17}{16}$　B. $\frac{15}{16}$　C. $\frac{7}{8}$　D. 0

7．在一次歌手大奖赛上，七位评委为歌手打出的分数如下：9.4　8.4　9.4　9.9　9.6　9.4

9.7 去掉一个最高分和一个最低分后，所剩数据的平均值和方差分别为　（　　）

A. 9.4，0.484　B. 9.4，0.016　C. 9.5，0.04　D. 9.5，0.016

8．设 $\alpha,\beta,\gamma$ 为两两不重合的平面，$l,m,n$ 为两两不重合的直线，给出下列四个命题：

①若 $\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma,$则$\alpha//\beta$；

②若 $m\subset\alpha,n\subset\alpha,m//\beta,n//\beta,$则$\alpha//\beta$；

③若 $\alpha//\beta,l\subset\alpha,$则$l//\beta$；

④若 $\alpha\cap\beta=l,\beta\cap\gamma=m,\gamma\cap\alpha=n,l//\gamma,$则$m//n.$

其中真命题的个数是　　　　　　（　　）

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

9．设 $k=1,2,3,4,5,$则$(x+2)^5$ 的展开式中 $x^k$ 的系数不可能是　　　（　　）

A. 10　B. 40　C. 50　D. 80

10．若 $\sin(\frac{\pi}{6}-\alpha)=\frac{1}{3},$则$\cos(\frac{2\pi}{3}+2\alpha)=$　　　　（　　）

A. $-\frac{7}{9}$　B. $-\frac{1}{3}$　C. $\frac{1}{3}$　D. $\frac{7}{9}$

11．点 P（－3，1）在椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左准线上．过点 P 且方向为 a=（2，－5）

的光线，经直线 $y=-2$ 反射后通过椭圆的左焦点，则这个椭圆的离心率为　　（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　B. $\frac{1}{3}$　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　D. $\frac{1}{2}$

12．四棱锥的 8 条棱代表 8 种不同的化工产品，有公共点的两条棱代表的化工产品放在同一仓库是危险的，没有公共顶点的两条棱多代表的化工产品放在同一仓库是安全的，现打

算用编号为①、②、③、④的4个仓库存放这8种化工产品，那么安全存放的不同方法种数为　　　　　　　　（　　）

A．96　B．48　C．24　D．0

第二卷（非选择题共90分）

二、填空题：本大题共6小题，每小题4分，共24分．把答案填在答题卡相应位置.

13．命题“若$a>b$,则$2^a>2^b-1$”的否命题为________________.

14．曲线$y=x^3+x+1$在点（1，3）处的切线方程是________________.

15．函数$y=\sqrt{\log_{0.5}(4x^2-3x)}$的定义域为________________.

16．函数$3^a=0.618, a\in[k,k+1)$,则$k=$ ____________.

17．已知a，b为常数，若$f(x)=x^2+4x+3, f(ax+b)=x^2+10x+24$,则$5a-b=$ ____.

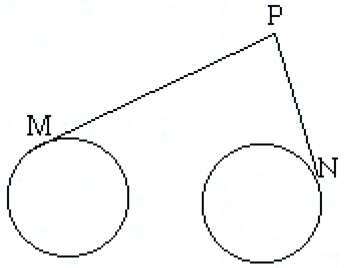
18．在△ABC中，O为中线AM上的一个动点，若AM=2，则OA（OB+OC）的最小值是

________________ .

三、解答题：本大小题共5小题，共66分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

19．（本小题满分12分）

如图,圆O1与圆O2的半径都是1,O1O2=4,过动点P分别作圆O1、圆O2的切线PM、PN（M、N为切点），使得$PM=\sqrt{2}PN$试建立适当的坐标系，并求动点P的轨迹方程.




20．(本小题满分12分，每小问满分4分)

甲、乙两人各射击一次，击中目标的概率分别是$\frac{2}{3}$和$\frac{3}{4}$.假设两人射击是否击中目标，相互之间没有影响；每次射击是否击中目标，相互之间没有影响.

