1994年重庆高考文科数学真题及答案

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.满分150分.考试时间120分钟.

第Ⅰ卷(选择题共65分)

一、选择题(本大题共15小题；第1—10题每小题4分，第11—15题每小题5分，共65分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）.

(1) 设全集 $I=\{0,1,2,3,4\}$，集合 $A=\{0,1,2,3\}$，集合 $B=\{2,3,4\}$，则 $\overline{A}\cup\overline{B}=$

( )

(A) $\{0\}$　(B) $\{0,1\}$　(C) $\{0,1,4\}$　(D) $\{0,1,2,3,4\}$

(2) 如果方程 $x^2+ky^2=2$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆，那么实数 k 的取值范围是 ( )

(A) $(0,+\infty)$　(B) $(0,2)$　(C) $(1,+\infty)$　(D) $(0,1)$

(3) 点(0，5)到直线 $y=2x$ 的距离是 ( )

(A) $\frac{5}{2}$　(B) $\sqrt{5}$　(C) $\frac{3}{2}$　(D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(4) 设 θ 是第二象限的角，则必有 ( )

(A) $tg\frac{\theta}{2}>ctg\frac{\theta}{2}$　(B) $tg\frac{\theta}{2}<ctg\frac{\theta}{2}$

(C) $\sin\frac{\theta}{2}>\cos\frac{\theta}{2}$　(D) $\sin\frac{\theta}{2}<\cos\frac{\theta}{2}$

(5) 某种细菌在培养过程中，每20分钟分裂一次(一个分裂为两个).经过3个小时，这种细菌由1个可繁殖成 ( )

(A) 511个　(B) 512个　(C) 1023个　(D) 1024个

(6) 在下列函数中，以 $\frac{\pi}{2}$ 为周期的函数是 ( )

(A) $y=\sin2x+\cos4x$　(B) $y=\sin2x\cos4x$　(C) $y=\sin2x+\cos2x$　(D) $y=\sin2x\cos2x$

(7) 已知正六棱台的上，下底面边长分别为2和4，高为2，则其体积为 ( )

(A) $32\sqrt{3}$　(B) $28\sqrt{3}$　(C) $24\sqrt{3}$　(D) $20\sqrt{3}$

(8) 设 F_1 和 F_2 为双曲线 $\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$ 的两个焦点，点 P 在双曲线上且满足 $\angle F_1PF_2=90^{\circ}$，则 $\triangle F_1PF_2$ 的面积是　　　　（　　）

(A) 1　　(B) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　(C) 2　　(D) $\sqrt{5}$

(9) 如果复数 Z 满足 $|Z+i|+|Z-i|=2$，那么 $|Z+i+1|$ 最小值是　　　　（　　）

(A) 1　　(B) $\sqrt{2}$　　(C) 2　　(D) $\sqrt{5}$

(10) 有甲、乙、丙三项任务，甲需 2 人承担，乙、丙各需 1 人承担，从 10 人中选派 4 人承担这三项任务，不同的选法共有　　　　（　　）

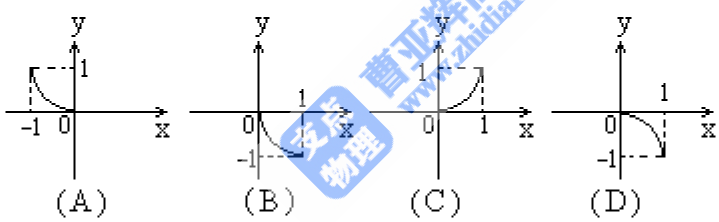
(A) 1260 种　　(B) 2025 种　　(C) 2520 种　　(D) 5040 种

(11) 对于直线 m、n 和平面 α、β，$\alpha\perp\beta$ 的一个充分条件是　　　　（　　）

(A) $m\perp n$，$m/\!/\alpha$，$n/\!/\beta$　　(B) $m\perp n$，$\alpha\cap\beta=m$，$n\subset\alpha$

(C) $m/\!/n$，$n\perp\beta$，$m\subset\alpha$　　(D) $m/\!/n$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$

(12) 设函数 $f(x)=1-\sqrt{1-x^2}$ $(-1\leqslant x\leqslant 0)$，则函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像是　　　　（　　）



