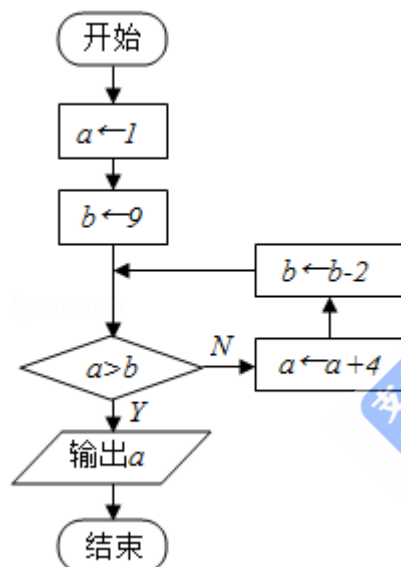


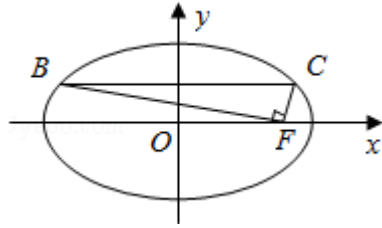
2016年江苏省高考数学试卷

一、填空题（共14小题，每小题5分，满分70分）

1. (5分) (2016•江苏) 已知集合 $A=\{-1, 2, 3, 6\}$, $B=\{x \mid -2 < x < 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
2. (5分) (2016•江苏) 复数 $z=(1+2i)(3-i)$, 其中 i 为虚数单位, 则 z 的实部是_____.
3. (5分) (2016•江苏) 在平面直角坐标系 xOy 中, 双曲线 $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{3} = 1$ 的焦距是_____.
4. (5分) (2016•江苏) 已知一组数据4.7, 4.8, 5.1, 5.4, 5.5, 则该组数据的方差是_____.
5. (5分) (2016•江苏) 函数 $y = \sqrt{3 - 2x - x^2}$ 的定义域是_____.
6. (5分) (2016•江苏) 如图是一个算法的流程图, 则输出的 a 的值是_____.



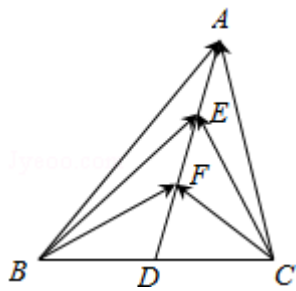
7. (5分) (2016•江苏) 将一颗质地均匀的骰子（一种各个面上分别标有1, 2, 3, 4, 5, 6个点的正方体玩具）先后抛掷2次, 则出现向上的点数之和小于10的概率是_____.
8. (5分) (2016•江苏) 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, S_n 是其前 n 项和, 若 $a_1 + a_2^2 = -3$, $S_5 = 10$, 则 a_9 的值是_____.
9. (5分) (2016•江苏) 定义在区间 $[0, 3\pi]$ 上的函数 $y = \sin 2x$ 的图象与 $y = \cos x$ 的图象的交点个数是_____.
10. (5分) (2016•江苏) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, F 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右焦点, 直线 $y = \frac{b}{2}$ 与椭圆交于 B, C 两点, 且 $\angle BFC = 90^\circ$, 则该椭圆的离心率是_____.



11. (5分) (2016•江苏) 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上且周期为 2 的函数, 在区间 $[-1, 1)$ 上,
- $$f(x) = \begin{cases} x+a, & -1 \leq x < 0 \\ |\frac{2}{5} - x|, & 0 \leq x < 1 \end{cases},$$
- 其中 $a \in \mathbb{R}$, 若 $f(-\frac{5}{2}) = f(\frac{9}{2})$, 则 $f(5a)$ 的值是_____.

12. (5分) (2016•江苏) 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x - 2y + 4 \geq 0 \\ 2x + y - 2 \geq 0 \\ 3x - y - 3 \leq 0 \end{cases}$, 则 $x^2 + y^2$ 的取值范围是_____.

