

2012年普通高等学校招生全国统一考试（山东卷）

理科数学

本试卷分第I卷和第II卷两部分，共4页。满分150分。考试用时120分钟。考试结束后，务必将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1. 答题前，考生务必用直径0.5毫米黑色墨水签字笔将自己的姓名、准考证号、县区和科类填写在答题卡上和试卷规定的位置上。
2. 第I卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，答案不能答在试卷上。
3. 第II卷必须用0.5毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带。不按以上要求作答的答案无效。
4. 填空题请直接填写答案，解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

参考公式：

锥体的体积公式： $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中 S 是锥体的底面积， h 是锥体的高。

如果事件 A, B 互斥，那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$ ；如果事件 A, B 独立，那么

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B).$$

第I卷（共60分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 若复数 x 满足 $z(2-i) = 11+7i$ (i 为虚数单位)，则 z 为

- (A) $3+5i$ (B) $3-5i$ (C) $-3+5i$ (D) $-3-5i$

(2) 已知全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ，集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4\}$ ，则 $C_U A \cup B$ 为

- (A) $\{1, 2, 4\}$ (B) $\{2, 3, 4\}$ (C) $\{0, 2, 4\}$ (D) $\{0, 2, 3, 4\}$

(3) 设 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，则“函数 $f(x) = a^x$ 在 R 上是减函数

”，是“函数 $g(x) = (2-a)x^3$ 在 R 上是增函数”的

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(4) 采用系统抽样方法从960人中抽取32人做问卷调查，为此将他们随机编号为1, 2, ..., 960，分组后在第一组采用简单随机抽样的方法抽到的号码为9。抽到的32人中，编号落入区间 $[1, 450]$ 的人做问卷 A ，编号落入区间 $[451, 750]$ 的人做问卷 B ，其余的人做问卷 C 。则抽到的人中，做问卷 B 的人数为

- (A) 7 (B) 9 (C) 10 (D) 15

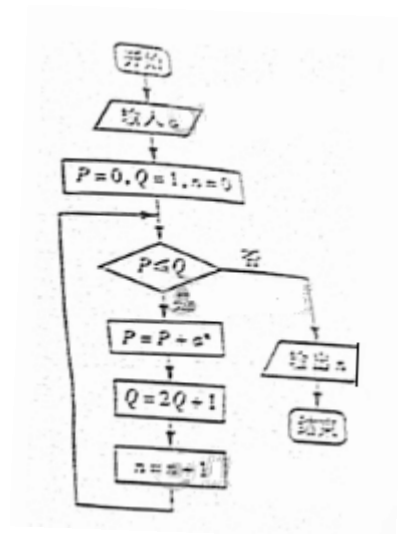
(5) 已知变量 x, y 满足约束条件
$$\begin{cases} x+2y \geq 2 \\ 2x+y \leq 4 \\ 4x-y \geq -1 \end{cases}$$
, 则目标函数

$z = 3x - y$ 的取值范围是

- (A) $[-\frac{3}{2}, 6]$ (B) $[-\frac{3}{2}, -1]$
 (C) $[-1, 6]$ (D) $[-6, \frac{3}{2}]$

(6) 执行下面的程序图, 如果输入 $a = 4$, 那么输出的 n 的值为

- (A) 2 (B) 3
 (C) 4 (D) 5



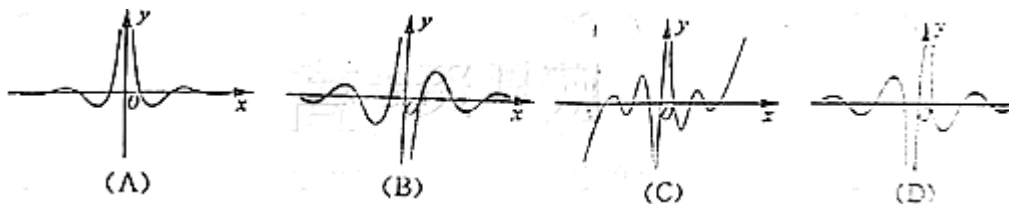
(7) 若 $\theta \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$, $\sin 2\theta = \frac{3\sqrt{7}}{8}$, 则 $\sin \theta =$

- (A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ (D) $\frac{3}{4}$

(8) 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+6) = f(x)$. 当 $-3 \leq x < -1$ 时, $f(x) = -(x+2)^2$, 当 $-1 \leq x < 3$ 时, $f(x) = x$. 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2012) =$

- (A) 335 (B) 338 (C) 1678 (D) 2012

(9) 函数 $y = \frac{\cos 6x}{2^x - 2^{-x}}$ 的图像大致为



(10) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$. 双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 的渐近线与椭圆 C 有四个交点, 以这四个焦点为顶点的四边形的面积为 16, 则椭圆 C 的方程为

- (A) $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ (B) $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{6} = 1$ (C) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ (D)

$\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$

(11) 现有 16 张不同的卡片, 其中红色、黄色、蓝色、绿色卡片各 4 张. 从中任取 3 张, 要求

这3张卡片不能是同一种颜色，且红色卡片至多1张. 不同取法的种数为

- (A) 232 (B) 252 (C) 472 (D) 484

(12) 设函数 $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = ax^2 + bx (a, b \in R, a \neq 0)$, 若 $y = f(x)$ 的图象与 $y = g(x)$ 图