(13) 已知过球面上 A、B、C 三点的截面和球心的距离等于球半径的一半，且 $AB=BC=CA=2$，则球面面积是　　　　（　　）

(A) $\dfrac{16\pi}{9}$　　(B) $\dfrac{8\pi}{3}$　　(C) 4π　　(D) $\dfrac{64\pi}{9}$

(14) 如果函数 $y=\sin 2x+a\cos 2x$ 的图像关于直线 $=-\dfrac{\pi}{8}$ 对称，那么 $a=$　　　　（　　）

(A) $\sqrt{2}$　　(B) $-\sqrt{2}$　　(C) 1　　(D) -1

(15) 定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上的任意函数 $f(x)$ 都可表示成一个奇函数 $g(x)$ 和一个偶函数 $h(x)$ 之和. 如果 $f(x)=\lg(10^x+1)$，$x\in(-\infty,+\infty)$，那么　　　　（　　）

(A) $g(x)=x$，$h(x)=\lg(10^x+10^x+2)$

(B) $g(x)=\dfrac{1}{2}[\lg(10^x+1)+x]$　　$h(x)=\dfrac{1}{2}[\lg(10^x+1)-x]$

(C) $g(x)=\dfrac{x}{2}$，$h(x)=\lg(10^x+1)-\dfrac{x}{2}$

(D) $g(x)=-\dfrac{x}{2}$，$h(x)=\lg(10^x+1)+\dfrac{x}{2}$

第Ⅱ卷(非选择题共 85 分)

二、填空题(本大题共 5 小题，共 6 个空格. 每空格 4 分，共 24 分. 把答案填在题中横线上)

(16) 在$(3-x)^7$的展开式中，x^5的系数是______________(用数字作答)．

(17) 抛物线 $y^2=8-4x$ 的准线方程是___________，圆心在该抛物线的顶点且与其准线相切的圆的方程是__________．

(18) 已知 $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{5}$，$\theta\in(0,\ \pi)$，则 $\mathrm{ctg}\,\theta$ 的值是________________．

(19) 设圆锥底面圆周上两点 A、B 间的距离为 2，圆锥顶点到直线 AB 的距离为 $\sqrt{3}$，AB 和圆锥的轴的距离为 1，则该圆锥的体积为____________．

(20) 在测量某物理量的过程中，因仪器和观察的误差，使得 n 次测量分别得到 a_1，a_2，…，a_n，共 n 个数据. 我们规定所测量的“量佳近似值”a 是这样一个量：与其他近似值比较，a 与各数据的差的平方和最小. 依此规定，从 a_1，a_2，…，a_n 推出的 a=__________．

三、解答题(本大题共 5 小题，共 61 分；解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤)

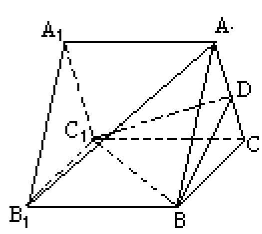
(21) (本小题满分 11 分)

求函数 $y=\dfrac{\sin 3x\sin^3 x+\cos 3x\cos^3 x}{\cos^2 2x}+\sin 2x$ 的最小值.

(22) (本小题满分 12 分)

以知函数 $f(x)=\log_a x(a>0$ 且 $a\neq 1$，$x\in\mathrm{R}^+)$，若 x_1，$x_2\in\mathrm{R}^+$，判断 $\dfrac{1}{2}\left[f(x_1)+f(x_2)\right]$ 与 $f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)$ 的大小，并加以证明.

(23) (本小题满分 12 分)



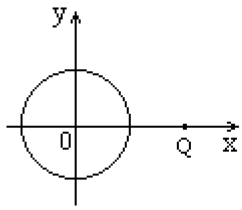
如图，已知 $A_1B_1C_1-ABC$ 是正三棱柱，D 是 AC 中点.

(1) 证明 AB_1 // 平面 DBC_1；

(2) 假设 $AB_1\perp BC_1$，BC=2，求线段 AB_1 在侧面 B_1BCC_1 上的射影

长.

(24)（本小题满分 12 分）



已知直角坐标平面上点 $Q(2,0)$ 和圆 C: $x^2+y^2=1$，动点 M 到圆 C 的切线长与 $|MQ|$ 的比等于常数 λ（$\lambda>0$）. 求动点 M 的轨迹方程，说明它表示什么曲线.

(25)（本小题满分 14 分）

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若对于所有的自然数 n，都有 $S_n=\dfrac{n\left(a_1+a_n\right)}{2}$，证明 $\{a_n\}$ 是等差数列.