13. (5分) (2016•江苏) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 的中点, E, F 是 AD 上的两个三等分点, $\vec{BA} \cdot \vec{CA} = 4$, $\vec{BF} \cdot \vec{CF} = -1$, 则 $\vec{BE} \cdot \vec{CE}$ 的值是_____.



14. (5分) (2016•江苏) 在锐角三角形 ABC 中, 若 $\sin A = 2\sin B \sin C$, 则 $\tan A \tan B \tan C$ 的最小值是_____.

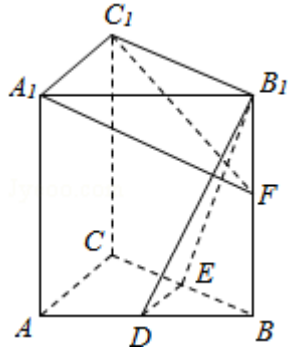
二、解答题 (共6小题, 满分90分)

15. (14分) (2016•江苏) 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=6$, $\cos B = \frac{4}{5}$, $C = \frac{\pi}{4}$.

- (1) 求 AB 的长;
- (2) 求 $\cos(A - \frac{\pi}{6})$ 的值.

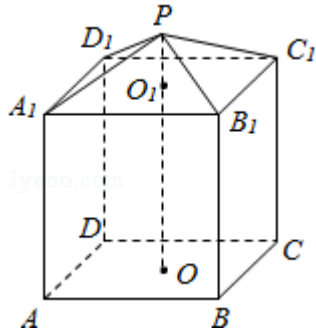
16. (14分) (2016•江苏) 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, D, E 分别为 AB, BC 的中点, 点 F 在侧棱 B_1B 上, 且 $B_1D \perp A_1F$, $A_1C_1 \perp A_1B_1$. 求证:

- (1) 直线 $DE \parallel$ 平面 A_1C_1F ;
- (2) 平面 $B_1DE \perp$ 平面 A_1C_1F .



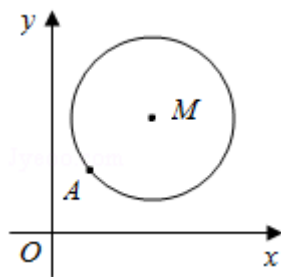
17. (14分) (2016•江苏) 现需要设计一个仓库, 它由上下两部分组成, 上部的形状是正四棱锥 $P - A_1B_1C_1D_1$, 下部的形状是正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ (如图所示), 并要求正四棱柱的高 O_1O 是正四棱锥的高 PO_1 的4倍.

- (1) 若 $AB=6\text{m}$, $PO_1=2\text{m}$, 则仓库的容积是多少?
- (2) 若正四棱锥的侧棱长为 6m , 则当 PO_1 为多少时, 仓库的容积最大?



18. (16分) (2016•江苏) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知以 M 为圆心的圆 $M: x^2 + y^2 - 12x - 14y + 60 = 0$ 及其上一点 $A(2, 4)$.

- (1) 设圆 N 与 x 轴相切, 与圆 M 外切, 且圆心 N 在直线 $x=6$ 上, 求圆 N 的标准方程;
- (2) 设平行于 OA 的直线 l 与圆 M 相交于 B, C 两点, 且 $BC=OA$, 求直线 l 的方程;
- (3) 设点 $T(t, 0)$ 满足: 存在圆 M 上的两点 P 和 Q , 使得 $\vec{TA} + \vec{TP} = \vec{TQ}$, 求实数 t 的取值范围.



19. (16分) (2016•江苏) 已知函数 $f(x) = a^x + b^x$ ($a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$).

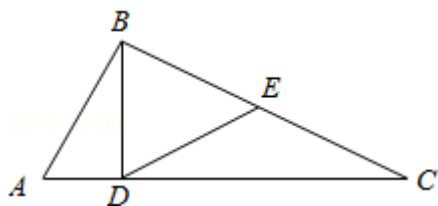
- (1) 设 $a=2, b=\frac{1}{2}$.

