2016 年普通高等学校招生全国统一考试

上海　　数学试卷（文史类）

考生注意：

1. 本试卷共4页，23道试题，满分150分. 考试时间120分钟.
2. 本考试分设试卷和答题纸. 试卷包括试题与答题要求. 作答必须涂（选择题）或写（非选择题）在答题纸上，在试卷上作答一律不得分.
3. 答卷前，务必用钢笔或圆珠笔在答题纸正面清楚地写姓名、转考证号，并将核对后的条形码贴在指定位置上，在答题纸反面清楚地填写姓名.

一、填空题（本大题共有14题，满分56分）考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律得零分.

1．设 $x\in \mathbf{R}$，则不等式 $\left|x-3\right|<1$ 的解集为_______.

【答案】$(2,4)$

【解析】试题分析：$|x-3|<1\Leftrightarrow -1<x-3<1\Leftrightarrow 2<x<4$，故不等式 $|x-3|<1$ 的解集为 $(2,4)$.

考点：绝对值不等式的基本解法.

2．设 $z=\dfrac{3+2\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$，其中 i 为虚数单位，则 z 的虚部等于______________________.

【答案】-3

【解析】

试题分析：

$z=\dfrac{3+2\mathrm{i}}{\mathrm{i}}=2-3\mathrm{i}, z$ 的虚部等于 -3.

考点：1. 复数的运算；2. 复数的概念.

3．已知平行直线 $l_1:2x+y-1=0, l_2:2x+y+1=0$，则 l_1 与 l_2 的距离是________________.

【答案】$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

【解析】试题分析：

利用两平行线间的距离公式得 $\mathrm{d}=\dfrac{|\mathrm{c}_1-\mathrm{c}_2|}{\sqrt{\mathrm{a}^2+\mathrm{b}^2}}=\dfrac{|-1-1|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

考点：两平行线间距离公式.

4．某次体检，5位同学的身高（单位：米）分别为1.72，1.78，1.80，1.69，1.76，则这组数据的中位数是________（米）.

【答案】1.76

【解析】试题分析：

将这5位同学的身高按照从低到高排列为：1.69, 1.72, 1.76, 1.78, 1.80，这五个数的中位数是1.76.

考点：中位数的概念.

5．若函数 $f(x)=4\sin x+a\cos x$ 的最大值为5，则常数 $a=$______.

【答案】± 3

【解析】试题分析：$f(x)=\sqrt{16+a^2}\sin(x+\varphi)$，其中 $\tan\varphi=\dfrac{a}{4}$，故函数 $f(x)$ 的最大值为 $\sqrt{16+a^2}$，由已知得，$\sqrt{16+a^2}=5$，解得 $a=\pm 3$.

考点：三角函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象和性质.

6．已知点 $(3,9)$ 在函数 $f(x)=1+a^x$ 的图像上，则 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)=$________.

【答案】$\log_2(x-1)$

【解析】试题分析：

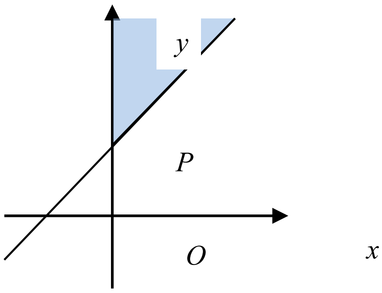
将点（3，9）代入函数 $f(x)=1+a^x$ 中得 $a=2$，所以 $f(x)=1+2^x$，用 y 表示 x 得 $x=\log_2(y-1)$，所以 $f^{-1}(x)=\log_2(x-1)$.学.科.网

考点：反函数的概念以及指、对数式的转化.

7．若 x,y 满足 $\begin{cases}x\ge 0,\\ y\ge 0,\\ y\ge x+1,\end{cases}$ 则 $x-2y$ 的最大值为_______.

【答案】-2

【解析】试题分析：由不等式组画出可行域如图中阴影部分所示，令 $z=x-2y$，当直线 $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}z$ 经过点 $P(0,1)$ 时，z 取得最大值 -2.



考点：线性规划及其图解法.

8．方程 $3\sin x=1+\cos 2x$ 在区间 $[0,2\pi]$ 上的解为___________.

【答案】$\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}$

【解析】试题分析：

化简 $3\sin x=1+\cos 2x$ 得：$3\sin x=2-2\sin^2 x$，所以 $2\sin^2 x+3\sin x-2=0$，解得 $\sin x=\frac{1}{2}$ 或 $\sin x=-2$（舍去），又 $x\in[0,2\pi]$，所以 $x=\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$.