(Ⅰ)求甲射击4次,至少1次未击中目标的概率;

(Ⅱ)求两人各射击4次,甲恰好击中目标2次且乙恰好击中目标3次的概率;

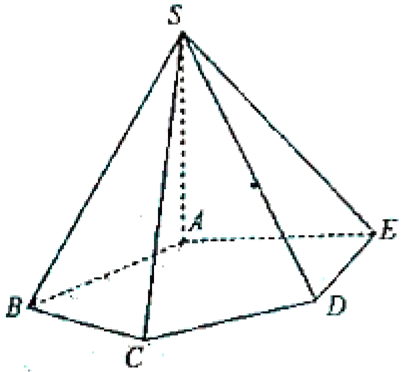
(Ⅲ)假设某人连续2次未击中目标,则停止射击.问:乙恰好射击5次后,被中止射击的概率是多少?

21．（本小题满分14分，第一小问满分6分,第二、第三小问满分各4分）

如图，在五棱锥S—ABCDE中，SA⊥底面ABCDE，

SA=AB=AE=2，BC=DE=$\sqrt{3}$，∠BAE=∠BCD=∠CDE=$120^\circ$.

(Ⅰ)求异面直线CD与SB所成的角(用反三角函数值表示);
(Ⅱ)证明BC⊥平面SAB
(Ⅲ)用反三角函数值表示二面角B-SC-D的大小(本小问不必写出解答过程)




22. (本小题满分14分，第一小问满分4分,第二小问满分10分)

已知$a \in R$，函数$f(x)=x^2|x-a|$.

(Ⅰ)当a=2时,求f(x)=x使成立的x的集合;
(Ⅱ)求函数y=f(x)在区间[1,2]上的最小值.

23. (本小题满分14分，第一小问满分2分，第二、第三小问满分各6分)

设数列{an}的前n项和为$S_n$,已知a1=1，a2=6，a3=11,且$(5n-8)S_{n+1}-(5n+2)S_n$

$=An+B, n=1,2,3,\cdots$,其中A，B为常数.

(Ⅰ)求A与B的值;
(Ⅱ)证明数列{an}为等差数列;
(Ⅲ)证明不等式$\sqrt{5a_{mn}}-\sqrt{a_m a_n}>1$对任何正整数m、n都成立.

参考答案

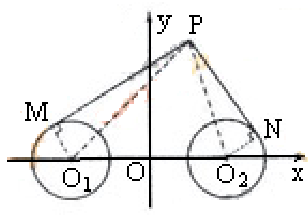
一、选择题：本题考查基本概念和基本运算，每小题5分，满分60分。
1.D 2.A 3.C 4.B 5.D 6.B 7.D 8.B 9.C 10.A 11.A 12.B
二、填空题：本题考查基础知识和基本运算，每小题4分，满分24。

13. 若$a \le b, 则 2^a \le 2^b - 1$　　14. $4x-y-1=0$

15. $[-\frac{1}{4},0)\cup(\frac{3}{4},1]$　　16. －1

17. 2　　18. －2

三、解答题:
19. 本小题主要考查求轨迹方程的方法及基本运算能力。满分12分。
　　解：以0102的中点0为原点，0102所在直线为x轴，线段0102的垂直平分线为y轴，建立如图所示的平面直角坐标系，则01（－2，0），02（2，0）。



由已知 PM=$\sqrt{2}PN$,得$PM^2=2PN^2$，

因为两圆的半径均为 1，所以

PO12－1=2（PO22－1）， 设$P(x,y)$,则

$(x+2)^2+y^2-1=2[(x-2)^2+y^2-1]$，

即$(x-6)^2+y^2=33$,所以所求轨迹方程为

$(x-6)^2+y^2=33.(\text{或}x^2+y^2-12x+3=0)$

20．本小题主要考查相互独立事件同时发生或互斥事件有一个发生的概率的计算方法，考查运用概率知识解决实际问题的能力。满分 12 分.