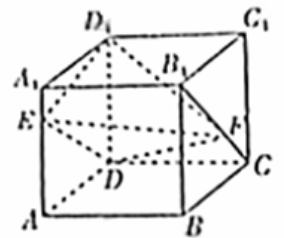
象有且仅有两个不同的公共点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则下列判断正确的是

- A. 当 $a < 0$ 时, $x_1 + x_2 < 0, y_1 + y_2 > 0$
 B. 当 $a < 0$ 时, $x_1 + x_2 > 0, y_1 + y_2 < 0$
 C. 当 $a > 0$ 时, $x_1 + x_2 < 0, y_1 + y_2 < 0$
 D. 当 $a > 0$ 时, $x_1 + x_2 > 0, y_1 + y_2 > 0$

第II卷 (共90分)

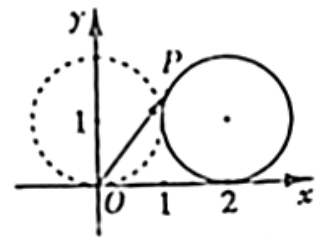
二、填空题: 本大题共4小题, 每小题4分, 共16分.

(13) 若不等式 $|kx - 4| \leq 2$ 的解集为 $\{x | 1 \leq x \leq 3\}$, 则实数 $k =$ _____



(14) 如图, 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1, E, F 分别为线段 AA_1, B_1C 上的点, 则三棱锥 $D_1 - EDF$ 的体积为 _____.

(15) 设 $a > 0$. 若曲线 $y = \sqrt{x}$ 与直线 $x = a, y = 0$ 所围成封闭图形的面积为 a^2 , 则 $a =$ _____.



(16) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一单位圆的圆心的初始位置在 $(0, 1)$, 此时圆上一点 P 的位置在 $(0, 0)$, 圆在 x 轴上沿正向滚动. 当圆滚动到圆心位于 $(2, 1)$ 时, \overline{OP} 的坐标为 _____.

三、解答题: 本大题共6小题, 共74分.

(17) (本小题满分12分)

已知向量 $\vec{m} = (\sin x, 1), \vec{n} = (\sqrt{3}A \cos x, \frac{A}{3} \cos 2x) (A > 0)$, 函数 $f(x) = \vec{m} \cdot \vec{n}$ 的最大值为6.

(I) 求 A ;

(II) 将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位, 再将所得图象上各点的横坐标缩短

为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 纵坐标不变, 得到函数 $y = g(x)$ 的图象. 求 $g(x)$ 在 $[0, \frac{5\pi}{24}]$ 上的值域.

(18) (本小题满分12分)

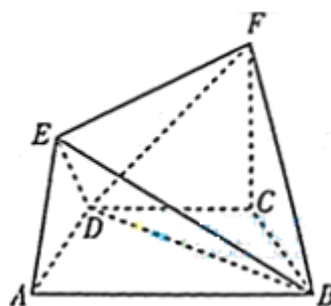
在如图所示的几何体中, 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形,

$AB \parallel CD$, $\angle DAB = 60^\circ$, $FC \perp$ 平面

$ABCD$, $AE \perp BD$, $CB = CD = CF$.

(I) 求证: $BD \perp$ 平面 AED ;

(II) 求二面角 $F - BD - C$ 的余弦值.



(19) (本小题满分12分)

先在甲、乙两个靶. 某射手向甲靶射击一次, 命中的概率为 $\frac{3}{4}$, 命中得1分, 没有命中得0

分; 向乙靶射击两次, 每次命中的概率为 $\frac{2}{3}$, 每命中一次得2分, 没有命中得0分. 该射手每次射击的结果相互独立. 假设该射手完成以上三次射击.

(I) 求该射手恰好命中一次得的概率;

(II) 求该射手的总得分 X 的分布列及数学期望 EX .

(20) (本小题满分12分)

在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 + a_4 + a_5 = 84$, $a_9 = 73$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 对任意 $m \in N^*$, 将数列 $\{a_n\}$ 中落入区间 $(9^m, 9^{2m})$ 内的项的个数记为 b_m , 求数列 $\{b_m\}$ 的前 m 项和 S_m .

(21) (本小题满分13分)

在平面直角坐标系 xOy 中, F 是抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点, M 是抛物线 C 上位于第一象限内的任意一点, 过 M, F, O 三点的圆的圆心为 Q , 点 Q 到抛物线 C 的准线的距离为 $\frac{3}{4}$.

(I) 求抛物线 C 的方程;

(II) 是否存在点 M , 使得直线 MQ 与抛物线 C 相切于点 M ? 若存在, 求出点 M 的坐标; 若不存在, 说明理由;

(III) 若点 M 的横坐标为 $\sqrt{2}$, 直线 $l: y = kx + \frac{1}{4}$ 与抛物线 C 有两个不同的交点 A, B , l 与圆 Q 有两个不同的交点 D, E , 求当 $\frac{1}{2} \leq k \leq 2$ 时, $|AB|^2 + |DE|^2$ 的最小值.

22(本小题满分13分)

已知函数 $f(x) = \frac{\ln x + k}{e^x}$ (k 为常数, $e = 2.71828 \dots$ 是自然对数的底数), 曲线

$y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与 x 轴平行.

(I) 求 k 的值;

(II) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(III) 设 $g(x) = (x^2 + x)f'(x)$, 其中 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数. 证明: 对任意 $x > 0, g(x) < 1 + e^{-2}$.