参考答案

一、选择题(本题考查基本知识和基本运算)

1. C　2. D　3. B　4. A　5. B　6. D　7. B　8. A　9. A　10. C　11. C　12. B
13. D　14. D　15. C

二、填空题(本题考查基本知识和基本运算. 每空格 4 分，共 24 分)

16. -189　　17. $x=3$，$(x-2)^2+y^2=1$　　18. $-\dfrac{3}{4}$　　19. $\dfrac{2\sqrt{2}\pi}{3}$

20. $\dfrac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$

三、解答题

21. 本小题考查利用有关三角公式并借助辅助角求三角函数最小值的方法及运算能力，满分 11 分.

解：因为

$\sin3x\sin^3x+\cos3x\cos^3x$

$=(\sin3x\sin x)\sin^2x+(\cos3x\cos x)\cos^2x$

$=\dfrac{1}{2}[(\cos2x-\cos4x)\sin^2x+(\cos2x+\cos4x)\cos^2x]$　　——4 分

$=\frac{1}{2}[(\sin^2x+\cos^2x)\cos 2x+(\cos^2x-\sin^2x)\cos 4x]$

$=\frac{1}{2}(\cos 2x+\cos 2x\cos 4x)$ ——6 分

$=\frac{1}{2}\cos 2x(1+\cos 4x)$

$=\cos^3 2x$ ——8 分

所以

$y=\frac{\cos^3 2x}{\cos^2 2x}+\sin 2x$

$=\cos 2x+\sin 2x$

$=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})$.

当 $\sin(2x+\frac{\pi}{4})=-1$ 时，y 取最小值 $-\sqrt{2}$. ——11 分

22．本小题考查对数函数性质、平均值不等式等知识及推理论证的能力.满分 12 分.

解：$f(x_1)+(x_2)=\log_a x_1+\log_a x_2=\log_a(x_1x_2)$

∵ x_1，$x_2\in R^+$，

∴ $x_1x_2\leqslant\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2$（当且仅当 $x_1=x_2$ 时取“=”号）. ——2 分

当 $a>1$ 时，有 $\log_a(x_1x_2)\leqslant\log_a\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2$ ——5 分

∴ $\frac{1}{2}\log_a(x_1x_2)\leqslant\log_a\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$，

$\frac{1}{2}(\log_a x_1+\log_a x_2)\leqslant\log_a\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$，

即 $\frac{1}{2}[f(x_1)+f(x_2)]\leqslant f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$（当且仅当 $x_1=x_2$ 时取“=”号） ——7 分

当 $0<a<1$ 时，有 $\log_a(x_1x_2)\geqslant\log_a\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2$， ——10 分

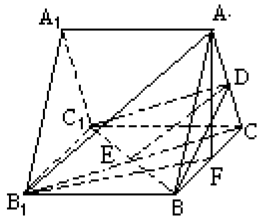
∴ $\frac{1}{2}(\log_a x_1+\log_a x_2)\geqslant\log_a\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2$，

即$\frac{1}{2}[f(x_1)+f(x_2)] \geqslant f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$

(当且仅当 $x_1=x_2$ 时取“=”号). ——12 分

23．本小题考查空间线面关系，正棱柱的性质，空间想象能力和逻辑推理能力. 满分 12 分.

(1)证明：∵ $A_1B_1C_1-ABC$ 是正三棱柱，



∴ 四边形 B_1BCC_1 是矩形. 连结 B_1C，交 BC_1 于 E，则 $B_1E=EC$. 连结 DE.

在△AB_1C 中，∵ $AD=DC$， ∴ $DE//AB_1$，——3 分

又 $AB_1\not\subset$ 平面 DBC_1. $DE\subset$ 平面 DBC_1

∴ $AB_1//DBC_1$. ——5 分

(2)解：作 $AF\perp BC$，垂足为 F. 因为面 $ABC\perp$ 面 B_1BCC_1，所以 $AF\perp B_1BCC_1$ 平面 B_1F. 连结 B_1F，则 B_1F 是 AB_1 在平面 B_1BCC_1 内的射影. ——7 分

∵ $BC_1\perp AB_1$， ∴ $BC_1\perp B_1F$.

∵ 四边形 B_1BCC_1 是矩形，∴ $\angle B_1BF=\angle BCC_1=90^\circ$； ——9 分

$\angle FB_1B=\angle C_1BC$，∴ $\triangle B_1BF\backsim\triangle BCC_1$.