解：（Ⅰ）记“甲连续射击 4 次至少有 1 次未击中目标”为事件 A1，由题意，射击 4 次，相当于 4 次独立重复试验，故 $P(A_1)=1-P(\overline{A_1})=1-(\frac{2}{3})^4=\frac{65}{81}$

答：甲连续射击 4 次至少有 1 次未击中目标的概率为$\frac{65}{81}$.

（Ⅱ）记“甲射击 4 次，恰有 2 次击中目标”为事件 A2，“乙射击 4 次，恰有 3 次击中目标”为事件 B2，则 $P(A_2)=C_4^2\times(\frac{2}{3})^2\times(1-\frac{2}{3})^{4-2}=\frac{8}{27}.$

$P(B_2)=C_4^2\times(\frac{3}{4})^2\times(1-\frac{3}{4})^{4-2}=\frac{27}{64}.$

由于甲、乙射击相互独立，故 $P(A_1B_2)=P(\overline{A_2})P(\overline{B_2})=\frac{8}{27}\times\frac{27}{64}=\frac{1}{8}.$

答：两人各射击 4 次，甲恰有 2 次击中目标乙恰有 3 次击中目标的概率为$\frac{1}{8}$。

（Ⅲ）记“乙恰好射击 5 次后被中止射击”为事件 A3,“乙第 i 次射击未击中”为事件 Di）（i=1，2，3，4，5），则 $A_3=D_5D_4\overline{D_3}(\overline{D_2D_1}),\text{且}P(D_i)=\frac{1}{4}$，由于各事件相互独立，故

$$P(A_3)=P(D_5)P(D_4)P(\overline{D_3})(\overline{D_2D_1})$$

$$=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times(1-\frac{1}{4}\times\frac{1}{4})=\frac{45}{1024}.$$

答：乙恰好射击 5 次后被中止射击的概率为$\frac{45}{1024}$.

21．本小题主要考查异面直线所成角、线面垂直、二面角等基础知识以及空间线面位置关系

的证明、角和距离的计算，考查空间想象能力、逻辑推理能力和运算能力，满分 14 分。

解：（Ⅰ）连结 BE，延长 BC、ED 交于点 F，

则∠DCF=∠CDF=60°，

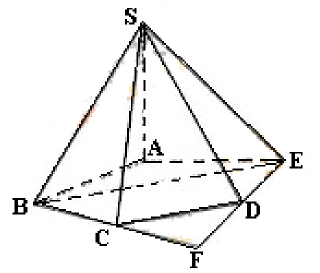
∴△CDF 为正三角形，∴CF=DF.

又 BC=DE，∴BF=EF，

因此，△BFE 为正三角形，

∴∠FBE=∠FCD=60°，

∴BE//CD，所以∠SBE（或其补角）就是异面直线 CD 与 SB 所成的角。




∵SA⊥底面 ABCDE，且 SA=AB=AE=2，

∴SB=$2\sqrt{2}$,同理$SE=2\sqrt{2}$.

又∠BAE=120°，所以 BE=$2\sqrt{3}$，从而$\cos\angle SBE=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$,

∴∠SBE=$\arccos\dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

所以异面直线 CD 与 SB 所成的角为$\arccos\dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

（Ⅱ）由题意，△ABE 是等腰三角形，∠BAE=120°

所以∠ABE=30°，又∠FBE=60°.

∴∠ABC=90°，所以 BC⊥BA.

∵SA⊥底面 ABCDE，BC⊂底面 ABCDE，

∴SA⊥BC，又 SA∩BA=A

∴BC⊥平面 SAB.

（Ⅲ）二面角 B—SC—D 的大小为$\pi-\arccos\dfrac{7\sqrt{82}}{82}$.