考点：二倍角公式及三角函数求值.

9．在 $\left(\sqrt[3]{x}-\frac{2}{x}\right)^n$ 的二项展开式中，所有项的二项式系数之和为256，则常数项等于__________.

【答案】112

【解析】试题分析：

由二项式定理得：所有项的二项式系数之和为 2^n，即 $2^n=256$，所以 $n=8$，又二项展开式的通项为 $T_{r+1}=C_8^r(\sqrt[3]{x})^{8-r}(-\frac{2}{x})^r=(-2)^rC_8^rx^{\frac{8}{3}-\frac{4}{3}r}$，令 $\frac{8}{3}-\frac{4}{3}r=0$，所以 $r=2$，所以 $T_3=112$，即常数项为112.

考点：二项式定理.

10．已知△*ABC*的三边长分别为3, 5, 7，则该三角形的外接圆半径等于__________.

【答案】$\frac{7\sqrt{3}}{3}$

【解析】试题分析：

利用余弦定理可求得最大边7所对应角的余弦值为 $\frac{3^2+5^2-7^2}{2\times3\times5}=-\frac{1}{2}$，所以此角的正弦值

为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，由正弦定理得$2R=\dfrac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$，所以$R=\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$.

考点：正弦、余弦定理.

11．某食堂规定，每份午餐可以在四种水果中任选两种，则甲、乙两同学各自所选的两种水果相同的概率为______.

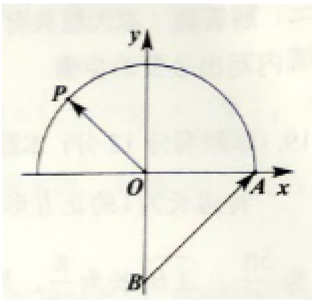
【答案】$\dfrac{1}{6}$

【解析】试题分析：

将4种水果每两种分为一组，有$C_4^2=6$种方法，则甲、乙两位同学各自所选的两种水果相同的概率为$\dfrac{1}{6}$.

考点：古典概型

12．如图，已知点$O(0,0)$，$A(1.0)$，$B(0,-1)$，P是曲线$y=\sqrt{1-x^2}$上一个动点，则$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{BA}$的取值范围是_______.



【答案】$[-1,\sqrt{2}]$

【解析】试题分析：由题意，设$P(\cos\alpha,\sin\alpha)$，$\alpha\in[0,\pi]$，则$\overrightarrow{OP}=(\cos\alpha,\sin\alpha)$，又$\overrightarrow{BA}=(1,1)$，所以$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{BA}=\cos\alpha+\sin\alpha=\sqrt{2}\sin(\alpha+\dfrac{\pi}{4})\in[-1,\sqrt{2}]$.

考点：1. 数量积的运算；2. 数形结合的思想.

13．设$a>0$, $b>0$. 若关于x, y的方程组$\begin{cases}ax+y=1\\x+by=1\end{cases}$无解，则$a+b$的取值范围是_______.

【答案】$(2,+\infty)$

【解析】试题分析：方程组无解等价于直线$ax+y=1$与直线$x+by=1$平行，所以$ab=1$且$a\neq b\neq 1$. 又a，b为正数，所以$a+b>2\sqrt{ab}=2$（$a\neq b\neq 1$），即$a+b$的取值范围是$(2,+\infty)$.

考点：方程组的思想以及基本不等式的应用.

14．无穷数列$\{a_n\}$由k个不同的数组成，S_n为$\{a_n\}$的前n项和.若对任意$n\in \mathbf{N}^*$，$S_n\in\{2,3\}$，

则k的最大值为_______.

【答案】4

【解析】试题分析：当$n=1$时，$a_1=2$或$a_1=3$；当$n\geqslant 2$时，若$S_n=2$，$S_{n-1}=2$，于是$a_n=0$，若$S_n=3$，$S_{n-1}=3$，于是$a_n=0$，从而存在$k\in \mathbf{N}^*$，当$n\geqslant k$时，$a_k=0$.所以要涉及最多的不同的项数列$\{a_n\}$可以为：2，1，-1，0，0…，从而可看出$k_{\max}=4$.学科.网

考点：数列的项与和.

二、选择题（本大题共有4小题，满分20分）每题有且只有一个正确答案，考生应在答题纸的相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得5分，否则一律得零分.