∴ $\frac{B_1B}{BC}=\frac{BF}{C_1C}=\frac{BF}{B_1B}$

又 F 为正三角形 ABC 的 BC 边中点，因而 $B_1B^2=BF\cdot BC=1\times2=2$，

于是 $B_1F^2=B_1B^2+BF^2=3$，∴ $B_1F=\sqrt{3}$.

即线段 AB_1 在平面 B_1BCC_1 内射影长为 $\sqrt{3}$ ——12 分

24．本小题考查曲线与方程的关系，轨迹的概念等解析几何的基本思想以及综合运用知识的能力. 满分 12 分.

解：如图，设 MN 切圆于 N，则动点 M 组成的集合是

$P=\{M||MN|=\lambda|MQ|\}$，式中常数 $\lambda>0$. ——2 分

因为圆的半径 $|ON|=1$，所以 $|MN|^2=|MO|^2-|ON|^2=|MO|^2-1$. ——4 分

设点 M 的坐标为 $(x，y)$，则 $\sqrt{x^2+y^2-1}=\lambda\sqrt{(x-2)^2+y^2}$ ——5 分

整理得 $(\lambda^2-1)(x^2+y^2)-4\lambda^2x+(1+4\lambda^2)=0$.

经检验，坐标适合这个方程的点都属于集合 P. 故这个方程为所求的轨迹方程. ——8 分

当 $\lambda=1$ 时，方程化为 $x=\frac{5}{4}$，它表示一条直线，该直线与 x 轴垂直且交 x 轴于点($\frac{5}{4}$，0)，

当 $\lambda\neq 1$ 时，方程化为 $(x-\frac{2\lambda^2}{\lambda^2-1})^2+y^2=\frac{1+3\lambda^2}{(\lambda^2-1)^2}$ 它表示圆，该圆圆心的坐标为($\frac{2\lambda^2}{\lambda^2-1}$，0)，半径为 $\frac{\sqrt{1+3\lambda^2}}{|\lambda^2-1|}$ ——12 分

25. 本小题考查等差数列的基础知识，数学归纳法及推理论证能力. 满分 14 分.

证法一：令 $d=a_2-a_1$.

下面用数学归纳法证明 $a_n=a_1+(n-1)d(n\in N)$.

(1)当 $n=1$ 时上述等式为恒等式 $a_1=a_1$.

当 n=2 时，$a_1+(2-1)d=a_1+(a_2-a_1)=a_2$，等式成立. ——5 分

(2)假设当 $n=k(k\geqslant 2)$ 时命题成立，$a_k=a_1+(k-1)d$. 由题设，有

$S_k=\frac{k(a_1+a_k)}{2}$，$S_{k+1}=\frac{(k+1)(a_1+a_{k+1})}{2}$，又 $S_{k+1}=S_k+a_{k+1}$

$\therefore (k+1)\frac{(a_1+a_{k+1})}{2}=\frac{k(a_1+a_k)}{2}+a_{k+1}$ ——9 分

把 $a_k=a_1+(k-1)d$ 代入上式，得

$(k+1)(a_1+a_{k+1})=2ka_1+k(k-1)d+2a_{k+1}$.

整理得 $(k-1)a_{k+1}=(k-1)a_1+k(k-1)d$.

$\because k\geqslant 2$，$\therefore a_{k+1}=a_1+kd$. 即当 $n=k+1$ 时等式成立.

由(1)和(2)，等式对所有的自然数 n 成立，从而 $\{a_n\}$ 是等差数列 ——14 分

证法二：当 $n\geqslant 2$ 时，由题设，

$S_{n-1}=\frac{(n-1)(a_1+a_{n-1})}{2}$，$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}$.

所以 $a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{n(a_1+a_n)}{2}-\frac{(n-1)(a_1+a_{n-1})}{2}$ ——6 分

同理有

$a_{n+1}=\dfrac{(n+1)(a_1+a_{n+1})}{2}-\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$. ——8 分

从而

$a_{n+1}-a_n=\dfrac{(n+1)(a_1+a_{n+1})}{2}-n(a_1+a_n)+\dfrac{(n-1)(a_1+a_{n-1})}{2}$, ——12 分

整理得 $a_{n+1}-a_n=a_n-a_{n-1}=\cdots=a_2-a_1$

从而$\{a_n\}$是等差数列. ——14 分