向量解法

（Ⅰ）连结 BE，延长 BC、ED 交于点 F，则∠DCF=∠CDF=60°

∴△CDF 为正三角形，∴CF=DE，又 BC=E，∴BF=EF。

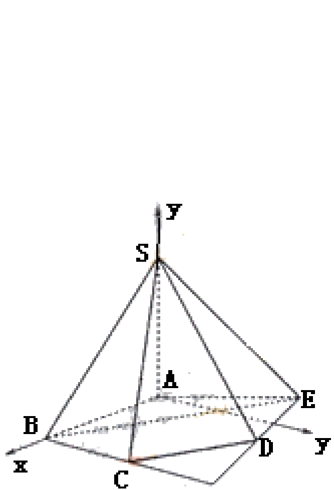
故△BFE 为正三角形，

因为△ABE 是等腰三角形，且$\angle BAE=120°,\therefore\angle ABC=90°$.

以 A 为原点，AB、AS 边所在的直线分别为 x 轴、z 轴，以平面 ABC 内垂直于 AB 的直线为 y 轴，建立空间直角坐标系（如图），则

$$A(0,0,0),B(2,0,0),S(0,0,2),\text{且}C(2,\sqrt{3},0),D(\frac{1}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2},0),$$

于是$\overrightarrow{CD}=(-\dfrac{3}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2},0),\overrightarrow{BS}=(-2,0,2)$，则



$\cos(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{BS})=\dfrac{\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{BS}}{|\overrightarrow{CD}||\overrightarrow{BS}|}=\dfrac{3}{\sqrt{3}\times 2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$,

$\therefore(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{BS})=\arccos\dfrac{\sqrt{6}}{4}$,

∴异面直线 CD 与 SB 所成的角为 $\arccos\dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

（Ⅱ）$\because\overrightarrow{BC}=(0,\sqrt{3},0),\overrightarrow{AB}=(2,0,0),\overrightarrow{SA}=(0,0,-2)$,

$\therefore\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AB}=(0,3,0)\cdot(2,0,0)=0,\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{SA}=(0,3,0)\cdot(0,0,-2)=0$,

$\therefore BC\perp AB, BC\perp SA.\qquad\because AB\cap SA=A,\therefore BC\perp$ 平面$SAB$.

（Ⅲ）二面角 B—SC—D 的大小为 $\pi-\arccos\dfrac{7\sqrt{82}}{82}$.

22．本小题主要考查运用导数研究函数性质的方法，考查分数讨论的数学思想和分析推理能力.满分 14 分.

解：（Ⅰ）由题意，$f(x)=x^2|x-2|$.

当 $x<2$时$,f(x)=x^2(2-x)=x,$ 解得 $x=0$或$x=1$;

当 $x\ge 2$时$,f(x)=x^2(x-2)=x,$解得$x=1+\sqrt{2}$.

综上，所求解集为 $\{0,1,1+\sqrt{2}\}$.

（Ⅱ）设此最小值为 m.

①当 $a\le 1$时,在区间$[1,2]$上$,f(x)=x^3-ax^2$.

因为 $f'(x)=3x^2-2ax=3x(x-\dfrac{2}{3}a)>0,x\in(1,2)$,

则 $f(x)$ 是区间[1，2]上的增函数，所以 $m=f(1)=1-a$.

②当 $1<a\le 2$时,在区间$[1,2]$上$,f(x)=x^2|x-a|\ge 0,$由$f(a)=0$ 知 $m=f(a)=0$.

③当 $a>2$时,在区间$[1,2]$上$,f(x)=ax^2-x^3,f'(x)=2ax-3x^2=3x(\dfrac{2}{3}a-x)$.

若 $a\ge 3,$在区间$(1,2)$内$f'(x)>0,$从而$f(x)$为区间$[1,2]$ 上的增函数，

由此得 $m = f(1) = a-1.$　若 $2 < a < 3$, 则 $1 < \frac{2}{3}a < 2.$

当 $1 < x < \frac{2}{3}a$ 时, $f'(x) > 0$, 从而 $f(x)$ 为区间 $[1, \frac{2}{3}a]$ 上的增函数；

当 $\frac{2}{3}a < x < 2$ 时, $f'(x) < 0$, 从而 $f(x)$ 为区间 $[\frac{2}{3}a, 2]$ 上的减函数.