15．设$a\in \mathbf{R}$，则“$a>1$”是“$a^2>1$”的（　　）.

（A）充分非必要条件　　（B）必要非充分条件

（C）充要条件　　（D）既非充分也非必要条件

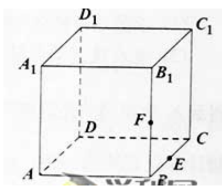
【答案】A

【解析】试题分析：

$a>1\Rightarrow a^2>1, a^2>1\Rightarrow a>1$或$a<-1$，所以“$a>1$”是“$a^2>1$”的充分非必要条件，选A.

考点：充要条件

16．如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E、F分别为BC、BB_1的中点，则下列直线中与直线EF相交的是（　　）.



(A)直线AA_1　　(B)直线A_1B_1

(C)直线A_1D_1　　(D)直线B_1C_1

【答案】D

【解析】试题分析：

只有 B_1C_1 与 EF 在同一平面内，是相交的，其他A，B，C中的直线与 EF 都是异面直线，

故选D.

考点：异面直线

17．设 aÎ $\mathbf{R}$，bÎ $[0,2\pi]$. 若对任意实数x都有 $\sin(3x-\frac{\pi}{3})=\sin(ax+b)$，则满足条件的有序实数对 (a,b) 的对数为（　　）.

(A) 1　　　　(B) 2　　　　(C) 3　　　　(D) 4

【答案】B

【解析】试题分析：$\sin(3x-\frac{\pi}{3})=\sin(3x-\frac{\pi}{3}+2\pi)=\sin(3x+\frac{5\pi}{3})$，$(a,b)=(3,\frac{5\pi}{3})$，

又 $\sin(3x-\frac{\pi}{3})=\sin[\pi-(3x-\frac{\pi}{3})]=\sin(-3x+\frac{4\pi}{3})$，$(a,b)=(-3,\frac{4\pi}{3})$，

注意到 $b\in[0,2\pi)$，只有这两组．故选B.

考点：三角函数

18．设 $f(x)$、$g(x)$、$h(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的三个函数．对于命题：①若 $f(x)+g(x)$、$f(x)+h(x)$、$g(x)+h(x)$ 均是增函数，则 $f(x)$、$g(x)$、$h(x)$ 均是增函数；②若 $f(x)+g(x)$、$f(x)+h(x)$、$g(x)+h(x)$ 均是以 T 为周期的函数，则 $f(x)$、$g(x)$、$h(x)$ 均是以 T 为周期的函数，下列判断正确的是（　　）.

(A) ①和②均为真命题　　　　(B) ①和②均为假命题

(C) ①为真命题，②为假命题　　　　(D) ①为假命题，②为真命题

【答案】D

【解析】

试题分析：

因为 $f(x)=\frac{[f(x)+g(x)]+[f(x)+h(x)]-[g(x)+h(x)]}{2}$，所以 $f(x+T)=\frac{[f(x+T)+g(x+T)]+[f(x+T)+h(x+T)]-[g(x+T)+h(x+T)]}{2}$，又 $f(x)+g(x)$、$f(x)+h(x)$、$g(x)+h(x)$ 均是以 T 为周期的函数，所以 $f(x+T)=\frac{[f(x)+g(x)]+[f(x)+h(x)]-[g(x)+h(x)]}{2}=f(x)$，所以 $f(x)$ 是周期为 T 的函数，同理可得 $g(x)$、$h(x)$ 均是以 T 为周期的函数，②正确；增函数加减函数也可能为增函数，因此①不正确．选 D.　学.科网

考点：1. 抽象函数；2. 函数的单调性；3. 函数的周期性.

三、解答题（本题共有5题，满分74分）解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域

内写出必要的步骤.

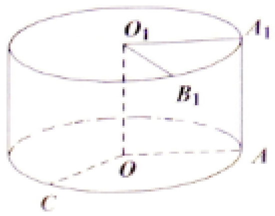
19．（本题满分12分）本题共有2个小题，第1个小题满分6分，第2个小题满分6分.

将边长为1的正方形AA_1O_1O（及其内部）绕OO_1旋转一周形成圆柱，如图，$\overset{\frown}{AC}$ 长为$\frac{5\pi}{6}$，

$\overset{\frown}{A_1B_1}$ 长为$\frac{\pi}{3}$，其中B_1与C在平面AA_1O_1O的同侧.