- ① 求方程 $f(x) = 2$ 的根;
- ② 若对于任意 $x \in \mathbb{R}$, 不等式 $f(2x) \geq mf(x) - 6$ 恒成立, 求实数 m 的最大值;
- (2) 若 $0 < a < 1, b > 1$, 函数 $g(x) = f(x) - 2$ 有且只有1个零点, 求 ab 的值.

20. (16分) (2016•江苏) 记 $U=\{1, 2, \dots, 100\}$, 对数列 $\{a_n\}$ ($n \in \mathbb{N}^*$) 和 U 的子集 T , 若 $T=\emptyset$, 定义 $S_T=0$; 若 $T=\{t_1, t_2, \dots, t_k\}$, 定义 $S_T=a_{t_1}+a_{t_2}+\dots+a_{t_k}$. 例如: $T=\{1, 3, 66\}$ 时, $S_T=a_1+a_3+a_{66}$. 现设 $\{a_n\}$ ($n \in \mathbb{N}^*$) 是公比为3的等比数列, 且当 $T=\{2, 4\}$ 时, $S_T=30$.
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 - (2) 对任意正整数 k ($1 \leq k \leq 100$), 若 $T \subseteq \{1, 2, \dots, k\}$, 求证: $S_T < a_{k+1}$;
 - (3) 设 $C \subseteq U, D \subseteq U, S_C \geq S_D$, 求证: $S_C + S_{C \cap D} \geq 2S_D$.

附加题【选做题】本题包括A、B、C、D四小题, 请选定其中两小题, 并在相应的答题区域内作答, 若多做, 则按作答的前两小题评分, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.A. 【选修4-1几何证明选讲】

21. (10分) (2016•江苏) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $BD \perp AC$, D 为垂足, E 为 BC 的中点, 求证: $\angle EDC = \angle ABD$.



B. 【选修4-2: 矩阵与变换】

22. (10分) (2016•江苏) 已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$, 矩阵 B 的逆矩阵 $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, 求矩阵 AB .

C. 【选修4-4: 坐标系与参数方程】

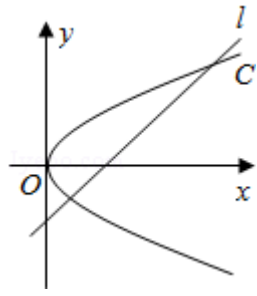
23. (2016•江苏) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x=1+\frac{1}{2}t \\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数})$$
, 椭圆 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x=\cos \theta \\ y=2\sin \theta \end{cases} \quad (\theta \text{ 为参数})$$
, 设直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, 求线段 AB 的长.

24. (2016•江苏) 设 $a > 0$, $|x-1| < \frac{a}{3}$, $|y-2| < \frac{a}{3}$, 求证: $|2x+y-4| < a$.

附加题【必做题】

25. (10分) (2016•江苏) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知直线 $l: x-y-2=0$, 抛物线 $C: y^2=2px$ ($p > 0$).

- (1) 若直线 l 过抛物线 C 的焦点, 求抛物线 C 的方程;
- (2) 已知抛物线 C 上存在关于直线 l 对称的相异两点 P 和 Q .
 - ① 求证: 线段 PQ 的中点坐标为 $(2-p, -p)$;
 - ② 求 p 的取值范围.



26. (10分) (2016•江苏) (1) 求 $7C_6^3 - 4C_7^4$ 的值;

(2) 设 $m, n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq m$, 求证: $(m+1)C_m^m + (m+2)C_{m+1}^m + (m+3)C_{m+2}^m + \dots + nC_{n-1}^m$

$$= \frac{m}{n-1} + (n+1)C_n^m = (m+1)C_{n+2}^{m+2}.$$