因此，当 $2 < a < 3$ 时, $m = f(1) = a-1$ 或 $m = f(2) - 4(a-2)$,

当 $2 < a \le \frac{7}{3}$ 时, $4(a-2) \le a-1$, 故 $m = 4(a-2)$；

当 $\frac{7}{3} < a < 3$ 时, $a-1 < 4(a-2)$, 故 $m = a-1$

综上所述，所求函数的最小值

$$m = \begin{cases} 1-a, & \text{当} a \le 1 \text{时} \\ 0, & \text{当} 1 < a \le 2 \text{时} \\ 4(a-2) & \text{当} 2 < a \le \frac{7}{3} \text{时} \\ a-1, & \text{当} a > \frac{7}{3} \text{时} \end{cases}$$

23．本小题主要考查等差数列的有关知识、不等式的证明方法，考查思维能力、运算能力. 满分 14 分.

解：（Ⅰ）由已知，得 $S_1 = a_1 = 1, S_2 = a_1 + a_2 = 7, S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 18.$

由 $(5n-8)S_{n+1} - (5n+2)S_n = An + B$ 知

$$\begin{cases} -3S_2 - 7S_1 = A + B, \\ 2S_3 - 12S_2 = 2A + B, \end{cases} \text{即} \begin{cases} A + B = -28, \\ 2A + B = -48. \end{cases}$$

解得 A=－20，B=－8.

解得

（Ⅱ）方法 1 由（Ⅰ）得，$5(n-8)S_{n+1} - (5n+2)S_n = -20n - 8,$ ①

所以 $(5n-3)S_{n+2} - (5n+7)S_{n+1} = -20n - 28.$ ②

②－①，得 $(5n-3)S_{n+2} - (10n-1)S_{n+1} + (5n+2)S_n = -20.$ ③

所以 $(5n+2)S_{n+3} - (10n+9)S_{n+2} + (5n+7)S_{n+1} = -20.$ ④

④－③，得 $(5n+2)S_{n+3} - (15n+6)S_{n+2} + (15n+6)S_{n+1} - (5n+2)S_n = 0.$

因为 $a_{n+1}=S_{n+1}-S_n$ 所以 $(5n+2)a_{n+3}-(10n+4)a_{n+2}+(5n+2)a_{n+1}=0.$

又因为 $5n+2\neq 0,$所以$a_{n+3}-2a_{n+2}+a_{n+1}=0,$ 即 $a_{n+3}-a_{n+2}=a_{n+2}-a_{n+1}.n\geq 1$

又 $a_3-a_2=a_2-a_1=5$ 所以数列 $\{a_n\}$ 为等差数列.

方法 2

由已知，$S_1=a_1=1,$ 又$(5n-8)S_{n+1}-(5n+2)S_n=-20n-8.$且$5n-8\neq 0,$

所以数列 $\{S_n\}$ 是惟一确定的，因而数列 $\{a_n\}$ 是惟一确定的.

设 $b_n=5n-4,$ 则数列 $\{b_n\}$ 为等差数列，前 n 项和 $T_n=\dfrac{n(5n-3)}{2}.$

于是 $(5n-8)T_{n+1}-(5n+2)T_n=(5n-8)\dfrac{(n+1)(5n+2)}{2}-(5n+2)\dfrac{n(5n-3)}{2}$

由惟一性得 $b_n=a_n$，即数列 $\{a_n\}$ 为等差数列.

（III）由（II）可知 $a_n=1+5(n-1)=5n-4.$

要证 $\sqrt{5a_{mn}}-\sqrt{n_m a_n}>1$ 只要证 $-5a_{mn}>1+a_m a_n+2\sqrt{a_m a_n}$

因为 $a_{mn}=5mn-4,a_m a_n=(5m-4)(5n-4)=25mn-20(m+n)+16,$

故只要证 $5(5mn-4)>1+25mn-20(m+n)+16+2\sqrt{a_m a_n},$

即只要证 $20m+20n-37>2\sqrt{a_m a_n}.$

因为 $2\sqrt{a_m a_n}\leq a_m+a_n=5m+5n-8<5m+5n-8+(15m+15n-29)$

$=20m+20n-37.$

所以命题得证.