（1）求圆柱的体积与侧面积；

（2）求异面直线O_1B_1与OC所成的角的大小.



【答案】（1）$V=\pi$，$S=2\pi$；（2）$\frac{\pi}{2}$.

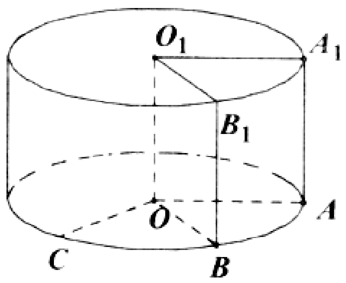
.【解析.】

试题分析：（1）由题意可知，圆柱的高$h=1$，底面半径$r=1$．由此计算即得.

（2）由$O_1B_1//OB$得$\angle COB$或其补角为O_1B_1与OC所成的.角，再结合题设条件计算即得

.

试题解析：（1）由题意可知，圆柱的母线长$l=1$，底面半径$r=1$.



圆柱的体积$V=\pi r^2 l=\pi\times1^2\times1=\pi$，

圆柱的侧面积$S=2\pi rl=2\pi\times1\times1=2\pi$.

（2）设过点B_1的母线与下底面交于点B，则$O_1B_1//OB$，

所以$\angle COB$或其补角为O_1B_1与OC所成的角.

由$\overset{\frown}{A_1B_1}$长为$\frac{\pi}{3}$，可知$\angle AOB=\angle A_1O_1B_1=\frac{\pi}{3}$，

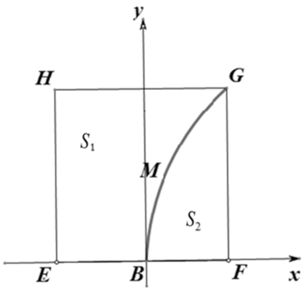
由$\overset{\frown}{AC}$长为$\frac{5\pi}{6}$，可知$\angle AOC=\frac{5\pi}{6}$，$\angle COB=\angle AOC-\angle AOB=\frac{\pi}{2}$，

所以异面直线 O_1B_1 与 OC 所成的角的大小为 $\frac{\pi}{2}$.

考点：1. 几何体的体积；2. 空间角.

20. （本题满分14分）本题共有2个小题，第1个小题满分6分，第2个小题满分8分.

有一块正方形菜地 $EFGH$，EH 所在直线是一条小河，收获的蔬菜可送到 F 点或河边运走. 于是，菜地分为两个区域 S_1 和 S_2，其中 S_1 中的蔬菜运到河边较近，S_2 中的蔬菜运到 F 点较近，而菜地内 S_1 和 S_2 的分界线 C 上的点到河边与到 F 点的距离相等，现建立平面直角坐标系，其中原点 O 为 EF 的中点，点 F 的坐标为（1, 0），如图.



（1）求菜地内的分界线 C 的方程；

（2）菜农从蔬菜运量估计出 S_1 面积是 S_2 面积的两倍，由此得到 S_1 面积的"经验值"为 $\frac{8}{3}$. 设 M 是 C 上纵坐标为1的点，请计算以 EH 为一边、另一边过点 M 的矩形的面积，及五边形 $EOMGH$ 的面积，并判断哪一个更接近于 S_1 面积的"经验值".

【答案】（1）$y^2 = 4x$（$0 < y < 2$）；（2）矩形面积为 $\frac{5}{2}$，五边形面积为 $\frac{11}{4}$，五边形面积更接近于 S_1 面积的"经验值".

【解析】

试题分析：（1）由C上的点到直线EH与到点F的距离相等，知C是以F为焦点、以EH为准线的抛物线在正方形$EFGH$内的部分.

（2）通过计算矩形面积，五边形面积，以及计算矩形面积与“经验值”之差的绝对值，五边形面积与“经验值”之差的绝对值，比较二者大小即可.

试题解析：（1）因为C上的点到直线EH与到点F的距离相等，所以C是以F为焦点、以EH为准线的抛物线在正方形$EFGH$内的部分，其方程为$y^2=4x$（$0<y<2$）.

（2）依题意，点M的坐标为$\left(\frac{1}{4},1\right)$. 学科&网

所求的矩形面积为$\frac{5}{2}$，而所求的五边形面积为$\frac{11}{4}$.

矩形面积与“经验值”之差的绝对值为$\left|\frac{5}{2}-\frac{8}{3}\right|=\frac{1}{6}$，而五边形面积与“经验值”之差

的绝对值为$\left|\frac{11}{4}-\frac{8}{3}\right|=\frac{1}{12}$，所以五边形面积更接近于$S_1$面积的“经验值”.

考点：1. 抛物线的定义及其标准方程；2. 面积计算.

21．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分.

双曲线$x^2-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，直线$l$过$F_2$且与双曲线交于$A$、$B$两点.

（1）若l的倾斜角为$\frac{\pi}{2}$，$\triangle F_1AB$是等边三角形，求双曲线的渐近线方程；

（2）设$b=\sqrt{3}$，若l的斜率存在，且$|AB|=4$，求l的斜率.

【答案】（1）$y=\pm\sqrt{2}x$；（2）$\pm\frac{\sqrt{15}}{5}$.

【解析】

试题分析：（1）设$A(x_A,y_A)$，根据题设条件可以得到$4(1+b^2)=3b^4$，从而解得b^2的值.

（2）设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，直线$l: y=k(x-2)$与双曲线方程联立，得到一元二次方程，根据l与双曲线交于两点，可得$k^2-3\neq0$，且$\Delta=36(1+k^2)>0$. 由$|AB|=4$构建关于k的方程进行求解.

试题解析：（1）设 $A\left(x_A, y_A\right)$.

由题意，$F_2(c,0)$，$c=\sqrt{1+b^2}$，$y_{\mathrm{A}}^2=b^2\left(c^2-1\right)=b^4$，

因为 $\triangle F_1AB$ 是等边三角形，所以 $2c=\sqrt{3}\left|y_{\mathrm{A}}\right|$，

即 $4\left(1+b^2\right)=3b^4$，解得 $b^2=2$.

故双曲线的渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{2}x$.

（2）由已知，$F_2(2,0)$.

设 $A\left(x_1, y_1\right)$，$B\left(x_2, y_2\right)$，直线 $l: y=k(x-2)$.

由 $\begin{cases} x^2-\dfrac{y^2}{3}=1 \\ y=k(x-2) \end{cases}$，得 $\left(k^2-3\right)x^2-4k^2x+4k^2+3=0$.

因为 l 与双曲线交于两点，所以 $k^2-3\neq 0$，且 $\Delta=36\left(1+k^2\right)>0$.

由 $x_1+x_2=\dfrac{4k^2}{k^2-3}$，$x_1x_2=\dfrac{4k^2+3}{k^2-3}$，得 $\left(x_1-x_2\right)^2=\dfrac{36\left(k^2+1\right)}{\left(k^2-3\right)^2}$，

故 $|AB|=\sqrt{\left(x_1-x_2\right)^2+\left(y_1-y_2\right)^2}=\sqrt{1+k^2}\left|x_1-x_2\right|=\dfrac{6\left(k^2+1\right)}{\left|k^2-3\right|}=4$，

解得 $k^2=\dfrac{3}{5}$，故 l 的斜率为 $\pm\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

考点：1. 双曲线的几何性质；2. 直线与双曲线的位置关系；3. 弦长公式.

22．（本题满分16分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分6分.

对于无穷数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$，记 $A=\{x \mid x=a_n,\ n\in\mathbf{N}^*\}$，$B=\{x \mid x=b_n,\ n\in\mathbf{N}^*\}$，若同时满足条件：①$\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 均单调递增；② $A\cap B=\varnothing$ 且 $A\cup B=\mathbf{N}^*$，则称 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 是无穷互补数列.

（1）若 $a_n=2n-1$，$b_n=4n-2$，判断 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 是否为无穷互补数列，并说明理由；

（2）若 $a_n=2^n$ 且 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 是无穷互补数列，求数列 $\{b_n\}$ 的前16项的和；

（3）若 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 是无穷互补数列，$\{a_n\}$ 为等差数列且 a_{16}=36，求 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式.

【答案】（1）$\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 不是无穷互补数列，理由见解析；（2）180；（3）

$a_n=2n+4$，$b_n=\begin{cases}n,n\le 5\\2n-5,n>5\end{cases}$.

【解析】试题分析：（1）直接应用定义“无穷互补数列”的条件验证即得；（2）利用等差数列与等比数列的求和公式进行求解；（3）先求等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式，再求 $\{b_n\}$ 的通项公式.

试题解析：（1）因为 $4\notin A$，$4\notin B$，所以 $4\notin A\cup B$，

从而 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 不是无穷互补数列.

（2）因为 $a_4=16$，所以 $b_{16}=16+4=20$.

数列 $\{b_n\}$ 的前16项的和为：$(1+2+\cdots+20)-(2+2^2+2^3+2^4)$

$\frac{1+20}{2}\times 20-(2^5-2)=180$.

（3）设 $\{a_n\}$ 的公差为 d，$d\in\mathbf{N}^*$，则 $a_{16}=a_1+15d=36$.

由 $a_1=36-15d\ge 1$，得 $d=1$ 或 2.

若 $d=1$，则 $a_1=21$，$a_n=n+20$，与“$\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 是无穷互补数列”矛盾；

若 $d=2$，则 $a_1=6$，$a_n=2n+4$，$b_n=\begin{cases}n, & n\le 5,\\2n-5, & n>5.\end{cases}$ 学科&网

综上，$a_n=2n+4$，$b_n=\begin{cases}n, & n\le 5,\\2n-5, & n>5.\end{cases}$

考点：.等差数列、等比数列、新定义问题

23．（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分8分.

已知 $a\in R$，函数 $f(x)=\log_2(\frac{1}{x}+a)$.

（1）当 $a=1$ 时，解不等式 $f(x)>1$；

（2）若关于 x 的方程 $f(x)+\log_2(x^2)=0$ 的解集中恰有一个元素，求 a 的值；

（3）设 $a>0$，若对任意 $t\in[\frac{1}{2},1]$，函数 $f(x)$ 在区间 $[t,t+1]$ 上的最大值与最小值的差不超过1，求 a 的取值范围.

【答案】（1） $x\in(0,1)$；（2）0 或 $-\frac{1}{4}$；（3） $\left[\frac{2}{3},+\infty\right)$.

【解析】

试题分析：（1）由 $\log_2\left(\frac{1}{x}+1\right)>1$，得 $\frac{1}{x}+1>2$，从而得解.

（2）转化得到 $\log_2(\frac{1}{x}+a)+\log_2(x^2)=0$，讨论当 $a=0$ 、$a\neq 0$ 时的情况即可.

（3）讨论 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的单调性，再确定函数 $f(x)$ 在区间 $[t,t+1]$ 上的最大值与最小值之差，由此得到 $at^2+(a+1)t-1\geq 0$，对任意 $t\in\left[\frac{1}{2},1\right]$ 成立.

试题解析：（1）由 $\log_2\left(\frac{1}{x}+1\right)>1$，得 $\frac{1}{x}+1>2$，解得 $x\in(0,1)$.

（2） $\log_2\left(\frac{1}{x}+a\right)+\log_2\left(x^2\right)=0$ 有且仅有一解，

等价于 $\left(\frac{1}{x}+a\right)x^2=1$ 有且仅有一解，等价于 $ax^2+x-1=0$ 有且仅有一解.

当 $a=0$ 时，$x=1$，符合题意；

当 $a\neq 0$ 时，$\Delta=1+4a=0$，$a=-\frac{1}{4}$.

综上，$a=0$ 或 $-\frac{1}{4}$.

（3）当 $0<x_1<x_2$ 时，$\frac{1}{x_1}+a>\frac{1}{x_2}+a$，$\log_2\left(\frac{1}{x_1}+a\right)>\log_2\left(\frac{1}{x_2}+a\right)$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减. 学科&网

函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[t,t+1\right]$ 上的最大值与最小值分别为 $f\left(t\right)$，$f\left(t+1\right)$.

$f\left(t\right)-f\left(t+1\right)=\log_2\left(\frac{1}{t}+a\right)-\log_2\left(\frac{1}{t+1}+a\right)\le 1$ 即 $at^2+\left(a+1\right)t-1\ge 0$，对任意

$t\in\left[\frac{1}{2},1\right]$ 成立.

因为 $a>0$，所以函数 $y=at^2+\left(a+1\right)t-1$ 在区间 $\left[\frac{1}{2},1\right]$ 上单调递增，

所以 $t=\frac{1}{2}$ 时，y 有最小值 $\frac{3}{4}a-\frac{1}{2}$，由 $\frac{3}{4}a-\frac{1}{2}\ge 0$，得 $a\ge\frac{2}{3}$.

故 a 的取值范围为 $\left[\frac{2}{3},+\infty\right)$.

考点：1. 对数函数的性质；2. 函数与方程；3. 二次函数的性质.